

# Détermination d'une surface polyédrique continue optimale à partir d'un fouillis de plans

## Reconstruction of a polyhedral and continuous optimal surface from a crowd of 3D planes

Hassan Jibrini<sup>1,2,3</sup>, Marc Pierrot-Deseilligny<sup>2</sup>, Nicolas Paparoditis<sup>2</sup>, Henri Maître<sup>3</sup>.

<sup>1</sup>Faculté de Génie Civil  
Université d'Alep, Syrie

<sup>2</sup>Institut Géographique National  
2-4, avenue Pasteur 94165 Saint-Mandé

<sup>3</sup>GET – Télécom-Paris  
46, rue Barrault 75013 Paris

[prenom.nom@ign.fr](mailto:prenom.nom@ign.fr)

[henri.maitre@enst.fr](mailto:henri.maitre@enst.fr)

### Résumé

Cet article présente une méthode originale de détermination d'une surface polyédrique optimale applicable par exemple lors de la reconstitution de scènes en 3 dimensions par vision stéréoscopique. La méthode recherche, parmi une famille de plans recouvrant, l'agencement des facettes élémentaires qui minimise un critère combinant simplicité de forme et attache aux données. La recherche de cette surface repose sur un résultat théorique nouveau montrant l'équivalence entre surface polyédrique admissible et clique maximale d'un graphe de compatibilité calculé sur les facettes définies par les plans hypothèses. Ce travail a été développé dans le cadre de la constitution de modèles 3D urbains à partir d'un couple stéréoscopique d'images aériennes et d'une base de données planimétriques. Des résultats sont présentés et commentés.

### Mots-clés

Vision stéréoscopique, surface optimale, surface polyédrique, optimisation.

### Abstract

This paper presents an original method for the determination of an optimal polyhedral surface which can be applied for instance for the 3D modelisation of landscapes in stereovision. The method searches through a family of recovering planes the spatial ordering of elementary facets which minimises a criterion combining both simplicity in shape and data attachment. This surface research lies on a new theoretical result showing the equivalence between admissible polyhedral surface and maximal clique of a compatibility graph calculated on the facets defined by all plane hypotheses. This work has been developed in the context of the generation of 3D City Models from a stereopair and 2D ground maps. Some results are presented and discussed.

### Keywords

Stereovision, optimal surface, polyhedral surface, optimisation.

### 1 Introduction

Dans de nombreuses applications de vision par ordinateur, on est amené à reconstruire des surfaces tridimensionnelles à partir de points dispersés dans l'espace ou à partir de mesures de similarité obtenues par exemple par mise en correspondance entre images ou suivi dans des séquences. Ces mesures sont souvent regroupées en surfaces planes par des techniques de vote (test d'hypothèse ou transformation de Hough par exemple), puis ces surfaces sont assemblées de façon à reconstruire l'objet sous des contraintes propres à l'univers observé : cohésion et opacité des surfaces, le plus souvent pour le monde qui nous entoure. Lorsque les objets sont complexes et que les mesures sont bruitées et nombreuses, les hypothèses de plans peuvent être très nombreuses (quelques centaines). Si les contraintes sont faibles, le choix d'un assemblage convenable des portions de plans est un problème très difficile et de nature combinatoire qui décourage souvent la recherche de solutions exactes. C'est ce problème que nous traitons ici et auquel nous apportons une solution : nous montrons en effet que, sous des hypothèses que nous précisons, la surface recherchée appartient à un sous-ensemble réduit des surfaces possibles, les surfaces que nous appelons admissibles. Nous montrons ensuite que ces surfaces admissibles sont les cliques maximales d'un graphe de compatibilité construit à partir des plans initiaux. Nous pouvons alors soit trouver la solution exacte de ce problème, soit tirer profit des *a priori* connus pour rechercher par des heuristiques appropriées des solutions sous-optimales mais convenables. A notre connaissance ce travail n'a pas été traité dans la littérature.

Ce travail a été développé dans le cadre de la restitution tri-dimensionnelle de scènes urbaines à partir de photographies aériennes. Dans ce contexte, la qualité cartographique de la restitution tri-dimensionnelle est un des éléments clés de la qualité finale et il est au moins aussi important d'obtenir des modèles « propres » que d'obtenir une description géométrique précise. C'est ce qui nous a conduits à développer une méthode où la représentation des formes joue un rôle central et est spécialement adaptée au contexte. Nous montrons des résultats de cet algorithme appliqué qui illustrent l'efficacité de notre méthode.

## 2 Position du problème

Nous considérons que la scène observée appartient à un domaine fini  $D$  de l'espace tridimensionnel que nous assimilons à un cône à base polygonale et que nous appelons *l'espace objet*. La direction associée à l'axe du cône, notée  $z$ , est alignée avec l'axe d'observation. L'observateur est situé à  $z$  très grand.

Les faces de l'espace, parallèles à  $z$ , sont appelées les *limites verticales* de l'espace. Les faces perpendiculaires à  $z$  sont dites *horizontales* et celle définie pour  $z=0$  est appelée la *base* du domaine ; elle est décrite par les variables  $(x,y)$ . L'espace objet est défini pour  $0 \leq z \leq Z$  (voir figure 1).

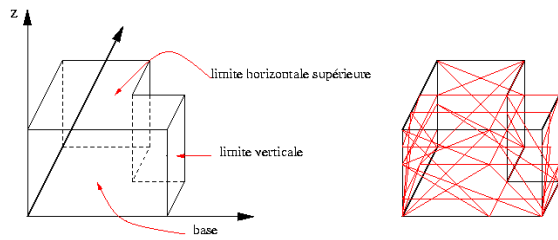


Figure 1 : l'espace image à gauche et les hypothèses de plan à droite

Nous disposons, dans cet espace, d'hypothèses de plans. Le travail théorique décrit ici est indépendant de l'origine exacte des plans ; on peut par exemple utiliser des détecteurs tels que ceux développés dans [1] et [2] dans le même contexte applicatif que le nôtre. Ce qui est important est que tous les plans nécessaires à une bonne reconstruction soient présents dans l'ensemble initial des plans. Ceci nous a conduits en pratique au choix d'un calcul par transformée de Hough dans un volume de corrélation qui permet d'avoir une détection assez exhaustive.

A chaque plan sont associées des *facettes*, c'est-à-dire des régions connexes de ce plan, limitées par les intersections avec les autres plans. A chaque facette  $F$  est associée une *mesure de qualité*  $q(F)$  (par exemple la somme des scores des votes dans la transformation de Hough ou la valeur moyenne des corrélations). On appelle *emprise* d'une facette la

projection de cette facette sur la base de l'espace objet.

Notre objectif est de trouver la meilleure surface polyédrique s'appuyant sur ces facettes et recouvrant le domaine d'observation. Pour cela, nous allons tout d'abord spécifier quel type de surface nous souhaitons trouver (nous les nommons des surfaces admissibles), puis quel score nous souhaitons optimiser, enfin la stratégie adoptée.

### 2.1 Surface admissible et score d'une surface

**Définition 1** : on dit qu'une surface  $S$  est admissible si elle vérifie les quatre propriétés :

1.  $S$  est de la forme  $z=f(x,y)$  ;
2.  $S$  est une surface continue ;
3.  $S$  s'appuie sur les plans détectés ;
4.  $S$  forme un recouvrement de la base du domaine.

Les propriétés 1, 2 et 3 expriment que la surface est polyédrique, continue et entièrement visible du point d'observation. L'hypothèse de visibilité de toutes les faces est naturelle lorsqu'un point d'observation est choisi. L'hypothèse de continuité est restrictive dans l'univers des objets tridimensionnels. A ce point de notre étude, nous ne pouvons malheureusement nous en passer.

On dit que deux facettes sont *compatibles* s'il existe une surface admissible qui passe par ces deux facettes.

Nous avons choisi une fonction de score constituée de deux termes : un terme d'attache aux données qui privilégie les surfaces utilisant des facettes de fort score, et une pénalité par le nombre de facettes utilisées, de façon à favoriser les surfaces simples.

Ainsi, une surface  $S$ , constituée des facettes  $F_i$ ,  $i=1 \dots N$  aura pour score  $\Sigma$  tel que :

$$\Sigma(S) = \sum_i^N q(F_i) - \Theta(N)$$

Par la suite, nous prendrons simplement  $\Theta(N) = \alpha N$  où  $\alpha$  est une constante, mais des formulations plus rigoureuses peuvent bien sûr être adoptées à partir de critères entropiques ou de MDL [6].

### 2.2 Présentation générale de la méthode

La stratégie que nous avons développée est la suivante :

1. On construit à partir des plans détectés et du volume englobant le *graphe des facettes*, un graphe 3D contenant les facettes et leurs relations topologiques d'adjacence ; la construction d'un tel graphe est un problème

classique de géométrie algorithmique, l'approche que nous utilisons est décrite dans [3].

2. Dans le graphe des facettes, on définit un *graphe de compatibilité* dont les nœuds sont les facettes et les arcs sont les couples de facettes compatibles (voir figure 2) ; ce graphe est utile pour notre problème car, comme on va le démontrer, les ensembles de facettes qui correspondent à une surface admissible, sont les cliques maximales de ce graphe. On construit donc explicitement ce graphe et cela est expliqué au prochain paragraphe.
3. Si la combinatoire du problème le permet, nous explorons alors l'ensemble des cliques maximales pour trouver la meilleure surface ; sinon, nous utilisons des heuristiques adaptées.

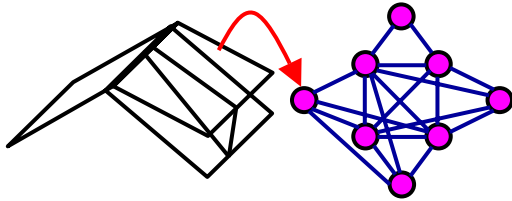


Figure 2 : graphe de facettes et graphe de compatibilité

### 2.3 Construction du graphe de compatibilité

Partant du graphe des facettes, la première étape consiste à le simplifier en supprimant les facettes qui ne peuvent appartenir à aucune surface admissible. Ainsi les plans qui rencontrent les faces horizontales de l'espace objet  $D$ , soit pour  $z = 0$ , soit pour  $z = Z$  doivent être limités aux arêtes appartenant à l'espace objet (voir figure 3). Il faut également supprimer les arêtes saillantes, c'est-à-dire celles dont une face cache l'autre. Cela est fait récursivement (voir la figure 3). Le calcul du graphe de compatibilité se fait ensuite par une construction progressive, facette par facette. Pour une facette  $F$  quelconque on calcule l'ensemble des facettes avec lesquelles elle est compatible. Pour cela on supprime toutes les facettes dont l'emprise a une intersection non vide avec celle de  $F$ , et on applique l'opération de suppression récursive des facettes saillantes au graphe résultant. La figure 4 illustre cette construction.

### 3 Démonstrations de l'équivalence surface optimale clique maximale

Nous démontrons maintenant que cette procédure garantit bien la construction du graphe de compatibilité et que la recherche des cliques maximales de ce graphe conduit aux solutions du problème.

### 3.1 Définitions préliminaires

**Définition 2 :** Une *facette admissible*  $F$  est une facette par laquelle il passe au moins une surface admissible. Un ensemble admissible de facettes est un ensemble de facettes  $\{F_1 \dots F_N\}$  tel qu'il existe au moins une surface admissible  $S$  qui contienne chacune des facettes.

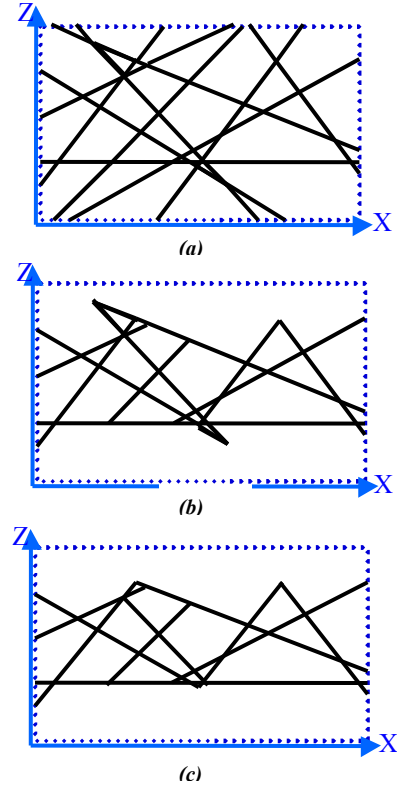


Figure 3 : vue latérale de l'espace objet : suppression récursive des facettes saillantes (ou localement inadmissibles). (a) Graphe 3D initial, (b) Graphe 3D après première suppression, (c) Graphe 3D final

**Définition 3 :** On appelle *arêtes de bords* les arêtes correspondant à des intersections entre les plans détectés et les limites verticales de l'espace  $D$ . On appelle *arête localement inadmissible* une arête  $A$ , qui n'est pas une arête de bord, et telle que toutes les facettes adjacentes à  $A$  se trouvent d'un même côté du plan vertical passant par  $A$ . Une *facette localement inadmissible* est une facette contenant au moins une arête localement inadmissible. Une propriété immédiate et très utile des facettes localement inadmissibles est :

**Propriété 1 :** Une facette localement inadmissible n'est jamais une facette admissible.

Cette propriété est facile à démontrer, mais la réciproque est fautive car il existe des facettes non admissibles mais qui ne sont pas localement inadmissibles.

Une facette localement inadmissible est donc une facette dont on peut dire, par le seul examen de son

voisinage (i.e. de ses facettes adjacentes) qu'elle n'est pas admissible

### 3.2 Graphe 3D localement admissible

Nous décrivons l'algorithme de suppression récursive des facettes localement inadmissibles dans un graphe 3D et nous étudions ses propriétés.

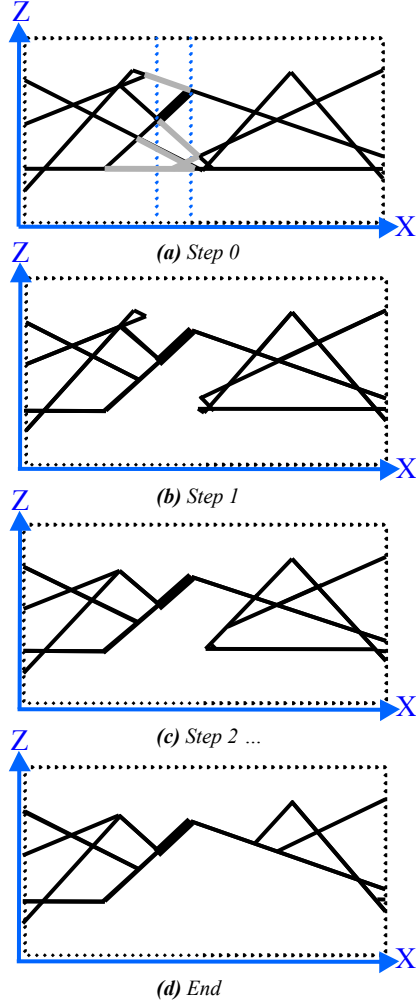


Figure 4 : calcul des facettes compatibles avec une facette  $F$  (en gras sur le dessin). (a) step0 on calcule les facettes recouvrantes, (b) step1 : on les supprime, (c) step 2,3,... on supprime récursivement les facettes saillantes, (d) End : on obtient les facettes compatibles.

**Algorithme 1:** Suppression récursive des facettes localement inadmissibles : Tant qu'il y a des facettes localement inadmissibles, les supprimer.

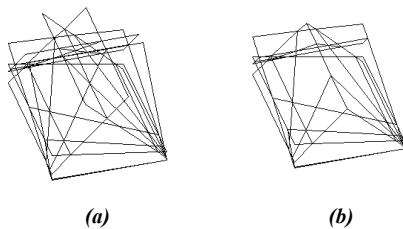


Figure 5 : Suppression récursive des facettes localement inadmissibles. (a) Avant, (b) Après.

Cet algorithme est récursif au sens où supprimer une facette localement inadmissible peut rendre localement inadmissible de nouvelles facettes. La figure 5 illustre le résultat de cet algorithme.

Le résultat de cet algorithme est un graphe sans facette localement inadmissible. Lorsque le résultat de cet algorithme est un graphe non vide (nous considérerons toujours par la suite qu'il est non vide), on dira que le graphe est localement admissible.

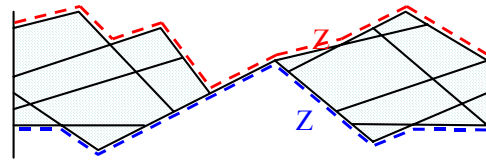


Figure 6 : Graphe localement admissible et surfaces enveloppes.

L'emprise de  $G$  est l'union des emprises des facettes sur la base ; les surfaces enveloppes notées  $Z^+(G)$  et  $Z^-(G)$  sont des surfaces, définies sur l'emprise de  $G$ , et correspondant respectivement au  $z$  maximum et au  $z$  minimum de toutes les facettes de  $G$  (cf. figure 6).

Ces définitions nous permettent d'énoncer deux propriétés utilisées par la suite.

**Propriété 2 :** Si  $G$  est localement admissible, son emprise est égale à la base.

En effet si ce n'était pas le cas, soit  $a$  une arête 2D limitant son emprise il est immédiat de voir que l'arête 3D  $A$  à l'origine de  $a$  ne pourrait pas être localement admissible.

**Propriété 3 :** Si  $G$  est localement admissible, les surfaces enveloppes sont des surfaces admissibles

Vérifions que les surfaces enveloppes satisfont les quatre propriétés caractéristiques des surfaces admissibles:

1. Elles sont de la forme  $z=f(x,y)$  puisque les facettes le sont ;
2. Elles sont continues ; supposons en effet qu'il y ait une arête  $A$  de discontinuité sur ces surfaces,  $A$  correspond à une arête  $A$  d'une facette de  $G$ , mais  $A$  ne pourrait pas être localement admissible ;
3. Elles s'appuient sur les plans détectés puisque les facettes le font ;
4. Elles forment un recouvrement de l'emprise d'après la Propriété 2.

### 3.3 Médiane sur les surfaces admissibles

Une opération que l'on utilisera dans la preuve de correction des algorithmes est le calcul de la surface médiane de surfaces ayant la même empreinte (c'est-à-dire la surface qui en chaque point a autant de surfaces au-dessus d'elle qu'en dessous). Pour 3 surfaces  $S_1, S_2, S_3$ , on la notera  $Med(S_1, S_2, S_3)$ . La Figure 7 représente un exemple de construction de surface médiane (la ligne rouge y représente la surface médiane de  $S_2, Z^+$  et  $Z$ ).

Cette surface possède la propriété suivante :

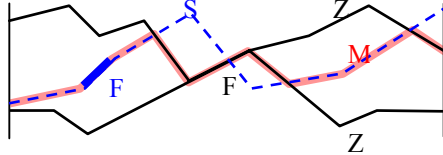


Figure 7: Surface médiane passant par deux facettes compatibles

**Propriété 4 :** Si  $S_1, S_2, S_3$  sont des surfaces admissibles alors  $Med(S_1, S_2, S_3)$  est aussi une surface admissible

En effet la vérification des quatre propriétés caractéristiques des surfaces admissibles est immédiate (un résultat classique indique que les opérations de médiane, maximum, minimum sont des opérations stables dans l'ensemble des fonctions continues).

### 3.4 Preuve de correction de la méthode de génération des surfaces admissibles

Comme on l'a indiqué plus haut, on procède tout d'abord à une simplification du graphe des facettes en supprimant les arêtes ayant des intersections avec les limites horizontales, puis en supprimant récursivement les arêtes localement inadmissibles.

Par ailleurs, dans notre contexte particulier cette opération confère au graphe résultat une propriété intéressante :

**Propriété 5 :** A l'issue de la simplification initiale, toutes les facettes sont admissibles (au lieu d'être seulement non localement inadmissibles comme c'est le cas en général).

Cela peut être montré par le raisonnement suivant si  $G$  est non vide :

- Les surface enveloppes sont admissibles d'après la **Propriété 3** ;
- Soit  $F$  une facette et  $P$  le plan supportant  $F$ , alors la surface  $S$  définie par  $Med(P, Z^+(G) \text{ et } Z^-(G))$  est une surface admissible (on n'est pas tout à fait dans les conditions de la **Propriété 4** puisque  $P$  elle

même n'est pas une surface admissible, mais le raisonnement est identique);

Dans la suite on ne considère plus que des graphes après simplification.

#### 3.4.1 Calcul du graphe de compatibilité

**Définition 5 :** On appelle graphe de compatibilité le graphe dont les sommets sont les facettes et les arcs les couples de facettes compatibles.

On note  $Comp(F)$  l'ensemble des facettes compatibles avec  $F$ .

Pour calculer le graphe de compatibilité on calcule  $Comp(F)$  pour toutes les facettes de  $G$ . Pour cela on utilise l'algorithme suivant.

**Algorithme 2 :** Calcul des facettes compatibles avec une facette donnée.

Pour une facette  $F$  : soit le graphe  $G_1(F)$  le graphe obtenu en ayant supprimé toutes les facettes (hors  $F$  elle-même) dont l'empreinte est d'intersection non vide avec celle de  $F$ .

Soit  $G_2(F)$  le graphe obtenu par suppression récursive des facettes localement inadmissibles dans  $G_1$  (utiliser l'**algorithme 1**), alors  $G_2(F)$  contient exactement les facettes de  $Comp(F)$ .

Nous devons prouver que l'algorithme est correct et donc que  $G_2(F) = Comp(F)$ .

Montrons que  $Comp(F) \subset G_2(F)$  : la relation  $Comp(F) \subset G_1(F)$  est évidente puisque les facettes recouvrant partiellement  $F$  sont incompatibles avec  $F$ . Ensuite lors de la phase de suppression récursive, considérons la première fois, si elle existe, où l'on supprimerait une facette courante  $F_C$  qui ferait partie de  $Comp(F)$ . Soit  $G_C$  le graphe courant avant suppression, alors soit  $S_C$  une surface admissible passant par  $F_C$  et  $F$ ,  $S_C$  serait incluse dans  $G_C$  (puisque  $S_C \subset Comp(F) \subset G_C$ ) ce qui veut dire que  $F_C$  serait admissible dans  $G_C$  et contredit le fait que  $F_C$  est localement inadmissible.

Pour montrer que  $G_2 \subset Comp(F)$  on utilise la construction suivante:

- Soit  $F_2$  une facette de  $G_2$  et soit  $Z_2^-$  et  $Z_2^+$  les surfaces enveloppe de  $G_2$ , on a nécessairement  $Z_2^- \leq F_2 \leq Z_2^+$  (par définition des surfaces enveloppes) ;

- $Z_2^-$  et  $Z_2^+$  passent par  $F$  puisque l'on a supprimé dans  $G_2$  toutes les surfaces au dessus ou en dessous de  $F$  ;
- Soit  $S_2$  une surface admissible passant par  $F_2$  (il en existe nécessairement une puisque d'après la **Propriété 5** toutes les facettes restant dans le graphe après la simplification initiale sont admissibles) ;
- Soit  $M_2$  la surface médiane de  $S_2$ ,  $Z_2^-$  et  $Z_2^+$  ;
- $M_2$  est une surface admissible (**Propriété 4**) ;
- $M_2$  contient  $F_2$  puisque  $Z_2^- \leq F_2 \leq Z_2^+$  et que  $S_2$  contient  $F_2$  ;
- $M_2$  contient  $F$  puisque  $Z_2^-$  et  $Z_2^+$  passent par  $F$  ;
- donc  $F$  et  $F_2$  sont compatibles.

### 3.4.2 Clique maximale et surfaces admissibles

Nous allons voir maintenant que les surfaces admissibles sont exactement les cliques maximales du graphe de compatibilité.

Soit  $S$  une surface admissible, il est évident que  $S$  est une clique du graphe de compatibilité. Il est aussi évident que  $S$  est une clique maximale.  $S$  assure un recouvrement de l'emprise, donc toute facette  $F_1$  en dehors de  $S$ , aurait un recouvrement non nul avec au moins une facette  $F_2$  de  $S$  et serait donc incompatible avec  $F_2$ .

Pour montrer que toute clique maximale définit une surface admissible, nous allons d'abord montrer que toute clique du graphe de compatibilité définit un ensemble admissible de facettes. Nous effectuons cette démonstration par récurrence sur les éléments d'une clique :

- Le résultat est évidemment vrai pour une clique  $\{F_1, F_2\}$  à deux facettes ;
- Supposons donc le résultat vrai pour  $N$  et montrons le pour  $N+1$  ;
- Soit  $\{F_1, F_2 \dots F_{N+1}\}$  une clique de taille  $N+1$  ;
- Soit  $S_N$  une des surfaces admissibles qui par hypothèse de récurrence passent par  $\{F_1, F_2 \dots F_N\}$  ;
- Soit  $Z^-$  et  $Z^+$  les surfaces enveloppes de  $Comp(F_{N+1})$  ;
- $\forall K, 1 \leq K \leq N$ , on a  $Z^- \leq F_K \leq Z^+$ , puisque  $F_{N+1}$  est compatible avec  $F_K$  ;

- On voit alors que la surface médiane de  $S_N$ ,  $Z^-$  et  $Z^+$  est une surface admissible (voir figure 8) qui contient toute la clique  $\{F_1, F_2 \dots F_{N+1}\}$  ;

Soit enfin une clique maximale, nous venons de voir que c'est aussi un ensemble admissible de facettes, il est alors immédiat que c'est aussi une surface admissible (si elle est incluse de manière stricte dans une surface admissible, alors les facettes "manquantes" peuvent compléter la clique).

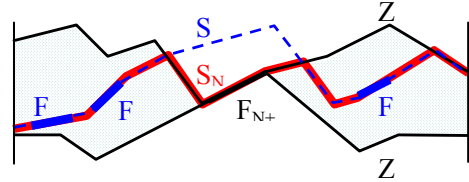


Figure 8 : Surface médiane admissible passant par  $F_1, F_2 \dots F_N, F_{N+1}$ .

### 3.5 Calcul des meilleures surfaces par recherche de cliques.

A partir des résultats précédents, nous avons démontré que les surfaces admissibles sont exactement les cliques du graphe de compatibilité. Nous disposons donc d'un moyen relativement aisé pour parcourir les surfaces ; le problème est bien sûr NP complet et le nombre de cliques croît exponentiellement en fonction du nombre de facettes mais dans la majorité des cas l'exploration combinatoire est possible.

Si la combinatoire le permet, nous parcourons donc exhaustivement l'ensemble de toutes les cliques maximales en utilisant l'algorithme de Tsukiyama [7]. Sinon, nous utilisons une heuristique décrite en détail dans [4] pour diminuer la taille du graphe jusqu'à ce que la combinatoire soit acceptable.

Le principe de cette heuristique est de mélanger, dans une relaxation probabiliste les heuristique classique "best in" et "worst out" [5]. Les sommets du graphe sont classés dans trois catégories :  $C_0$  : « à conserver sûrement » ;  $C_2$  : « à rejeter sûrement »,  $C_1$  : « indéterminé avec une probabilité d'être dans une des deux classes ». Au fur à mesure des itérations on recalcule les probabilités des nœuds  $C_1$ , en fonction de l'étiquetage des nœuds voisins et de la fonction de coût. Par ailleurs, après chaque itération une partie des nœuds de classe  $C_1$  sont affectés à la classe  $C_0$  ou  $C_2$  en fonction d'un seuil qui évolue pendant l'algorithme.

Enfin un avantage de cette approche combinatoire est de permettre d'obtenir non seulement la meilleure solution, mais aussi les deuxième, troisième etc. meilleures solutions, ce qui s'avère intéressant dans le cadre d'un processus de correction.

## 4 Résultats

La méthode présentée ci-dessus a été expérimentée avec succès dans un processus de reconstruction tridimensionnelle de bâtiments en imagerie aérienne à très haute résolution. Dans cette application nous utilisons un couple d'images d'un milieu urbain dense ainsi qu'un cadastre qui nous sert à focaliser notre attention autour de chaque bâtiment et à délimiter l'espace objet  $D$  : la stéréovision suivie d'une analyse de l'espace des appariements nous donne des hypothèses de plans qui permettent de construire le graphe 3D. La méthode est totalement décrite dans [4]. Nous voyons sur la figure 9 le résultat de la méthode sur une centaine de bâtiments, et sur les figures 10 et 11, le résultat sur des bâtiments individuels de forme complexe. Ces résultats ont été obtenus avec la fonction de coût décrite plus haut. Le paramètre  $\alpha$  pondérant le terme de régularité par rapport à celui d'attache aux données a été fixé dans toute nos applications à la valeur 0.03. Cette valeur a été calculée sur une zone d'apprentissage contenant une centaine de bâtiments de manière à maximiser le pourcentage de résultats jugés bons par un opérateur.

Compte tenu des moyens de calcul utilisés, nous ne pouvons utiliser la recherche exhaustive que si le graphe initial est de taille modérée (moins de 60 sommets typiquement). Cependant, en utilisant l'heuristique proposée ci-dessus des graphes de plus de 200 nœuds ont été traités avec succès.

L'évaluation quantitative de ce type de travail est un problème difficile puisqu'il s'agit de décider si le résultat d'un algorithme est une caricature acceptable, selon certains critères, de la réalité. Elle est donc éminemment subjective. Nous avons cependant demandé à un opérateur de classer, sur deux types de paysage, les résultats de l'algorithme selon trois catégories :

- Bon : le résultat est compatible avec des spécification de saisie dans des images de cette résolution (25cm) ;
- Moyen : le résultat est trop généralisé mais serait compatible avec des spécifications de saisie dans des images de pixels sol compris entre 0.5 et 1 mètre ;
- Mauvais : la forme extraite n'est pas une caricature acceptable.

Sur 365 bâtiments complexes du centre ville d'Amiens (cf. figure 9) on obtient :

- 65% bons, 20% moyens, 15% mauvais ;

Sur 192 bâtiments de zones pavillonnaires (formes de toits plus simples) on obtient :

- 83% bons, 15% moyens, 2% mauvais.

On voit que si la méthode n'est pas forcément adaptée au contexte où seules comptent les reconstructions parfaites ; elle est par contre pertinente dans un contexte, comme celui de la cartographie, où, à défaut de perfection, on préfère

toujours une restitution trop simple à l'invention de détails inexistantes.

Par ailleurs, la précision géométrique des plans injectés en entrée de ce travail (par transformée de Hough) a fait l'objet de mesure qualité par rapport à une référence manuelle. On obtient des plans avec une écart angulaire RMS de  $2^\circ$  et un écart moyen de localisation de 50 cm par rapport à la référence (celle-ci étant elle-même parfois erronée).

|                | Nbre de bâtiments | bons | moyens | mauvais |
|----------------|-------------------|------|--------|---------|
| Centre ville   | 365 %             | 65 % | 20 %   | 15 %    |
| Zone pavillon. | 192 %             | 83 % | 15 %   | 2 %     |

## 5 Conclusion

Nous avons présenté dans cet article une méthode de reconstruction de surface 3D polyédriques par optimisation globale d'une fonction de coût (mélangeant classiquement attache aux données et simplicité). Cette méthode ne se compare pas à la plupart des techniques classiques car elle recherche une surface polyédrique continue recouvrant les objets de la scène. La surface est optimisée tant en géométrie qu'en topologie. La méthode proposée permet de choisir très librement la fonction de coût et la pondération entre fidélité aux données et simplicité de représentation. L'algorithme permettrait également d'optimiser un critère de type longueur de description minimum (MDL – [6]) si l'on souhaitait une optimisation au maximum de vraisemblance.

## Bibliographie

- [1] C. Baillard, C. Schmid, A. Zisserman, A. Fitzgibbon, « Automatic line matching and 3D reconstruction of buildings from multiple views », *ISPRS'99 conference*, pp. 69-80, Munich, Allemagne, Septembre, 1999.
- [2] M. Cord, « Analyse d'images aériennes haute résolution : détection et modélisation du bâti en zone urbaine », *Thèse de doctorat de l'Université de Cergy-Pontoise*, Paris, France, 1998.
- [3] H. Edelsbrunner, « Algorithm in Combinatorial Geometry », *EATCS Monograph on Theoretical Computer Science*, Vol. 17, Springer Verlag, 1987.
- [4] H. Jibrini, « Reconstruction automatique des bâtiments en modèles polyédriques 3D à partir de données cadastrales vectorisées et d'un couple d'images aériennes à haute résolution », *Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications*, Paris, France, Avril 2002.
- [5] R. Kopf, G. Ruhe, « A computational study of the weighted independent set problem for general

graphs », *Foundations of Control Engineering*, Vol. 12, pp. 167-180, 1987.

[6] J. Rissanen, «Modelling by shortest data description, *Automatica* 14, pp.465-471, 1978.

[7] S. Tsukiyama, M. Ide, I Hirakawa, «A New Algorithm for Generating all the Maximal Independent Sets », *SIAM J. Comput* 6, pp. 505-517, 1977.

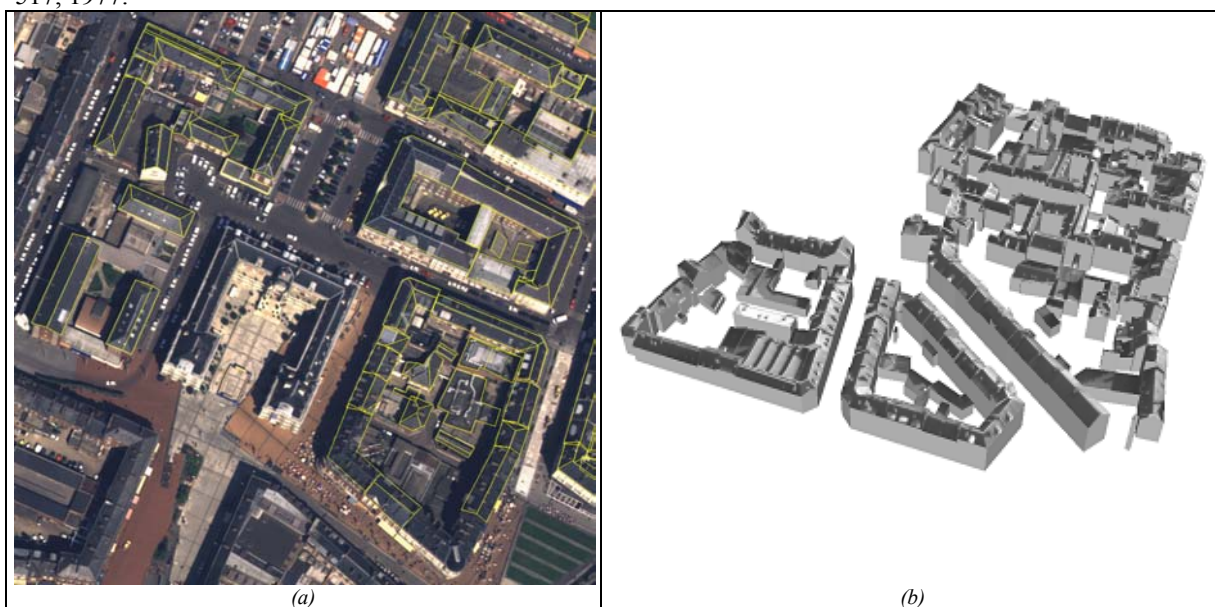


Figure 9 : Résultats de la méthode appliquée à la reconstruction d'une zone urbaine. (a) une image d'un couple stéréoscopique sur la ville d'Amiens avec un pixel sol de 25 cm) avec superposition en filaire de la reconstruction 3D des toits, (b) vue 3D du modèle 3D avec textures des toits provenant des images du couple stéréoscopique.

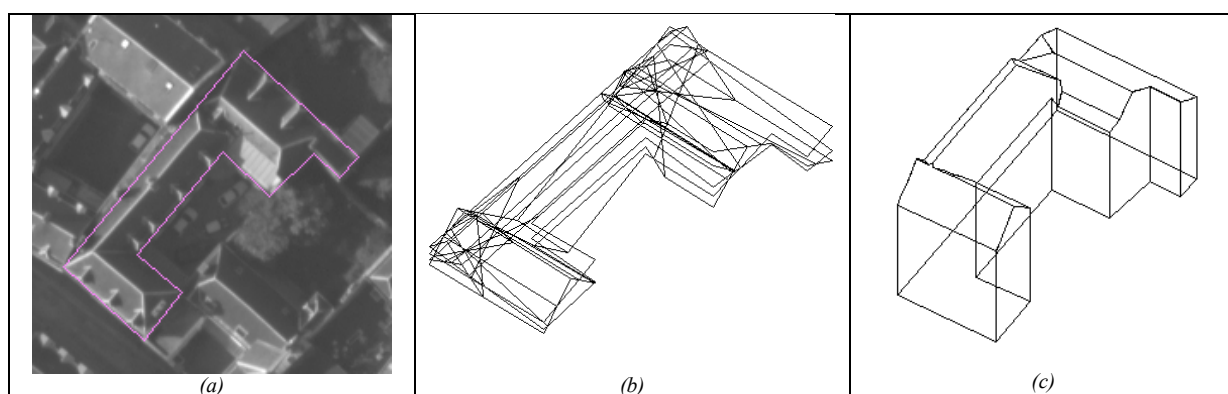


Figure 10 : Exemple de résultat d'une reconstruction 3D sur un bâtiment complexe. (a) un extrait d'une des deux images d'un couple stéréoscopique panchromatique avec superposition de l'emprise du bâtiment donné par le cadastre, (b) fouillis de plan, (c) surface optimale avec rajout des façades verticales obtenues par extrusion sur un Modèle Numérique de Terrain.

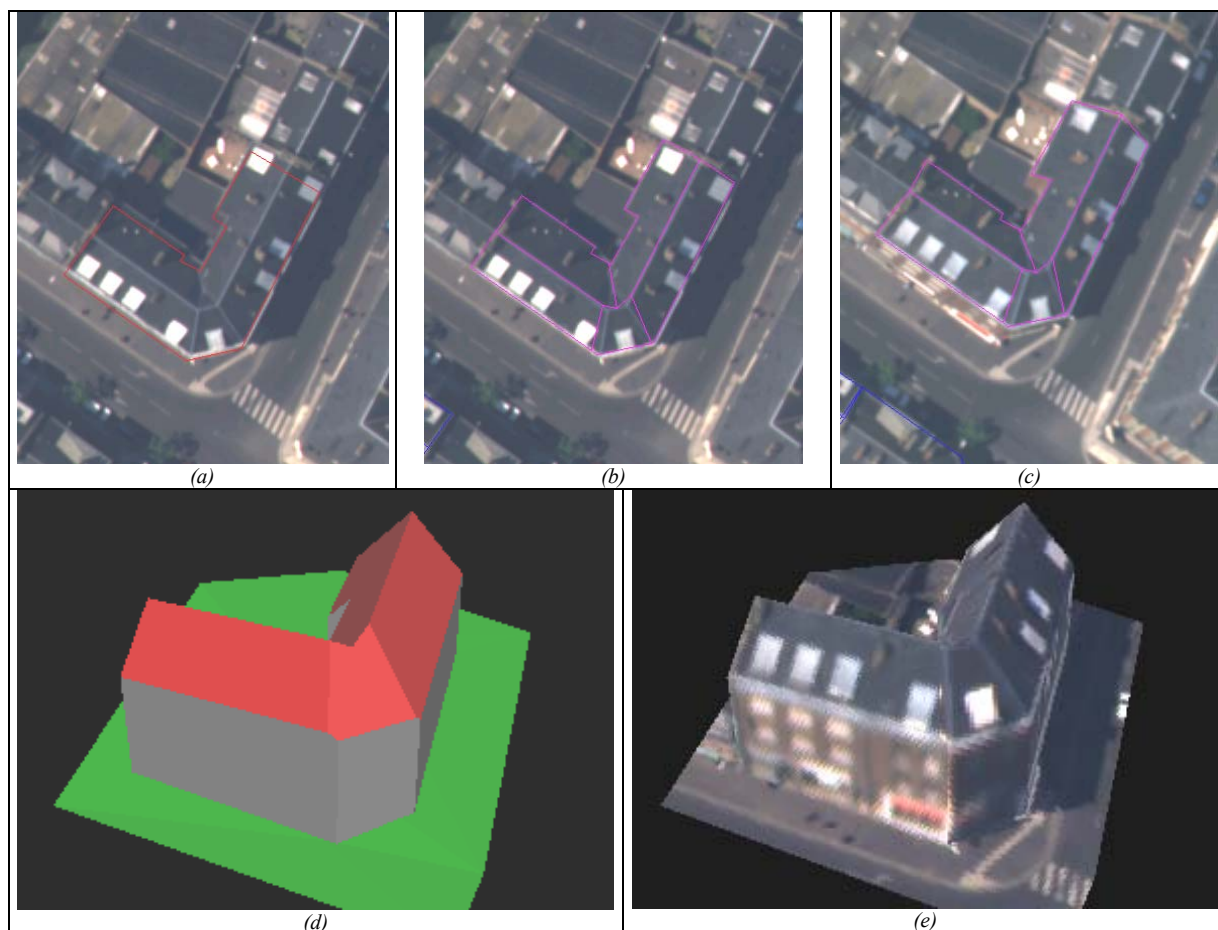


Figure 11 : Exemple de résultat d'une reconstruction 3D multi-vue (9 images vraies couleurs) sur un bâtiment complexe. (a) image avec superposition du cadastre, (b) même image avec superposition de la reconstruction 3D, (c) autre image avec la même reconstruction 3D, (d) vue du modèle 3D obtenu par extrusion de la surface du toit sur un sol, (e) même vue que (d) avec texturation multi-image.