

Segmentation d'images par compétition multirégion

Image segmentation by multiregion competition

A. Mansouri

A. Mitiche

C. Vázquez

INRS-Télécommunications, Université du Québec

Place Bonaventure, 800 de la Gauchetière Ouest, Bureau 6900,
Montréal, Québec, Canada, H5A 1K6
[mansouri,mitiche,vazquez]@inrs-emt.quebec.ca

Résumé

L'objet de cet article est l'étude d'une nouvelle représentation d'une partition d'un domaine d'image et de l'algorithme de segmentation d'images par compétition multirégion qu'elle permet. La compétition multirégion, réalisée par évolution de courbes, généralise la notion classique de segmentation par compétition introduite par Zhu et Yuille pour le cas d'une partition en deux régions, notion reprise comme fondement dans de nombreux travaux. Une partition du domaine d'image en un nombre donné quelconque de régions est ici représentée par une correspondance entre les régions de la partition et les régions définies par les courbes actives. Cette représentation est utilisée explicitement dans une fonctionnelle contenant deux termes classiques, l'un d'adéquation de la partition aux données et l'autre de régularisation. Les équations d'Euler-Lagrange correspondantes traduisent une évolution de courbes qui maintient une partition du domaine d'image en tout temps, la partition recherchée atteinte à convergence. Parce que le problème de la segmentation d'une image scalaire est analogue aussi bien à celui de la segmentation d'une image vectorielle que d'une segmentation par le mouvement ou la disparité, nous donnons une formulation commune, unifiée, de tous ces problèmes. Des résultats expérimentaux sont montrés.

Mots Clef

Segmentation d'images, compétition de régions, équations d'évolution de courbes, courbes de niveau

Abstract

The purpose of this study is to investigate a new representation of a partition of an image domain into a fixed but arbitrary number of regions, and its use in the context of region competition to provide an extensional level set multiregion competition algorithm. In contrast with the standard region competition formulation, the Euler-

Lagrange equations of this multiregion competition formulation form a system of coupled curve evolution equations easily amenable to a level set implementation. Minimization of the functional guarantees an unambiguous segmentation because a partition is maintained at all times during the evolution of the curves, the desired partition reached at convergence. We provide a common statement of the multiregion competition algorithm for intensity, motion, and disparity based segmentation. Experimental results are shown.

Keywords

Image segmentation, region competition, curve evolution equations, level sets

1 Introduction

La segmentation d'images est un problème fondamental en vision par ordinateur. Il se manifeste dans de nombreuses applications telles que l'analyse d'images biomédicales ou satellitaires, l'interprétation de scènes, le suivi d'objets en mouvement, l'indexation vidéo et bien d'autres. Suite à l'introduction des contours actifs [1] [2], plusieurs algorithmes de segmentation ont été développés sur la base d'un énoncé probabiliste bayésien du problème ou, de façon plus générale, sur la base d'un énoncé variationnel, se traduisant par la minimisation par évolution de courbes d'une fonctionnelle communément appelée énergie. Certains de ces algorithmes sont basés contours où seule l'information sur les contours actifs est prise en compte [3] [4], alors que d'autres sont basés régions, où l'information sur les contours aussi bien qu'à l'intérieur des régions qu'ils délimitent est prise en compte [5] [6] [7] [8] [9] [10] [11] [12]. Quoique le problème de la segmentation d'une image en deux régions se traite facilement, le problème est tout autre lorsqu'il s'agit d'une segmentation en plus de deux régions. Pour une segmentation en N régions on utilise $N - 1$ courbes simples fermées et l'approche standard consiste à identifier l'intérieur de

chaque courbe à une région de segmentation. Lorsque ces courbes se coupent, les régions qu'elles délimitent ne constituent pas une partition du domaine de l'image. Les formulations pour deux régions ne se généralisent donc pas simplement et on a souvent fait appel à des approximations diverses ou à des traitements qui écartent la solution du minimum de la fonctionnelle à minimiser. Les approches de généralisation préconisées à date sont les suivantes:

(1) Partant d'une *partition initiale* en régions délimitées par des courbes γ_i , faire évoluer $\Gamma = \cup \gamma_i$ selon les équations associées à la minimisation d'une fonctionnelle qui fait référence à Γ comme définissant une partition du domaine de l'image, chaque région de cette partition correspondant à l'intérieur d'une des courbes γ_i . C'est l'approche suivie par Zhu et Yuille [6], appelée *segmentation par compétition* dans le cas d'une segmentation en deux régions. Sa réalisation requiert une initialisation délicate et une représentation explicite des courbes comme ensemble de points de la grille d'échantillonnage qui ne permet pas de gérer les changements de topologie des courbes durant leur évolution. L'approche a donc une applicabilité limitée.

(2) Utiliser dans la fonctionnelle à minimiser un terme pour biaiser la solution vers des courbes définissant une partition [10] [9]. Si la valeur du coefficient de pondération affecté à ce terme est trop faible, la solution ne sera peut-être pas une partition. Si, par contre, elle est trop grande, les courbes évolueront principalement selon le terme de partition et la solution aura peu de lien avec l'image à segmenter puisque les autres termes, celui de l'adéquation de la partition aux données en particulier, seront négligés. Selon cette approche une partition n'est donc pas garantie.

(3) Utiliser une fonctionnelle qui résulte en des équations d'évolution de courbes où l'évolution de l'une fait référence aux autres ou aux régions qu'elles délimitent. C'est l'approche, dite entièrement globale, suivie par [12]. On peut ainsi obtenir une partition à convergence. Cependant, la formulation proposée dans [12] est pour le moins inconfortable car une segmentation en N régions ne peut se faire que pour des images vectorielles de dimension supérieure ou égale à $N - 1$. Par exemple, on ne peut pas segmenter une image d'intensité lumineuse en plus de deux régions, à moins de la filtrer pour en retirer un certain nombre de caractéristiques à utiliser. De plus, la fonctionnelle contient l'expression d'un volume en dimension $N - 1$ qu'il s'agit de minimiser, entraînant des calculs considérables. L'applicabilité de cette approche est donc limitée.

(4) Généraliser directement les équations d'évolution des courbes plutôt que la fonctionnelle elle-même [13]. Ceci permet l'usage de fonctions non différentiables comme *min* et *max* pour décrire la compétition entre régions, c'est à dire la recherche simultanée de l'acquisition de mêmes points par deux ou plusieurs régions. Lorsque possible, cette façon de généraliser une formulation pour deux régions est bien pratique mais a l'inconvénient de produire

une solution dont le lien au minimum de la fonctionnelle de départ n'est pas clair.

(5) Établir, explicitement, une correspondance entre les régions de partition et les régions définies par les courbes et leurs intersections. C'est la démarche adoptée dans [8] [11]. Ceci garantit donc une partition en tout temps durant l'évolution des courbes et la solution obtenue minimise la fonctionnelle du problème. La correspondance proposée dans [8], et utilisée dans [11], a cependant l'inconvénient d'être fondée sur un nombre de régions qui est une puissance de deux. Si ce nombre n'est pas une puissance de deux, on est confronté à un choix. Par exemple, pour une segmentation en neuf régions on utilise quatre courbes qui définissent, avec leurs intersections, seize régions. La façon de faire un choix et l'effet de ce choix ne sont pas tout-à-fait clairs.

L'objet de cet article est l'étude d'une nouvelle représentation d'une partition d'un domaine d'image et de l'algorithme de segmentation d'images par *compétition multirégion* qu'elle permet. L'algorithme de compétition multirégion, réalisé par évolution de courbes via ensembles de niveaux, généralise celui de segmentation par compétition introduit par Zhu et Yuille [6] et fondé sur la notion classique de compétition entre deux régions, notion d'ailleurs reprise comme fondement dans de nombreux travaux. Une partition du domaine d'image est ici représentée, comme dans [8], par une correspondance entre les régions de la partition et des régions que définissent les courbes actives. Contrairement à celle dans [8] basée sur un nombre de régions qui est une puissance de deux, cette correspondance permet de représenter une partition en un nombre quelconque de régions. Cette représentation est utilisée explicitement dans une fonctionnelle multirégion contenant deux termes classiques, l'un d'adéquation de la partition aux données et l'autre de régularisation. Les équations d'Euler-Lagrange correspondantes traduisent une évolution de courbes, mise en oeuvre via ensembles de niveaux, qui maintient une partition du domaine d'image en tout temps, la partition recherchée atteinte à convergence. Parce que le problème de la segmentation d'une image scalaire est analogue aussi bien à celui de la segmentation d'une image vectorielle que d'une segmentation par le mouvement ou la disparité, nous donnons une formulation par compétition multirégion commune, unifiée, de tous ces problèmes. Finalement, nous considérons une extension de l'algorithme pour tenir compte d'aberrations, comme les occultations qui surviennent souvent dans le cas du mouvement et de la disparité.

2 Modèles de base

Soit $\mathbf{I}_k : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, $k = 1, \dots, n$ une séquence d'images de domaine commun $\Omega \subset \mathbb{R}^2$. Nous partons d'une formulation bayésienne. L'estimé MAP $\{\mathbf{R}_i\}_{i=1}^N$ de la segmenta-

tion est donné par:

$$\begin{aligned}\{\hat{\mathbf{R}}_i\}_{i=1}^N &= \arg \max_{\{\mathbf{R}_i \subset \Omega\}} P((\mathbf{I}_k)_k | \{\mathbf{R}_i\}) P(\{\mathbf{R}_i\}) \\ &= \arg \max_{\{\mathbf{R}_i \subset \Omega\}} (P(\mathbf{I}_l | (\mathbf{I}_k)_{k \neq l}, \{\mathbf{R}_i\}) \\ &\quad P((\mathbf{I}_k)_{k \neq l} | \{\mathbf{R}_i\}) P(\{\mathbf{R}_i\}))\end{aligned}$$

Pour une segmentation basée image aussi bien que mouvement ou disparité, on peut modéliser la formation des images d'une séquence par le biais d'une famille de fonctions $(\phi_j)_{j=1}^N$ dont la valeur est une image et l'argument une séquence d'images:

$$\mathbf{I}_l = \sum_{j=1}^N \phi_j((\mathbf{I}_k)_{k \neq l}) \chi_{\mathbf{R}_j} + \mu \quad (1)$$

où $\chi_{\mathbf{R}_j}$ est la fonction d'appartenance à l'ensemble $\mathbf{R}_j$, définie par $\chi_{\mathbf{R}}(\mathbf{x}) = 1$ (resp. 0) si $\mathbf{x} \in \mathbf{R}$ (resp. $\mathbf{x} \notin \mathbf{R}$), et μ est un processus stationnaire de bruit blanc gaussien, de matrice de covariance Σ . Ce modèle de processus de formation d'images d'une séquence est assez général pour s'appliquer aussi bien à la segmentation basée image que mouvement ou disparité. Pour la segmentation basée image, les fonctions (ϕ_j) peuvent être, par exemple, définies par:

$$\phi_j((\mathbf{I}_k)_{k \neq l}) = \alpha_j \quad (2)$$

où $\alpha_j : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ est la restriction à la région $\mathbf{R}_j$ de l'image originale non bruitée. Pour la segmentation basée mouvement (resp. stéréo), la famille (ϕ_j) peut, par exemple, être définie par:

$$\phi_j((\mathbf{I}_k)_{k \neq l}) = \mathbf{I}_{l+1} \circ T_j$$

où $T_j : \Omega \rightarrow \Omega$ est la transformation de mouvement (resp. stéréo) correspondant à la région $\mathbf{R}_j$. On peut envisager un modèle de formation d'image plus général en considérant des fonctions (ϕ_j) qui dépendent de la segmentation $\{\mathbf{R}_i\}$. Cependant, ce niveau de généralité n'est d'aucune façon essentiel à l'exposé de la formulation que nous proposons et ne ferait qu'alourdir l'écriture. Nous supposons donc que les (ϕ_j) sont indépendants de la segmentation. Nous supposons aussi que ces fonctions sont déterminées à l'avance comme suggéré dans [9], ou sont évaluées itérativement en même temps que la segmentation comme dans [6].

En utilisant la propriété d'indépendance du processus de bruit μ , et considérant $(\mathbf{I}_k)_{k \neq l}$ indépendant de la segmentation, on a:

$$\begin{aligned}P(\mathbf{I}_l | (\mathbf{I}_k)_{k \neq l}, \{\mathbf{R}_i\}) &= \\ &= P\left(\sum_{j=1}^N \phi_j((\mathbf{I}_k)_{k \neq l}) \chi_{\mathbf{R}_j} + \mu | (\mathbf{I}_k)_{k \neq l}, \{\mathbf{R}_i\}\right) \\ &= \prod_{j=1}^N \prod_{\mathbf{x} \in \mathbf{R}_j} \mathcal{N}(\mathbf{I}_l(\mathbf{x}) - \phi_j((\mathbf{I}_k)_{k \neq l})(\mathbf{x}), \Sigma)\end{aligned}$$

où $\mathcal{N}(\nu, \Sigma)$ désigne la fonction gaussienne de moyenne ν et de matrice de covariance Σ . En prenant le logarithme du terme de droite, le problème devient:

$$\{\hat{\mathbf{R}}_i\}_{i=1}^N = \arg \min_{\{\mathbf{R}_i \subset \Omega\}} E[\{\mathbf{R}_i\}]$$

où

$$\begin{aligned}E[\{\mathbf{R}_i\}] &\equiv \sum_{j=1}^N \int_{\mathbf{R}_j} \xi_j(\mathbf{x}) d\mathbf{x} - \log P(\{\mathbf{R}_i\}) \quad (3) \\ \xi_j(\mathbf{x}) &\equiv \frac{1}{2} (\epsilon_j(\mathbf{x}))^t \Sigma^{-1} (\epsilon_j(\mathbf{x})) \\ \epsilon_j(\mathbf{x}) &\equiv \mathbf{I}_l(\mathbf{x}) - \phi_j((\mathbf{I}_k)_{k \neq l})(\mathbf{x})\end{aligned}$$

3 Segmentation par compétition multirégion

3.1 Représentation d'une partition

Lorsqu'on veut généraliser à plus de deux régions une méthode de segmentation en deux régions basée sur une évolution de courbes simples fermées, on peut éliminer toute ambiguïté de la solution produite en définissant et en utilisant de manière explicite une correspondance entre régions de segmentation et régions définies par les courbes qui garantissent une partition en tout temps durant l'évolution des courbes. Considérons une famille de $N - 1$ courbes paramétrées planes simples et fermées $\tilde{\gamma}_i : [0, 1] \rightarrow \Omega$, de paramètre $s \in [0, 1]$. Nous proposons ici la correspondance suivante: à la région de segmentation $\mathbf{R}_1$ on associe la région $\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}$ que délimite la courbe $\tilde{\gamma}_1$; à la région de segmentation $\mathbf{R}_2$ on associe la région $\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}$; de façon similaire, à la région $\mathbf{R}_3$ de la segmentation, on associe la région $\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}$ et en continuant cette construction, on associe à la région de segmentation $\mathbf{R}_k$ (pour $k \leq N - 1$) la région $\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}^c \cap \dots \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{k-1}}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_k}$. Finalement, on associe à la région de segmentation $\mathbf{R}_N$ la région $\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}^c \cap \dots \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{N-1}}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_N}^c = (\bigcup_{j=1}^{N-1} \mathbf{R}_j)^c$. La famille $\{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}, \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}, \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}, \dots\}$ ainsi obtenue définit sans aucune ambiguïté une partition du domaine de l'image, et ceci quelle que soit la famille de courbes planes simples et fermées $(\tilde{\gamma}_i)_{i=1}^{N-1}$. La partition que définit cette correspondance est illustrée à la figure 1.

3.2 Fonctionnelle de compétition multirégion

Avec notre choix de représentation d'une partition du domaine de l'image en N régions, la fonctionnelle

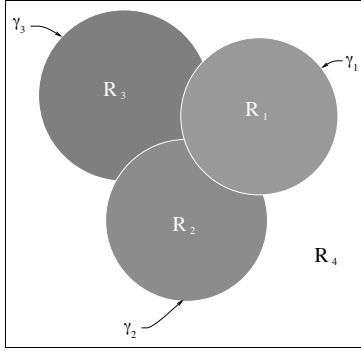


Figure 1: Représentation d'une partition.

d'énergie (3) devient:

$$\begin{aligned}
 E[\{\tilde{\gamma}_i\}_{i=1}^{N-1}] &= \int_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}} \xi_1(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + \\
 &+ \int_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}} \xi_2(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + \\
 &+ \int_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}} \xi_3(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + \\
 &+ \int_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{N-1}}} \xi_{N-1}(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + \\
 &+ \int_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}^c \cap \mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{N-1}}^c} \xi_N(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + \\
 &+ \lambda \sum_{j=1}^{N-1} \oint_{\tilde{\gamma}_j} ds
 \end{aligned} \tag{4}$$

3.3 Équations d'évolution des courbes

La minimisation par rapport aux courbes $(\tilde{\gamma}_j)_j$ de la fonctionnelle d'énergie E de l'équation (4) est effectuée en inscrivant les courbes $\tilde{\gamma}_i : [0, 1] \rightarrow \Omega, i = 1, \dots, N-1$ dans une famille paramétrée $\tilde{\gamma}_i : [0, 1] \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \Omega, i = 1, \dots, N-1$ et en résolvant les équations d'évolution suivantes:

$$\frac{d\tilde{\gamma}_j}{dt} = -\frac{\delta E}{\delta \tilde{\gamma}_j}, \quad j = 1, \dots, N-1.$$

La solution à ces équations est trouvée en réécrivant l'équation (4) de façon adéquate. En commençant par $\tilde{\gamma}_1$, on a:

$$\begin{aligned}
 E[\{\tilde{\gamma}_i\}_{i=1}^{N-1}] &= \int_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}} \xi_1(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + \int_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_1}^c} \Phi_1(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\
 &+ \lambda \oint_{\tilde{\gamma}_1} ds + \lambda \sum_{j=2}^{N-1} \oint_{\tilde{\gamma}_j} ds
 \end{aligned}$$

où la fonction $\Phi_1(\mathbf{x})$ est définie par:

$$\begin{aligned}
 \Phi_1(\mathbf{x}) &= \xi_2(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}}(\mathbf{x}) \\
 &+ \xi_3(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}}(\mathbf{x}) \\
 &+ \xi_{N-1}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}^c}(\mathbf{x}) \dots \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{N-2}}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{N-1}}}(\mathbf{x}) \\
 &+ \xi_N(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}^c}(\mathbf{x}) \dots \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{N-2}}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{N-1}}^c}(\mathbf{x})
 \end{aligned}$$

Parce que $\Phi_1(\mathbf{x})$ et $\sum_{j=2}^{N-1} \oint_{\tilde{\gamma}_j} ds$ ne dépendent pas de $\tilde{\gamma}_1$, la dérivée fonctionnelle $\frac{\delta E}{\delta \tilde{\gamma}_1}$ se calcule comme dans le cas de la compétition classique entre deux régions décrite dans [6]:

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta E}{\delta \tilde{\gamma}_1}(\tilde{\gamma}_1(s, t)) &= \\
 &[\xi_1(\tilde{\gamma}_1(s, t)) - \Phi_1(\tilde{\gamma}_1(s, t)) + \lambda \kappa_1(s, t)] \vec{n}_1(s, t)
 \end{aligned}$$

où $\vec{n}_1$ est la normale unitaire extérieure à $\tilde{\gamma}_1$, et κ_1 la fonction de courbure moyenne de $\tilde{\gamma}_1$.

Pour calculer la dérivée fonctionnelle $\frac{\delta E}{\delta \tilde{\gamma}_2}$ et obtenir l'équation d'évolution de $\tilde{\gamma}_2$, on réécrit la fonctionnelle (4) de la façon suivante:

$$\begin{aligned}
 E[\{\tilde{\gamma}_i\}_{i=1}^{N-1}] &= \int_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}} \chi_{\mathbf{R}_1^c}(\mathbf{x}) \xi_2(\mathbf{x}) d\mathbf{x} \\
 &+ \int_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_2}^c} \chi_{\mathbf{R}_1}(\mathbf{x}) \Phi_2(\mathbf{x}) d\mathbf{x} + \lambda \oint_{\tilde{\gamma}_2} ds + \lambda \sum_{j \neq 2} \oint_{\tilde{\gamma}_j} ds
 \end{aligned}$$

où $\Phi_2(\mathbf{x})$ est définie par:

$$\begin{aligned}
 \Phi_2(\mathbf{x}) &= \xi_3(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}}(\mathbf{x}) \\
 &+ \xi_4(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_4}}(\mathbf{x}) \\
 &\vdots \\
 &+ \xi_{N-1}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_4}^c}(\mathbf{x}) \dots \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{N-2}}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{N-1}}}(\mathbf{x}) \\
 &+ \xi_N(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_3}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_4}^c}(\mathbf{x}) \dots \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{N-2}}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\tilde{\gamma}_{N-1}}^c}(\mathbf{x})
 \end{aligned}$$

Comme $\Phi_2(\mathbf{x})$ et $\sum_{j \neq 2} \oint_{\tilde{\gamma}_j} ds$ ne dépendent pas de $\tilde{\gamma}_2$, la dérivée fonctionnelle $\frac{\delta E}{\delta \tilde{\gamma}_2}$ est calculée comme dans le cas de la compétition classique entre deux régions:

$$\begin{aligned}
 \frac{\delta E}{\delta \tilde{\gamma}_2}(\tilde{\gamma}_2(s, t)) &= (\chi_{\mathbf{R}_1}(\tilde{\gamma}_2(s, t)) [\xi_2(\tilde{\gamma}_2(s, t)) \\
 &- \Phi_2(\tilde{\gamma}_1(s, t))] + \lambda \kappa_2(s, t)) \vec{n}_2(s, t)
 \end{aligned}$$

où $\vec{n}_2$ est la normale unitaire extérieure à $\tilde{\gamma}_2$, et κ_2 la fonction de courbure moyenne de $\tilde{\gamma}_2$.

En procédant de façon similaire pour le calcul des dérivées fonctionnelles $\frac{\delta E}{\delta \tilde{\gamma}_j}$ pour tout j , la minimisation de la fonctionnelle de compétition est obtenue par le système

d'équations liées suivant:

$$\begin{aligned}
\frac{d\vec{\gamma}_1}{dt} &= -(\xi_1(\vec{\gamma}_1) - \Phi_1(\vec{\gamma}_1) + \lambda\kappa_1) \vec{n}_1 \\
\frac{d\vec{\gamma}_2}{dt} &= -(\chi_{\mathbf{R}_1^c}(\vec{\gamma}_2)[\xi_2(\vec{\gamma}_2) - \Phi_2(\vec{\gamma}_2)] + \lambda\kappa_2) \vec{n}_2 \\
&\vdots \\
\frac{d\vec{\gamma}_j}{dt} &= -(\chi_{\mathbf{R}_1^c}(\vec{\gamma}_j) \cdots \chi_{\mathbf{R}_{j-1}^c}(\vec{\gamma}_j) \\
&\quad [\xi_j(\vec{\gamma}_j) - \Phi_j(\vec{\gamma}_j)] + \lambda\kappa_j) \vec{n}_j \\
&\vdots \\
\frac{d\vec{\gamma}_{N-1}}{dt} &= -(\chi_{\mathbf{R}_1^c}(\vec{\gamma}_{N-1}) \cdots \chi_{\mathbf{R}_{N-2}^c}(\vec{\gamma}_{N-1}) \\
&\quad [\xi_{N-1}(\vec{\gamma}_{N-1}) - \Phi_{N-1}(\vec{\gamma}_{N-1})] \\
&\quad + \lambda\kappa_{N-1}) \vec{n}_{N-1}
\end{aligned} \tag{5}$$

où $\vec{n}_j$ est la normale unitaire extérieure et κ_j la fonction de courbure moyenne de $\vec{\gamma}_j$, pour $j = 1, \dots, N-1$, et $\Phi_j(\mathbf{x})$ est définie par:

$$\begin{aligned}
\Phi_j(\mathbf{x}) &= \xi_{j+1}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\vec{\gamma}_{j+1}}}(\mathbf{x}) \\
&+ \xi_{j+2}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\vec{\gamma}_{j+1}}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\vec{\gamma}_{j+2}}}(\mathbf{x}) \\
&\vdots \\
&+ \xi_{N-1}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\vec{\gamma}_{j+1}}^c}(\mathbf{x}) \cdots \chi_{\mathbf{R}_{\vec{\gamma}_{N-2}}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\vec{\gamma}_{N-1}}}(\mathbf{x}) \\
&+ \xi_N(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\vec{\gamma}_{j+1}}^c}(\mathbf{x}) \cdots \chi_{\mathbf{R}_{\vec{\gamma}_{N-2}}^c}(\mathbf{x}) \chi_{\mathbf{R}_{\vec{\gamma}_{N-1}}^c}(\mathbf{x})
\end{aligned}$$

3.4 Équations d'évolution des ensembles de niveau

Pour une description du formalisme des courbes de niveau et de méthodes numériques qui s'y rattachent, on peut se reporter à [14] [15].

On représente *implicitement* la courbe $\vec{\gamma}_j$ par le niveau zéro d'une fonction $u_j : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ (avec $j = 1, \dots, N-1$), telle que $u_j > 0$ à l'intérieur de la région délimitée par $\vec{\gamma}_j$, $j = 1, \dots, N-1$. Les équations d'évolution de u sont alors données par le système suivant d'équations différentielles liées:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial u_1}{\partial t}(\mathbf{x}, t) &= (\xi_1(\mathbf{x}) - \Phi_1(\mathbf{x}) + \lambda\kappa_1) \|\vec{\nabla} u_1(\mathbf{x}, t)\| \\
&\vdots \\
\frac{\partial u_j}{\partial t}(\mathbf{x}, t) &= (\chi_{\{u_1(\mathbf{x}, t) \leq 0\}} \cdots \chi_{\{u_{j-1}(\mathbf{x}, t) \leq 0\}} \\
&\quad [\xi_j(\mathbf{x}) - \Phi_j(\mathbf{x})] + \lambda\kappa_j) \|\vec{\nabla} u_j(\mathbf{x}, t)\| \\
&\vdots \\
\frac{\partial u_{N-1}}{\partial t}(\mathbf{x}, t) &= (\chi_{\{u_1(\mathbf{x}, t) \leq 0\}} \cdots \chi_{\{u_{N-2}(\mathbf{x}, t) \leq 0\}} \\
&\quad [\xi_{N-1}(\mathbf{x}) - \Phi_{N-1}(\mathbf{x})] \\
&\quad + \lambda\kappa_{N-1}) \|\vec{\nabla} u_{N-1}(\mathbf{x}, t)\|,
\end{aligned}$$

où $\chi_{\{u_k(\mathbf{x}, t) \leq 0\}} = 1$ si $u_k(\mathbf{x}, t) \leq 0$ et 0 autrement, et $\Phi_j(\mathbf{x})$ est donnée par:

$$\begin{aligned}
\Phi_j(\mathbf{x}) &= \xi_{j+1}(\mathbf{x}) \chi_{\{u_{j+1}(\mathbf{x}, t) > 0\}}(\mathbf{x}) \\
&+ \xi_{j+2}(\mathbf{x}) \chi_{\{u_{j+1}(\mathbf{x}, t) \leq 0\}}(\mathbf{x}) \chi_{\{u_{j+2}(\mathbf{x}, t) > 0\}}(\mathbf{x}) \\
&\vdots \\
&+ \xi_{N-1}(\mathbf{x}) \chi_{\{u_{j+1}(\mathbf{x}, t) \leq 0\}}(\mathbf{x}) \cdots \chi_{\{u_{N-2}(\mathbf{x}, t) \leq 0\}}(\mathbf{x}) \\
&\quad \chi_{\{u_{N-1}(\mathbf{x}, t) > 0\}}(\mathbf{x}) \\
&+ \xi_N(\mathbf{x}) \chi_{\{u_{j+1}(\mathbf{x}, t) \leq 0\}}(\mathbf{x}) \cdots \chi_{\{u_{N-2}(\mathbf{x}, t) \leq 0\}}(\mathbf{x}) \\
&\quad \chi_{\{u_{N-1}(\mathbf{x}, t) \leq 0\}}(\mathbf{x})
\end{aligned}$$

et κ_{u_j} est la fonction de courbure moyenne de u_j . L'expression de κ_u est donnée en fonction de u par:

$$\kappa_u = \vec{\nabla} \cdot \left(\vec{\nabla} u / \|\vec{\nabla} u\| \right)$$

Soit

$$\mathbf{R}_{u_i}(t) = \{\mathbf{x} \in \Omega \mid u_i(\mathbf{x}, t) > 0\}, \quad i = 1, \dots, N-1,$$

La segmentation recherchée est alors la famille de régions suivante, obtenue à convergence, i.e., lorsque $t \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned}
&\{ \mathbf{R}_{u_1}(t), \\
&\quad \mathbf{R}_{u_1}(t)^c \cap \mathbf{R}_{u_2}(t), \\
&\quad \mathbf{R}_{u_1}(t)^c \cap \mathbf{R}_{u_2}(t)^c \cap \mathbf{R}_{u_3}(t), \\
&\quad \vdots \\
&\quad (\cup_{j=1}^{N-1} \mathbf{R}_{u_j}(t))^c \}
\end{aligned}$$

4 Extension aux images avec aberrations

Le modèle de formation d'images que nous avons retenu à la section 2, exprimé par l'équation (1), n'est pas suffisamment représentatif dans certains cas, en particulier dans le cas où les images comportent des aberrations telles celles créées par les occultations. Des zones d'occultation apparaissent souvent en segmentation par le mouvement (ou la disparité) en présence de déplacements importants. Dans ce cas, il est difficile d'expliquer la relation entre les images d'une séquence par un modèle géométrique comme nous l'avons suggéré. Pour tenir compte de ce genre d'aberrations, nous introduisons une nouvelle région dans l'image: une région constituée par les points d'aberration. Une partition du domaine d'image sera donc maintenant constituée de $N+1$ régions $\{\mathbf{R}_i\}_{i=1}^{N+1}$, où la région $\mathbf{R}_{N+1}$ est celle des points d'aberration. Un modèle de formation d'image plus représentatif est alors:

$$\mathbf{I}_l = \left\{ \begin{array}{ll} \sum_{j=1}^{N+1} \phi_j((\mathbf{I}_k)_{k \neq l}) \chi_{\mathbf{R}_j} + \mu & \forall \mathbf{x} \in \cup_{j=1}^N \mathbf{R}_j \\ \nu & \forall \mathbf{x} \in \mathbf{R}_{N+1} \end{array} \right.$$

où ν est un processus aléatoire stationnaire de distribution uniforme. Le problème sera donc de déterminer la

partition MAP en $N + 1$ régions. Cette partition sera celle qui explique le mieux les données et ses aberrations. En procédant comme nous l'avons fait dans les chapitres précédents, on résout un problème de minimisation:

$$\{\hat{\mathbf{R}}_i\}_{i=1}^N = \arg \min_{\{\mathbf{R}_i \subset \Omega\}} E[\{\mathbf{R}_i\}_{i=1}^{N+1}]$$

où la fonctionnelle d'énergie $E[\{\mathbf{R}_i\}_{i=1}^{N+1}]$ est maintenant définie par:

$$E[\{\mathbf{R}_i\}_{i=1}^{N+1}] = \sum_{j=1}^N \int_{\mathbf{R}_j} \xi_j d\mathbf{x} + \int_{\mathbf{R}_{N+1}} C d\mathbf{x} - \log P(\{\mathbf{R}_i\})$$

où C est une constante. La procédure de résolution de ce problème est identique à celle décrite dans les chapitres précédent, obtenant des équations d'évolution de courbes via courbes de niveau similaires à celles du cas d'images sans aberration. Un exemple d'application de cette extension sera donné à la section suivante.

5 Résultats expérimentaux

Afin de valider les résultats de l'algorithme proposé, nous avons fait des tests sur plusieurs images naturelles. On présente d'abord des résultats sur des images en niveaux de gris. On présente ensuite des résultats d'application de la méthode pour une segmentation par le mouvement.

5.1 Segmentation d'images en niveaux de gris

On applique notre méthode à la segmentation d'images en niveaux de gris. La moyenne à l'intérieur des régions est le paramètre qui décrit la région. Nous utilisons donc le modèle d'image décrit par l'équation (2) où le paramètre α_j est la moyenne à l'intérieur de la région $\mathbf{R}_j$, estimé à partir de l'image $\mathbf{I}_l$ par:

$$\alpha_j = \frac{\int_{\mathbf{R}_j} \mathbf{I}_l(\mathbf{x}) d\mathbf{x}}{\int_{\mathbf{R}_j} d\mathbf{x}} \quad (7)$$

On simplifie le modèle davantage en considérant une variance constante et égale pour toutes les régions. Ceci implique que les processus décrivant le bruit à l'intérieur des régions sont indépendants. Nous verrons que même avec ce modèle très simplifié, nous obtenons de très bons résultats.

Le premier exemple est celui d'une image synthétique¹. Dans la figure 2 (a) on montre l'image fortement bruitée ($\sigma = 30$) et l'initialisation des courbes de niveau. En (b) on voit le résultat final de la segmentation et en (c) et (d) sont montrées les régions segmentées. La figure 3 montre la même image bruitée ($\sigma = 15$) avec un contraste réduit. Le résultat de la segmentation est aussi bon que dans le cas précédent.

¹Courtoisie de MGH CMA Internet Brain Segmentation Repository (IBSR)

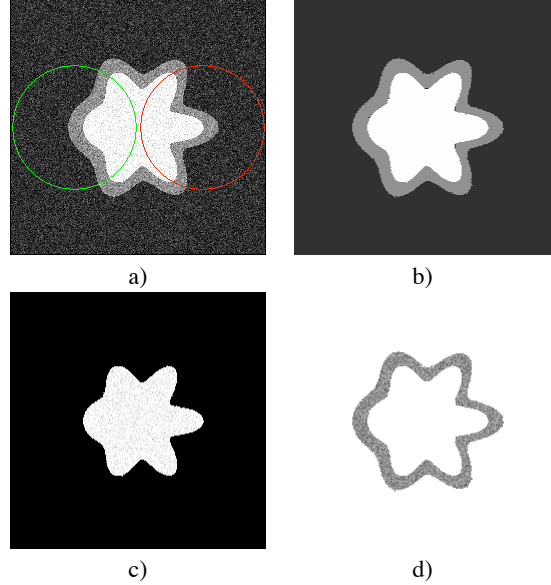


Figure 2: Image synthétique bruitée ($\sigma = 30$): a) initialisation, b) segmentation finale c) région blanche and d) région grise.

Le deuxième exemple est celui d'une image RMN du cerveau¹. Dans cette image il y a trois régions: la matière blanche à l'intérieur, la matière grise qui recouvre le cerveau, et le fond en noir. Il faut noter que la frontière entre les matières blanche et grise n'est pas bien définie. Les résultats pour cette image sont montrés à la figure 4, où on montre aussi, pour des fins de comparaison, la segmentation manuelle réalisée par un expert. Dans cette segmentation la matière blanche est représentée par le niveau d'intensité 255, la matière grise par le niveau 192 et le fond plan par le niveau zéro. Il y a une quatrième région dans l'image mais que nous affectons au fond. Le résultat de la segmentation est très bon pour le cortex du cerveau. La segmentation à l'intérieur ne coïncide pas tout-à-fait avec celle de l'expert, ce qui est normal parce que la différence en moyenne entre la matière grise à l'intérieur et la matière blanche est presque nulle. On doit souligner que nous n'avons pas utilisé de pré-traitement ou d'information spécifique à ce genre d'images.

Nous présentons deux exemples de segmentation d'images satellitaires (figures 5 et 6). Dans le premier exemple il s'agit d'une image d'un aéroport et dans le deuxième d'une zone urbaine.

Dans la figure 5, on voit l'image originale avec l'initialisation des courbes de niveau (a), une étape dans l'évolution des courbes (b), la segmentation finale représentée par les moyennes des régions (c) et les trois régions segmentées.

Pour le deuxième exemple, on peut visuellement identifier 4 régions dans l'image originale, figure 6 (a):

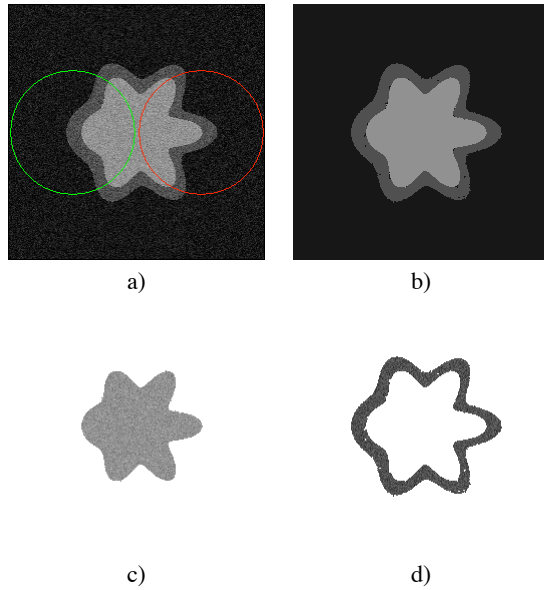


Figure 3: Image synthétique bruitée $\sigma = 15$ avec contraste réduit: a) initialisation, b) segmentation finale c) région blanche and d) région grise.

1. fleuve et bassins d'eau
2. forêt
3. aires de stationnement, toits de bâtiments et murs de séparation d'autoroute.
4. végétation autour des bâtiments et de l'autoroute.

Dans l'image de la figure 6 (b), on présente la segmentation finale obtenue avec la méthode proposée et représentée par les moyennes de régions, tandis qu'aux images (c), (d), (e) et (f) sont montrées les régions segmentées sur fond noir ou blanc (dépendant de la moyenne de la région). On voit clairement que le résultat de la segmentation est très bon. On peut cependant remarquer une zone de segmentation en bordure de la rivière, qui semble appartenir à la forêt. Cette zone est en réalité très ambiguë.

5.2 Segmentation par le mouvement

Ce second exemple nous permet de vérifier l'applicabilité de la formulation à la segmentation par le mouvement, et aussi de valider l'extension que nous avons proposée pour tenir compte d'images avec aberrations, les images dans cet exemple présentant de grandes zones d'occultation. L'image de la figure 7(a) a été obtenue en apposant sur une trame de la séquence *aqua*, trois coupures distinctes prises d'une trame de la séquence *tunnel*. Les trois coupures sont montrées sur fond blanc à la figure 7(b). La figure 7(c) montre la deuxième image utilisée dans cette expérience. Comme on peut facilement le constater, les

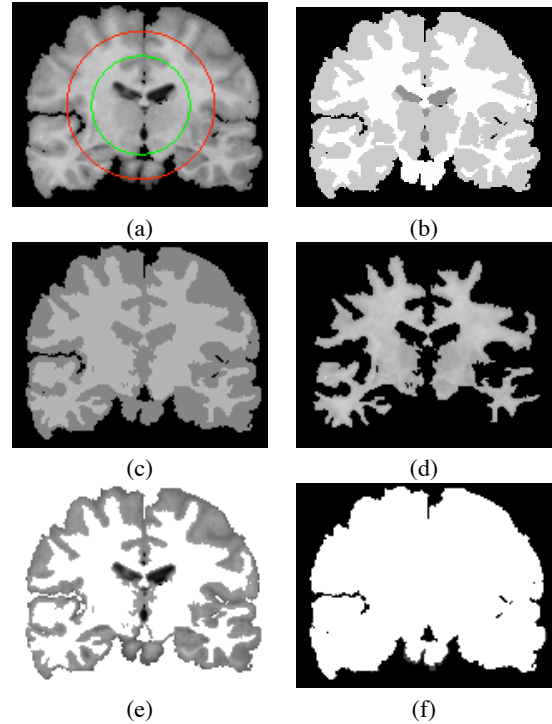


Figure 4: Segmentation par la moyenne: (a) image originale avec l'initialisation; (b) segmentation par un expert; (c) segmentation représentée par les moyennes de régions; (d) matière blanche; (e) matière grise; (f) fond.

trois coupures ont subi des mouvements importants et distincts. Les figures 7(d),(e),(f) et 8(a) montrent les résultats de segmentation par l'algorithme de base, i.e., qui ne tient pas compte des aberrations. Les résultats de la segmentation sont pour chaque région (coupure) individuellement (figures 7(d),(e),(f)) et pour l'ensemble (figure 8(a)). On peut constater que si les régions correspondant aux objets en mouvement ont été segmentées, une partie des zones d'occultation leur a été affectée. Lorsque la segmentation est estimée avec l'extension de l'algorithme (chapitre 4) qui prend en compte les aberrations (occultations dans ce cas), les résultats sont nettement meilleurs comme le montrent les figures 8(b), (c), (d), et (e).

6 Conclusion

Nous avons proposé une nouvelle représentation d'une partition du domaine d'image en un nombre quelconque de régions. Cette représentation a été utilisée de façon explicite dans une fonctionnelle que nous avons appelée *fonctionnelle de compétition multirégion*. L'algorithme qui découle des équations d'Euler-Lagrange, résolues via évolution de courbes actives et courbes de niveau, généralise celui de segmentation par compétition entre deux régions introduit par Zhu et Yuille. Nous avons

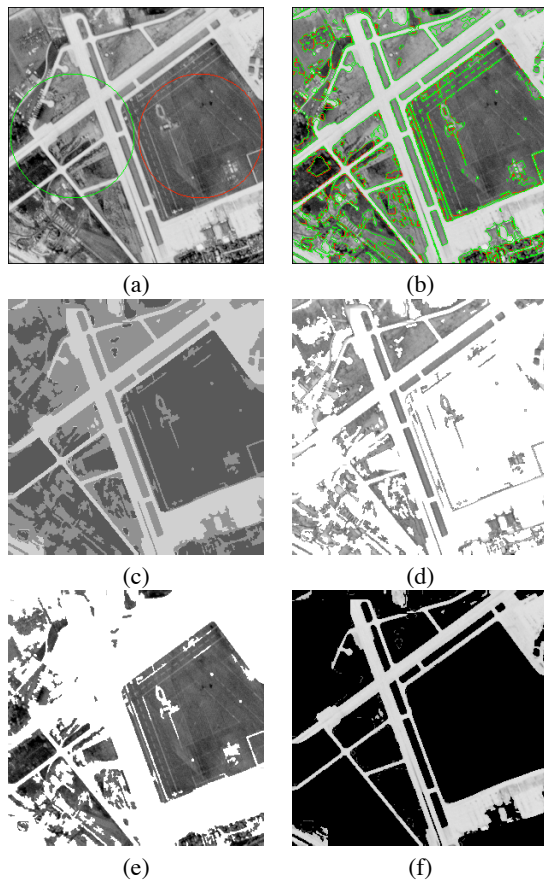


Figure 5: Segmentation par la moyenne: (a) image originale avec l'initialisation; (b) évolution de l'algorithme; (c) segmentation représentée par les moyennes de régions; (d) segmentation des trois régions: (d) végétation; (e) aires pavées et; (f) pistes.

représenté une partition du domaine d'image en un nombre quelconque de régions par une correspondance entre les régions de la partition et des régions que définissent les courbes actives. L'évolution de courbes, via courbes de niveau, maintient une partition du domaine d'image en tout temps, la partition recherchée atteinte à convergence. Parce que le problème de la segmentation d'une image scalaire est analogue aussi bien à celui de la segmentation d'une image vectorielle que d'une segmentation par le mouvement ou la disparité, nous avons donné une formulation par compétition multirégion commune de tous ces problèmes. Finalement, nous avons considéré une extension de l'algorithme pour tenir compte d'aberrations, comme les occultations qui surviennent souvent dans le cas du mouvement et de la disparité.

Financement de l'étude

Cette étude a bénéficié du financement du Conseil de Recherche en Sciences Naturelles et Génie du Canada

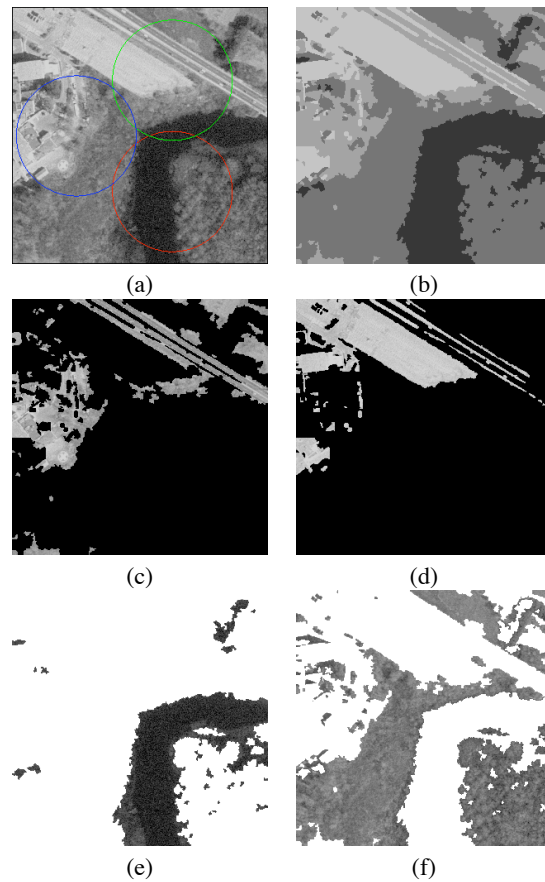


Figure 6: Segmentation par la moyenne: (a) image originale avec l'initialisation; (b) segmentation représentée par les moyennes de régions; (c) autoroute et aires autour des bâtiments; (d) aires de stationnement et toits de bâtiments; (e) fleuve; (f) forêt.

(CRSNG), subventions STR224122 et OGP 0004234.

References

- [1] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, "Snakes: Active contour models," *International Journal of Computer Vision*, vol. 1, pp. 321-331, 1987.
- [2] D. Terzopoulos, A. Witkin, " Constraints on Deformable Models: Recovering Shape an Non-Rigid Motion," *Artificial Intelligence*, vol. 36, pp. 91-123, 1988.
- [3] L. Cohen, "On Active Contour Models and Balloons," *CVGIP: Image Understanding*, vol 53, pp. 211-218, 1991.
- [4] V. Casseles, R. Kimmel, G. Sapiro, "Geodesic Snakes," *International Journal of Computer Vision*, 1998.

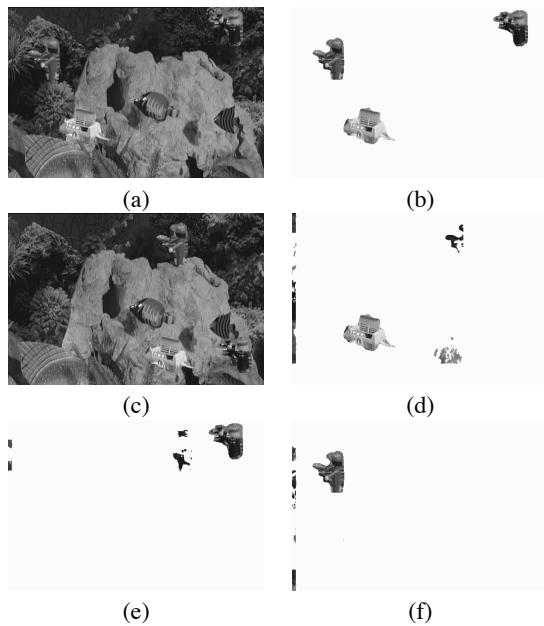


Figure 7: Segmentation par le mouvement et compétition multirégion sans prise en compte des occultations: (a) image au temps t (I_0); (b) régions en mouvement sur fond blanc I_0 ; (c) image au temps $t + 1$ (I_1); segmentation des trois objets en mouvement: (d) générateur; (e) caméra-man; (f) poupée.

- [5] R. Fonfard, "Region-Based Strategies for Active Contour Models," *International Journal of Computer Vision*, vol. 13, no. 2, pp. 229-251, 1994.
- [6] S.C. Zhu, A.L. Yuille, "Region Competition: Unifying Snake/balloon, Region Growing and Bayes/MDL/Energy for Multi-Band Image Segmentation," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 18, no. 9, 1996.
- [7] C. Samson, L. Blanc-Feraud, G. Aubert, and J. Zerubia, "A Level Set Method for Image Classification," *International Conference on Scale-Space Theories in Computer Vision*, pp. 306-317, 1999.
- [8] T. Chan, L. Vese, "An active contours model without edges," *International Conference on Scale-Space Theories in Computer Vision*, pp. 141-151, 1999.
- [9] A. Mansouri, J. Konrad, "Multiple motion segmentation with level sets," *Proc. Int. Conf. Image Processing*, vol. II, pp. 126-130, 1999.
- [10] N. Paragios, R. Deriche, "Coupled Geodesic Active Regions for Image Segmentation," *Proc. European Conference on Computer Vision*, 2000.
- [11] M. Rousson, R. Deriche, "A Variational Framework for Active and Adaptive Segmentation of Vector

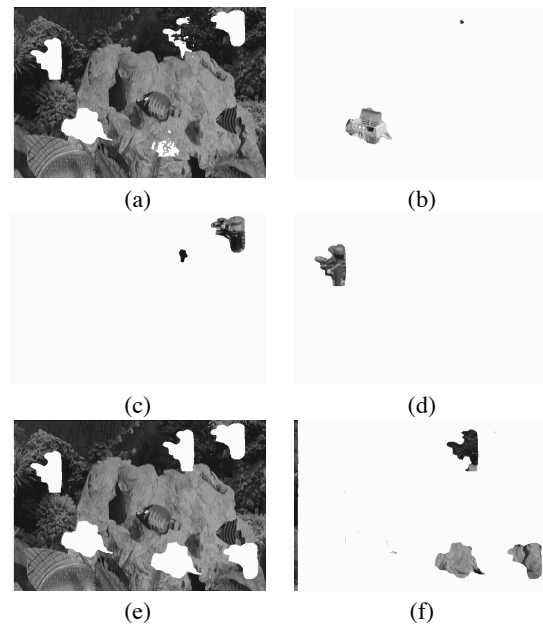


Figure 8: (a) Segmentation sans prise en compte des occultations; segmentation avec prise en compte des occultations: (b) générateur; (c) caméra-man; (d) poupée; (e) fond; (f) régions d'occultation.

- Valued Images," Tech. Report 4515, INRIA Sophia Antipolis, France, 2002.
- [12] A. Yezzi, A. Tsai, A. Willsky, "A Fully Global Approach to Image Segmentation via Coupled Curve Evolution Equations," *Journal of Visual Communication and Image Representation*, pp. 195-216, Vol. 13, No. 1/2, March/June 2002.
- [13] A. Mansouri, A. Mitiche, R. Feghali, "Spatio-Temporal Motion Segmentation via Level Sets Partial Differential Equations," *IEEE Southwest Symposium on Image Analysis and Interpretation*, Santa Fe, NM, pp. 243-247, April 2002.
- [14] S. Osher, J. Sethian, "Front Propagation with Curvature Dependent Speed: Algorithms Based on Hamilton-Jacobi Formulations," *Journal of Computational Physics*, vol. 79, pp. 12-49, 1988.
- [15] J.A. Sethian, *Level Set Methods*, Cambridge University Press, 1998.
- [16] G. Aubert, P. Kornprobst, *Mathematical Problems in Image Processing*, Springer Verlag, 2002.