

Débruitage de séquences d'images couleur par diffusions anisotropes spatiale et temporelle couplées

Color image sequence denoising using coupled spatial and temporal anisotropic diffusions

P. Bourdon

B. Augereau

C. Olivier

C. Chatellier

IRCOM-SIC, UMR-CNRS 6615, Université de Poitiers

Bât SP2MI, Bvd M. et P. Curie, BP 30179

86962 Futuroscope Chasseuneuil Cedex, FRANCE

Tel : (+33) 5 49 49 65 85 ; Fax : (+33) 5 49 49 65 70

email : {bourdon, augereau, olivier, chatellier}@sic.sp2mi.univ-poitiers.fr

Résumé

Nous proposons ici une approche originale du débruitage de séquences d'images couleur par diffusion anisotrope, approche qui consiste à lisser une séquence tout en préservant les discontinuités dues aux contours et aux mouvements des objets présents dans cette séquence. Notre approche se base sur une détection bas niveau des zones en mouvement dans une séquence bruitée, afin de coupler à un processus de diffusion anisotrope spatial une diffusion temporelle, et de débruiter alors la séquence avec plus d'efficacité.

Mots Clef

Traitement d'image, Equations aux Dérivées Partielles, Filtrage non-linéaire.

Abstract

We propose in this paper an original approach for color image sequence denoising using anisotropic diffusion. This approach consists in smoothing a sequence while keeping all discontinuities caused by edges and moving objects. Our approach is based on a low level detection of moving areas in a noisy sequence, in order to associate temporal diffusion to a spatial diffusion process, thus denoising the sequence more efficiently.

Keywords

Image processing, Partial Differential Equations, Nonlinear filtering.

1 Introduction

Parce qu'elle se base sur un formalisme mathématique solide, et permet d'obtenir des algorithmes rapides et stables, la méthodologie EDP (Equations aux Dérivées

Partielles) connaît actuellement un succès non-négligeable dans le domaine du traitement d'images. On a en effet pu voir émerger dans bon nombre de publications de ces dernières années des méthodes d'analyse ou de restauration d'images l'utilisant et donnant des résultats particulièrement intéressants [1, 2, 3, 4]. Malheureusement, la majorité de ces communications se concentrent uniquement sur le cas d'images fixes (citons néanmoins les travaux de Guichard [5], Moisan [6] et Kornprobst [7] pour les séquences d'images). Outre un traitement "trame par trame", qui ne présenterait que peu d'intérêt puisqu'il n'exploiterait pas les informations temporelles d'une séquence pour la restaurer, une idée assez simple pour étendre les méthodes de débruitage d'images par EDP au cas de séquences d'images est de considérer une séquence comme un objet 3D. L'élaboration d'un processus de diffusion anisotrope 3D à partir de l'équation de Perona-Malik [1], utilisant un "gradient 3D" pour détecter les discontinuités dans l'objet, peut alors être proposée, et donne des résultats encourageants. Nous proposons ici une méthode de débruitage de séquences d'images couleur qui se base sur cette idée de diffusion 3D, mais diffère en un point essentiel : la détection des discontinuités spatiales est séparée de la détection des discontinuités temporelles (on étudie donc simultanément l'évolution de l'objet dans un espace 2D et dans un espace 1D pour conditionner le processus de diffusion anisotrope). Dans notre cas, cette détection se fait grâce à une méthode plus efficace qu'un simple gradient (généralement utilisé, mais trop sensible au bruit). On n'étudie non pas les variations des niveaux d'intensités lumineuses d'un pixel dans le temps, mais les variations des attributs statistiques des intensités associés à ce pixel et à son voisinage le plus proche. Les discontinuités spatiales, quant à elles, sont évaluées à

l'aide du gradient couleur de Di Zenzo [8]. Les détails sur cette méthode, ainsi que des résultats expérimentaux, seront fournis au cours de l'article.

Dans la première partie, nous présentons les principes du débruitage d'images par EDP et des diffusions isotrope et anisotrope. Puis, nous discutons dans la deuxième partie de l'application de cette méthodologie au cas de séquences d'images, avant de présenter dans la troisième partie notre méthode de restauration et, dans la quatrième partie, les résultats expérimentaux que nous avons pu obtenir.

2 Débruitage d'images par EDP

Nous proposons ici une approche simple du problème de la réduction de bruit en traitement d'images. Celle-ci va nous permettre d'introduire rapidement les notions de diffusions isotrope et anisotrope dans le cas le plus simple, à savoir celui d'une image fixe en niveaux de gris. Le cas de la couleur sera abordé rapidement dans le dernier paragraphe de cette section.

2.1 Diffusion isotrope

Soit l'image $I(x, y) = I$, qu'on définit comme une application bornée de $\Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ qui associe au pixel $(x, y) \in \Omega$ son niveau de gris $I(x, y)$; Ω est le domaine de l'image. Notons $I_0(x, y) = I_0$ cette même image que l'on aurait bruitée. Une approche classique en restauration consiste à considérer le bruit comme un signal haute fréquence. Dans ce contexte, la méthode la plus souvent utilisée est l'opération de convolution :

$$I(x, y, t) = \int_{\Omega} G(x - \mu, y - \nu, t) I_0(\mu, \nu) d\Omega, \quad (x, y) \in \Omega \quad (1)$$

avec $G(x, y, t)$ un opérateur de lissage, et t le paramètre de contrôle de l'importance du lissage de cet opérateur.

Un exemple d'opérateur souvent utilisé pour ce type d'opération est le noyau gaussien. Dans [9], Koenderink remarque justement qu'une opération de convolution d'une image par un opérateur gaussien de variance σ^2 est la solution unique pour $t = \frac{\sigma^2}{2}$ de l'EDP linéaire parabolique (appelée également équation de la chaleur) :

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \text{div}(\nabla I(x, y, t)) \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \\ \frac{\partial I}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

avec : $\partial\Omega$ le bord de Ω et n un vecteur normal extérieur à $\partial\Omega$.

L'équation (2) peut ainsi être interprétée comme un processus de diffusion de l'intensité lumineuse d'un pixel (x, y) autour des pixels voisins $(x \pm \partial x, y \pm \partial y)$, durant un temps t ($t \in [0, T]$) en relation directe avec la variance spatiale de l'opérateur gaussien. Les résultats obtenus par ce lissage, dit "isotrope", sont peu satisfaisants. Il opère en effet de manière identique dans toutes les directions, atténuant ainsi bruit et contours sans distinction.

2.2 Diffusion anisotrope

La diffusion anisotrope, telle que Perona et Malik l'introduisent dans [1], est une opération de filtrage non linéaire qui permet de faire cette distinction bruit/contour. Elle se traduit sous la forme du problème aux limites suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y, t)}{\partial t} = \text{div}(c(\|\nabla I(x, y, t)\|) \nabla I(x, y, t)) \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \\ \frac{\partial I}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0 \end{cases} \quad (3)$$

où $c(\cdot)$, appelée fonction de diffusion, est une fonction non négative, monotone décroissante, telle que $c(0) = 1$.

Il s'agit cette fois d'une diffusion adaptative, dont le comportement est fonction des variations locales de l'intensité de l'image, grâce à la fonction $c(\cdot)$: lissage fort dans les zones à faible gradient (zones homogènes), et faible dans les zones à fort gradient (contours). Un seuil k permet de distinguer les zones à faible gradient de celles à fort gradient. Perona-Malik proposent par exemple la fonction suivante :

$$c(\|\nabla I\|) = \exp(-(\|\nabla I\|/k)^2) \quad (4)$$

Le choix de ce seuil k n'est d'ailleurs pas évident ; il peut être fixé arbitrairement ou en estimant le bruit. Pour le déterminer, Perona et Malik proposent de se baser sur un histogramme cumulé du gradient.

2.3 Conditions de stabilité

Dans une approche variationnelle de ce même problème de restauration d'image, Deriche et Faugeras [10] retrouvent, sous certaines conditions (coefficients de pondération positifs ou nuls), la formulation suivante :

$$\begin{cases} \frac{\partial I}{\partial t} = \Phi''(\|\nabla I\|) I_{\xi\xi} + \frac{\Phi'(\|\nabla I\|)}{\|\nabla I\|} I_{\eta\eta} \\ I(x, y, 0) = I_0(x, y) \\ \frac{\partial I}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

qui n'est autre que l'équation de diffusion anisotrope de Perona-Malik, avec $c(\|\nabla I\|) = \frac{\Phi'(\|\nabla I\|)}{\|\nabla I\|}$, $I_{\xi\xi}$ la dérivée seconde de I dans la direction du gradient $\xi = \frac{\nabla I}{\|\nabla I\|}$, et $I_{\eta\eta}$ la dérivée seconde de I dans sa direction orthonormale.

L'écriture sous la forme (5) a pour avantage de faciliter l'étude des conditions de stabilité et le comportement d'un tel processus de diffusion. Les conditions sur la fonction $\Phi(\cdot)$ sont les suivantes [11] :

$$\begin{cases} \Phi''(0) \geq 0 \text{ et } \Phi'(0) \geq 0 \\ \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\Phi'(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \Phi''(s) = \Phi''(0) \\ \lim_{s \rightarrow \infty} \Phi''(s) = 0, \quad \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\Phi'(s)}{s} = 0 \\ \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\Phi''(s)}{\Phi'(s)} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Elles permettent d'interpréter géométriquement le comportement du filtre décrit précédemment : pour les zones à faible gradient ($\|\nabla I\| \rightarrow 0$), on procède à un lissage dans toutes les directions (diffusion isotrope), tandis que pour les zones à fort gradient ($\|\nabla I\| \rightarrow \infty$), celui-ci n'est effectué que le long des contours (diffusion anisotrope dans la direction des isophotes).

Il est intéressant de constater que ces conditions de stabilité, démontrées par Aubert et al [11], ne sont pas remplies par un grand nombre de fonctions qu'on peut trouver dans la littérature, puisque dans certains cas, notamment lorsqu'on utilise la fonction de Perona-Malik, le filtre continu se comporte dans les zones de contours comme une équation de la chaleur inverse, connue pour son instabilité. Dans [12], Weickert prouve cependant que la discretisation de l'EDP de Perona-Malik a un effet de régularisation. La diffusion inverse sur les contours ne crée d'ailleurs pas d'instabilités mais au contraire rehausse ces contours.

2.4 Le cas de la couleur

Dans le cas d'images couleur, ou multispectrales, on définit généralement l'image comme une application vectorielle $\vec{I}(x, y) : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^m$ qui associe au pixel $(x, y) \in \Omega$ sa valeur dans chaque bande spectrale. Typiquement, dans un espace Rouge-Vert-Bleu ($m = 3$), on note :

$$\vec{I}(x, y) = \begin{bmatrix} I_1(x, y) \\ I_2(x, y) \\ I_3(x, y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R(x, y) \\ V(x, y) \\ B(x, y) \end{bmatrix} \quad (7)$$

On peut trouver plusieurs approches de la diffusion d'images couleur [13, 14, 15]. Celle que nous avons retenue consiste à utiliser le gradient couleur de Di Zenzo [8], qui se base sur la géométrie différentielle des surfaces, et permet de détecter les discontinuités communes aux trois

plans couleur d'une image, afin d'effectuer une diffusion de ses composantes spectrales de façon identique :

$$\begin{cases} \frac{\partial R(x, y, t)}{\partial t} = \text{div} \left(\frac{\Phi'(\|\nabla \vec{I}\|)}{\|\nabla \vec{I}\|} \nabla R(x, y, t) \right) \\ \frac{\partial V(x, y, t)}{\partial t} = \text{div} \left(\frac{\Phi'(\|\nabla \vec{I}\|)}{\|\nabla \vec{I}\|} \nabla V(x, y, t) \right) \\ \frac{\partial B(x, y, t)}{\partial t} = \text{div} \left(\frac{\Phi'(\|\nabla \vec{I}\|)}{\|\nabla \vec{I}\|} \nabla B(x, y, t) \right) \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{avec : } \|\nabla \vec{I}\| = \sqrt{\frac{g_{11} + g_{22} + \sqrt{(g_{11} - g_{22})^2 + 4g_{12}^2}}{2}}$$

$$g_{ij} = \sum_{k=1}^3 \frac{\partial I_k}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial I_k}{\partial x_j} \quad (x_1 = x, x_2 = y)$$

(plus de détails sur le principe et le fonctionnement du gradient de Di Zenzo sont fournis dans [8])

3 Diffusion de séquences d'images

Nous discutons ici des possibilités liées à l'utilisation des EDP pour le débruitage de séquences d'images, afin de mieux introduire la méthode que nous proposons dans la section suivante.

3.1 Introduction

D'une manière générale, la restauration de séquences d'images est un problème plus récent que le restauration d'images fixes. Il n'est alors pas étonnant de constater que la littérature dédiée à ce problème est loin d'être abondante. La méthodologie des EDP n'échappe pas à cette règle. Une première solution, évidente, consisterait à effectuer un traitement trame par trame, à l'aide de méthodes dédiées aux image fixes. Même si cette technique peut donner des résultats intéressants, il serait dommage de ne pas exploiter les corrélations entre les différentes trames d'une même séquence, autrement dit ses informations temporelles. Dès 1984, Dubois [16] propose une méthode qui consiste à identifier la partie statique d'une séquence bruitée, afin de remplacer celle-ci par sa moyenne temporelle calculée sur plusieurs trames, la partie en mouvement étant laissée telle quelle. Par la suite, beaucoup se sont inspirés de ce principe d'isolation de la partie statique d'une séquence, notamment Kornprobst [7], dans son approche de la restauration par EDP, que nous résumons ici.

3.2 Segmentation et restauration (Kornprobst)

Dans [7], Kornprobst propose une méthode de restauration de séquences d'images, formulée à l'aide d'une approche variationnelle, qui couple restauration et segmentation, dans le but d'isoler dans la séquence à traiter les objets en mouvement du fond. Il définit pour ceci trois fonctions (nous reprenons ses propres notations, indépendamment

de notre exposé) :

- $N(x, y, z)$, la séquence d’images bruitées, dont le fond est supposé statique, avec z la coordonnée temporelle ;
- $B(x, y)$, le fond restauré ;
- $C(x, y, z)$, la séquence associée à $N(x, y, z)$ qui indique les régions en mouvement. On souhaite avoir $C(x, y, z) = 0$ si le pixel (x, y) appartient à un objet en mouvement au temps z , et 1 sinon.

et pose alors son problème comme la recherche, pour une séquence d’images bruitée $N(x, y, z)$, des paramètres $B(x, y)$ et $C(x, y, z)$ minimisant une fonctionnelle pour laquelle il démontre l’existence d’une solution unique sur l’espace des fonctions à variation bornée, avant de proposer une approximation numérique de cette solution.

Si les résultats obtenus par cette méthode sur des séquences en niveaux de gris sont particulièrement intéressants, nous proposons cependant de revenir à un modèle de diffusion beaucoup plus simple, quitte à étudier ses possibles lacunes.

3.3 Etude d’un processus de diffusion 3D

Soit la séquence d’images $I(x, y, z) = I$, qu’on définit comme une application de $\Omega \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ qui associe au pixel (x, y) localisé à l’instant z de la séquence (à ne pas confondre avec t , le temps de diffusion) son niveau de gris $I(x, y, z)$. Une possibilité que nous n’avons pas encore évoquée pour restaurer la séquence bruitée $I_0(x, y, z) = I_0$ est d’étendre tout simplement l’équation de diffusion de Perona-Malik (3) dans le domaine 3D :

$$\begin{cases} \frac{\partial I(x, y, z, t)}{\partial t} = \text{div}(c(\|\nabla I(x, y, z, t)\|)\nabla I(x, y, z, t)) \\ I(x, y, z, 0) = I_0(x, y, z) \end{cases} \quad (9)$$

à laquelle sont associées les mêmes conditions de stabilité que celles évoquées dans 2.3.



(a) Séquence bruitée



(b) Séquence restaurée

FIG. 1 – Diffusion anisotrope 3D de la séquence "Foreman" bruitée (trame n°82)

Nous pouvons observer sur la figure 1 les résultats obtenus sur la séquence "Foreman" (niveaux de gris, 352×288 , 300 trames, 15 fps) bruitée par un bruit gaussien additif. Notons qu’il est par ailleurs possible d’étendre également le gradient couleur de Di Zenzo en 3D pour traiter les séquences d’images couleur grâce à ce procédé.

Si le fait de considérer et de traiter la coordonnée temporelle d’une séquence au même titre que ses coordonnées spatiales ne semble pas très cohérent, ce processus de diffusion anisotrope 3D semble donner des résultats intéressants. Observons néanmoins la figure 1.b de plus près : sur certaines zones, on peut remarquer que l’atténuation du bruit est moindre. Ceci peut s’expliquer assez simplement : si la norme du gradient

$\|\nabla I\| = \sqrt{(\partial I/\partial x)^2 + (\partial I/\partial y)^2 + (\partial I/\partial z)^2}$ permet de détecter les discontinuités dans la séquence, elle ne permet pas de déterminer si ces discontinuités sont dues à des variations spatiales ou à des variations temporelles. Ainsi, sur une trame, les pixels d’une zone homogène, s’ils présentent des fortes variations temporelles, correspondront à un gradient relativement élevé, qui va réduire le processus de diffusion sur ces pixels.

La méthode de débruitage que nous proposons dans la section suivante part de cette idée de diffusion anisotrope 3D, mais diffère en un point essentiel : afin de ne pas être confronté au problème décrit dans le paragraphe précédent, la détection des discontinuités spatiales est séparée de la détection des discontinuités temporelles. On étudie donc simultanément l’évolution de l’objet dans un espace 2D et dans un espace 1D pour conditionner deux processus de diffusions anisotropes couplées. Nous nous permettons d’insister sur le fait que contrairement à Kornprobst, nous ne procédons pas à une segmentation temporelle : dans notre approche, les parties dynamiques de la séquence sont détectées sans se soucier d’une analyse haut niveau, l’unique but de cette opération étant de débruiter la séquence.

4 Diffusions spatiale et temporelle couplées

Notre méthode de débruitage consiste à coupler diffusions spatiale et temporelle, en utilisant une méthode de détection des discontinuités temporelles plus robuste au bruit qu’un simple gradient. Nous considérons une séquence d’images couleurs, notée $\tilde{I}(x, y, z) : \Omega \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, qui associe au pixel (x, y) localisé sur la trame z sa valeur dans l’espace couleur Rouge-Vert-Bleu.

4.1 Principe

Le principe de la méthode que nous présentons est donc d’effectuer deux opérations de filtrage non-linéaire simultanément : l’une dans le domaine spatial, et l’autre dans le domaine temporel. Le débruitage de la séquence passe par la diffusion du spectre chromatique d’un pixel (x, y, z) au-

tour de ses pixels voisins ($x \pm \partial x, y \pm \partial y$) sur la trame z , et autour des pixels voisins $z \pm \partial z$ sur la même localisation spatiale (x, y), la vitesse de diffusion étant dans les deux cas pondérée par une mesure de discontinuités spatiales et temporelles. Dans le premier cas, le gradient couleur de Di Zenzo donne des résultats particulièrement efficaces et sera par conséquent retenu. Reste la détection des variations temporelles : comme nous le verrons, le bruit perturbe énormément cette détection lorsqu'on décide d'utiliser un simple gradient, au point de la rendre inutilisable. Aussi, nous proposons une méthode plus robuste, qui n'étudie non pas les variations des niveaux d'intensités lumineuses d'un pixel dans le temps, mais les variations des attributs statistiques des intensités associées à ce pixel et à son voisinage le plus proche.

4.2 Equation de diffusion

On souhaite donc différencier dans un processus de diffusion anisotrope 3D la diffusion spatiale de la diffusion temporelle. Le développement de l'EDP associée à ce processus s'écrit :

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{I}}{\partial t} = \text{div} \begin{pmatrix} c_s(\|\nabla \vec{I}\|_s) \frac{\partial \vec{I}}{\partial x} \\ c_s(\|\nabla \vec{I}\|_s) \frac{\partial \vec{I}}{\partial y} \\ c_t(\|\nabla \vec{I}\|_t) \frac{\partial \vec{I}}{\partial z} \end{pmatrix} \\ \vec{I}(x, y, z, 0) = \vec{I}_0(x, y, z) \end{cases} \quad (10)$$

avec $c_s(\cdot)$ la fonction de diffusion spatiale, $c_t(\cdot)$ la fonction de diffusion temporelle ($c_s(\cdot)$ et $c_t(\cdot)$ possédant les mêmes propriétés que la fonction $c(\cdot)$ présentée précédemment), $\|\nabla \vec{I}\|_s$ la norme vectorielle représentant les discontinuités spatiales, et $\|\nabla \vec{I}\|_t$ la norme vectorielle représentant les discontinuités temporelles.

En général, nous prenons les mêmes fonctions de diffusion $c_s(\cdot)$ et $c_t(\cdot)$, avec des seuils de diffusion différents. La norme $\|\nabla \vec{I}\|_s$ est calculée quant à elle à partir du gradient couleur de Di Zenzo, qui a déjà montré de bons résultats lorsqu'il était utilisé dans des processus de diffusion anisotrope d'images fixes. Le calcul de $\|\nabla \vec{I}\|_t$ fait l'objet du paragraphe suivant.

4.3 Détection des discontinuités temporelles

La méthode la plus simple que l'on puisse trouver pour évaluer les discontinuités temporelles autour d'un pixel de la séquence bruitée est de calculer la norme du gradient, ramené en 1D sur la seule coordonnée z ($\|\nabla \vec{I}\|_t = \sqrt{(\partial R / \partial z)^2 + (\partial V / \partial z)^2 + (\partial B / \partial z)^2}$). Malheureusement, comme nous le verrons à l'aide de résultats expérimentaux, cette méthode est trop sensible au bruit pour être exploitable. Aussi, nous lui préférons une

autre approche, plus efficace.

Supposons à présent que l'on s'intéresse non plus à l'évolution temporelle d'un seul pixel $\vec{I}$, comme c'est le cas pour le calcul du gradient, mais à celle d'un ensemble de pixels (par exemple un voisinage de taille $M \times M$, comme le montre la figure 2), et que l'on étudie cette fois non plus les valeurs de ces pixels dans l'espace RVB, mais les attributs statistiques de ces valeurs sur le voisinage.

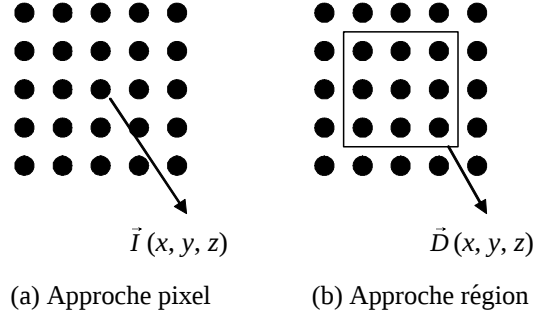


FIG. 2 – Etude de voisinage sur une trame z

La fonction vectorielle $\vec{D}(x, y, z)$ de la figure 2 est définie par plusieurs attributs statistiques associés au pixel $\vec{I}(x, y, z)$ et à son voisinage. On la note :

$$\vec{D}(x, y, z) = \begin{bmatrix} D_1(x, y, z) \\ D_2(x, y, z) \\ \vdots \\ D_L(x, y, z) \end{bmatrix} \quad (11)$$

Puisque la présence d'un mouvement entre une trame z et une trame $z + dz$ dans une région d'une séquence provoque des changements d'intensité sur les pixels qui lui sont associés, il n'est pas incohérent de penser que ce mouvement fait également varier les attributs statistiques de cette région. Ainsi, en étudiant les variations d'un voisinage dans le temps, nous obtenons une autre méthode de détection des discontinuités.

Supposons maintenant que la séquence étudiée est bruitée, par exemple par un bruit additif, et que ce bruit est lui aussi caractérisé par un modèle statistique. Dans la plupart des cas, en particulier lorsqu'il s'agit de séquences naturelles, il est peu probable que le modèle associé au bruit varie au cours du temps. Ainsi, une méthode basée sur l'étude des variations d'attributs statistiques d'un ensemble de pixels, comme celle que nous proposons, pourrait être plus robuste à ce type de bruit. On peut retrouver dans la littérature plusieurs méthodes de détection de mouvement basées elles aussi l'étude d'un ensemble de pixels [17, 18, 19].

Le fonctionnement de notre méthode de détection est le suivant :

- sur la trame z de la séquence, on calcule pour chaque pixel $\vec{I}$ et son voisinage les attributs statistiques définissant $\vec{D}$,
- les attributs statistiques du même voisinage sont également calculés pour les trames voisines $z \pm 1, z \pm 2$, etc. afin d’obtenir les moyennes et variances temporelles de chaque attribut $D_1, D_2, \dots, D_L$ ainsi que leurs covariances,
- enfin, une mesure, par une distance de Mahalanobis [20] entre le vecteur d’attributs $\vec{D}$ du voisinage à la trame z et son modèle paramétrique estimé à l’aide des trames voisines est effectuée, et correspond à la valeur $\|\nabla \vec{I}\|_t^2$.

Le choix d’utiliser la distance de Mahalanobis pour mesurer l’écart entre le vecteur d’attributs $\vec{D}$ et son modèle paramétrique estimé permet d’accélérer les temps de calculs par rapport à une méthode de comparaison d’histogrammes par exemple, et donne des résultats très satisfaisants.

Soit P le nombre de trames utilisées pour estimer le modèle paramétrique du vecteur $\vec{D}$ pour la trame z (P pair). On note alors, pour chaque pixel (x, y) :

$$\mu_{D_l}(z) = \frac{1}{P} \sum_{\substack{i=-P/2, \\ i \neq 0}}^{+P/2} D_l(z+i) \quad (12)$$

$$\sigma_{D_l}^2(z) = \frac{1}{P} \sum_{\substack{i=-P/2, \\ i \neq 0}}^{+P/2} (D_l(z+i) - \mu_{D_l}(z))^2 \quad (13)$$

$$\text{cov}(D_k, D_l)(z) = \frac{1}{P} \sum_{\substack{i=-P/2, \\ i \neq 0}}^{+P/2} (D_k(z+i) - \mu_{D_k}(z)) \times (D_l(z+i) - \mu_{D_l}(z)) \quad (14)$$

La distance de Mahalanobis entre un vecteur $\vec{D}$ et son modèle paramétrique s’écrit alors :

$$\|\nabla \vec{I}\|_t^2 = (\vec{D} - \mu_{\vec{D}})^t \cdot C_{\vec{D}}^{-1} \cdot (\vec{D} - \mu_{\vec{D}}) \quad (15)$$

avec :

$$\mu_{\vec{D}} = \begin{bmatrix} \mu_{D_1} \\ \mu_{D_2} \\ \vdots \\ \mu_{D_L} \end{bmatrix} \quad (16)$$

et :

$$C_{\vec{D}} = \begin{bmatrix} \sigma_{D_1}^2 & \text{cov}(D_1, D_2) & \dots & \text{cov}(D_1, D_L) \\ \text{cov}(D_2, D_1) & \sigma_{D_2}^2 & \dots & \text{cov}(D_2, D_L) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(D_L, D_1) & \text{cov}(D_L, D_2) & \dots & \sigma_{D_L}^2 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Dans la pratique, les attributs statistiques utilisés pour $D_1, D_2, \dots, D_L$ pourront être des moyennes et variances spatiales, valeurs médianes, maximales ou minimales, etc.

5 Résultats expérimentaux

Nous présentons ici les résultats expérimentaux obtenus par notre méthode de détection du mouvement, puis lorsque celle-ci est intégrée au processus de diffusions anisotropes couplées dans le but de débruiter une séquence d’images couleurs.

5.1 Détection du mouvement

Nous avons implémenté la méthode de détection du mouvement présentée dans le paragraphe 4.3 et comparée celle-ci à un simple gradient temporel lorsqu’on l’applique à une séquence bruitée. Les attributs statistiques utilisés dans cet exemple pour le vecteur $\vec{D}$ sont les moyennes (D_1) et variances (D_2) spatiales des intensités lumineuses $Y(x, y, z)$ des pixels du voisinage ($Y = 0.299R + 0.587V + 0.114B$).

Sur la figure 3, nous pouvons observer les résultats obtenus sur la séquence "Claire" (couleur, 352×288 , 160 trames, 15 fps) dégradée par un bruit gaussien additif, avec comme paramètres $P = 4$ et $M = 3$. On remarque rapidement sur la figure 3.b que la présence de bruit perturbe énormément la détection par gradient temporel, au point de la rendre inexploitable. En revanche, notre méthode semble présenter plus de robustesse, puisqu’on peut distinguer sur la figure 3.c les variations temporelles de la séquence qui correspondent à un vrai mouvement dans la scène qu’elle décrit et non au bruit.

Puisqu’elle semble assez efficace, nous allons pouvoir utiliser cette méthode de détection dans le processus de diffusions anisotropes spatiale et temporelle couplées présenté dans le paragraphe 4.2.

5.2 Débruitage de séquences couleur

Nous présentons ici les résultats obtenus par notre méthode de débruitage. Ces résultats sont également donnés en



(a) Séquence bruitée



(b) Gradient temporel



(c) Notre méthode

FIG. 3 – Détection des discontinuités temporelles sur la séquence "Claire" bruitée (trame n°16)

terme de PSNR, une mesure de distortion entre deux images de plus en plus contestée, notamment en compression, mais qui reste encore très utilisée pour évaluer des résultats de débruitage. Le PSNR s'exprime en dB ; nous le calculons pour chaque trame à l'aide de la formule usuelle :

$$PSNR(z) = 10 \log \left(\frac{255^2}{EQM(z)} \right) \quad (18)$$

avec :

$$EQM(z) = \frac{\sum_{x=0}^P \sum_{y=0}^Q \sum_{i=1}^3 (I_i(x, y, z) - I_{0i}(x, y, z))^2}{3 \times Q \times R} \quad (19)$$

avec $Q \times R$ la taille d'une trame.

Comme noté précédemment, nous décidons d'utiliser pour le lissage spatial comme pour le lissage temporel la fonction de diffusion suivante :

$$c(\|\nabla \vec{I}\|) = (1 + (\|\nabla \vec{I}\|/k)^2) e^{-(\|\nabla \vec{I}\|/k)} \quad (20)$$

L'allure de cette fonction de diffusion peut être observée sur la figure 4 pour différentes valeurs du seuil de diffusion ($\alpha = 1/k$). Contrairement à la fonction de Perona-Malik,

celle-ci ne procède qu'à une opération de lissage, sans relever les contours par diffusion inverse (cf 2.3).

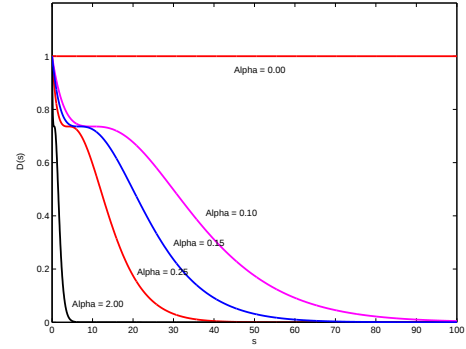


FIG. 4 – Fonction de diffusion $c(s)$

Sur les figures 5 et 6, nous pouvons observer les résultats obtenus par notre méthode de restauration sur la séquence "Claire" bruitée (couleur, 352×288 , 160 trames, 15 fps), avec comme paramètres de diffusion $\alpha_s = 0.4$, $\alpha_t = 4.0$ et $t = 15$ et pour la détection du mouvement des voisinages spatiaux et temporels respectivement de dimensions $M = 3$ et $P = 4$ (cf 4.3). On peut remarquer entre la figure 5.a et la figure 5.b une nette amélioration de la qualité visuelle de l'image après restauration. Ce résultat se traduit également par une augmentation du PSNR (Figure 6).

Nous présentons également sur les figures 7, 8, et 9 les résultats obtenus sur la séquence "Foreman" (couleur, 352×288 , 300 trames, 15 fps), dégradée à la suite d'une compression MPEG-4 bas débit (148kbps), effectuée à l'aide du Microsoft MPEG-4 Visual Reference Software version 2 FDAM1-2.3-001213. Ce standard de compression est en effet connu pour introduire différents artéfacts, tels des effets de bloc (effet "mosaïque") ou des effets d'oscillations autour des contours des objets d'une séquence ("ringing artifacts"). Les paramètres de diffusion sont cette fois $\alpha_s = 0.7$, $\alpha_t = 2.0$, $P = 4$, $M = 3$, et $t = 30$. En comparant la figure 7.b à la figure 7.a, nous pouvons remarquer que notre méthode permet d'atténuer également ce type de dégradations, même si ce résultat n'est pas confirmé en terme de PSNR (figure 9). La suppression des effets de bloc et d'oscillations peut être constatée plus aisément sur la figure 8, qui présente les contours de la figure 7.

6 Conclusion

Au cours de cet article, nous avons présenté une méthode de débruitage de séquences d'images couleur, par diffusions anisotropes spatiales et temporelles couplées. Pour les besoins de cette méthode, nous avons également proposé une technique de détection des discontinuités temporelles robuste au bruit. Les principaux avantages de notre méthode sont son efficacité pour différents types de dégra-

dations (bruit d'appareils d'acquisition, bruit de compression, etc.), sa stabilité, et sa rapidité (moins de 5 secondes pour 1 itération sur une séquence de 10 images couleur de taille 352×288^1 , sachant que le processus de débruitage ne nécessite généralement pas plus de 30 itérations). Des résultats expérimentaux, obtenus grâce à cette méthode, ont également été présentés. Ces résultats sont prometteurs, et ouvrent de nouvelles perspectives pour le traitement par EDP de séquences d'images. En ce qui concerne notre méthode, les travaux à venir vont consister à mettre au point une technique d'estimation automatique des paramètres de diffusion, afin d'obtenir un algorithme capable de travailler en mode non-supervisé. L'idéal serait en effet que cet algorithme puisse mesurer les dégradations sur une séquence quelconque, et déterminer les paramètres de diffusion optimaux pour la restaurer. L'intervention d'un utilisateur pour fixer ces paramètres ne serait alors plus nécessaire.

Références

- [1] P. Perona and J. Malik, "Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion," *IEEE transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, no. 7, pp. 629–639, 1990.
- [2] S. Osher and L. Rudin, "Feature-oriented image enhancing using shock filter," *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 27, no. 4, pp. 919–940, 1990.
- [3] L. Alvarez, P.-L. Lions, and J.-M. Morel, "Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion. ii," *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 29, no. 3, pp. 845–866, 1992.
- [4] J. Weickert, *Anisotropic Diffusion in Image Processing*, Ph.D. thesis, Dept. of Mathematics, University of Kaiserslautern, Germany, January 1996, Revised and extended version available as book (Teubner Verlag, Stuttgart, 1998).
- [5] F. Guichard, *Axiomatisation des analyses multi-échelles d'images et de films*, Phd thesis, University Paris. IX Dauphine, 1994.
- [6] L. Moisan, "A depth-compatible multiscale analysis of movies," Tech. Rep. CMLA No. 9803, Centre de Mathématiques et de Leurs Applications, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1998.
- [7] P. Kornprobst, R. Deriche, and G. Aubert, "Image sequence restoration : A pde based coupled method for image restoration and motion segmentation," in *Proceedings of the 5th European Conference on Computer Vision*, Hans Burkhardt and Bernd Neumann, Eds., Freiburg, Germany, June 1998, vol. II of *Lecture Notes in Computer Science*, pp. 548–562, Springer-Verlag.
- [8] S. Di Zenzo, "Note : A note on the gradient of a multi-image," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 33, no. 1, pp. 116–125, January 1986.
- [9] J.J. Koenderink, "The structure of images," *Biological Cybernetics*, vol. 50, no. 5, pp. 363–370, 1984.
- [10] R. Deriche and O. Faugeras, "Les EDP en Traitement des Images et Vision par Ordinateur," *Traitement du Signal*, vol. 13, no. 6, 1996.
- [11] G. Aubert and L. Vese, "A variational method in image recovery," *SIAM Journal on Numerical Analysis*, vol. 34, no. 5, pp. 1948–1979, 1997.
- [12] J. Weickert and B. Benhamouda, "A semidiscrete nonlinear scale-space theory and its relation to the Perona–Malik paradox," in *Advances in Computer Vision*, F. Solina, W. G. Kropatsch, R. Klette, and R. Bajcsy, Eds. 1997, pp. 1–10, Springer, Wien.
- [13] G. Sapiro and D.L. Ringach, "Anisotropic diffusion in color space," *IEEE transactions on image processing*, vol. 5, pp. 1582–1586, 1996.
- [14] P. Blomgren and Tony F. Chan, "Color tv : Total variation methods for restoration of vector valued images," *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 7, no. 3, pp. 304–309, March 1998.
- [15] D. Tschumperlé and R. Deriche, "Restauration d'images vectorielles par EDP," in *12ème Congrès RFIA'00*, Paris, France, Feb. 2000, vol. II, pp. 247–256.
- [16] E. Dubois and S. Sabri, "Noise reduction in image sequences using motion compensated temporal filtering," *IEEE transactions on communications*, vol. 32, no. 7, pp. 826–831, July 1984.
- [17] H.J. Eghbali, "K-s test for detecting changes from landsat imagery data," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 9, no. 1, pp. 17–23, 1979.
- [18] R. Jain and H.-H. Nagel, "On the analysis of accumulative difference pictures from image sequences of real world scenes," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 1, no. 2, pp. 206–214, 1979.
- [19] Y.Z. Hsu, H.H. Nagel, and G. Rekers, "New likelihood test methods for change detection in image sequences," *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, vol. 26, pp. 73–106, 1984.
- [20] P.C. Mahalanobis, "On the generalized distance in statistics," *Proceedings of the National Institute of Sciences of India*, vol. 2, no. 1, pp. 49–55, 1936.

¹Résultats obtenus sur un Pentium III 450MHz 128Mo



(a) Séquence bruitée (trame n°29)



(b) Séquence restaurée (trame n°29)

FIG. 5 – Restauration de la séquence "Claire" bruitée



(a) Séquence bruitée (trame n°82)



(b) Séquence restaurée (trame n°82)

FIG. 7 – Restauration de la séquence "Foreman" compressée

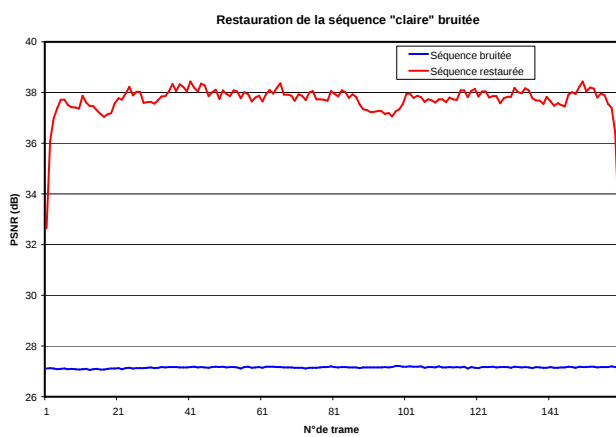


FIG. 6 – Restauration de la séquence "Claire" bruitée (PSNR)



(a) Séquence bruitée (trame n°82)



(b) Séquence restaurée (trame n°82)

FIG. 8 – Restauration de la séquence "Foreman" compressée (contours)

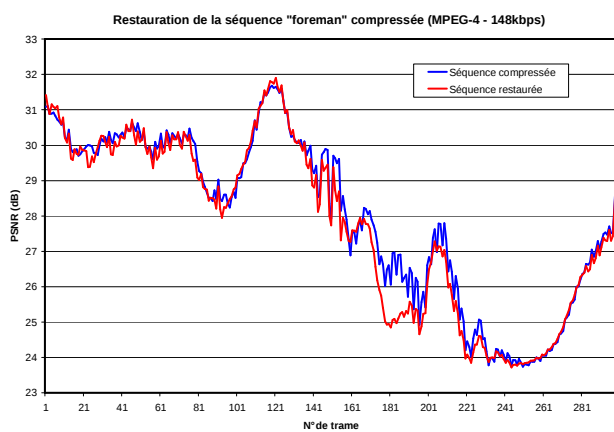


FIG. 9 – Restauration de la séquence "Foreman" compressée (PSNR)