

# Application du filtrage robuste à l'identification

Ph. NEVEUX<sup>1</sup>, E. BLANCO<sup>2</sup>, G. THOMAS<sup>2</sup>

<sup>1</sup>IUT d'Avignon  
UMR UAPV-INRA "Climat, Sol, Environnement"  
337, chemin des meinajaries  
Agroparc  
84911 Avignon cedex 9, France

<sup>2</sup>Ecole Centrale de Lyon  
UMR CNRS 5005 Cegely  
36 Avenue Guy de Collongue  
69134 Ecully cedex, France

philippe.neveux@univ-avignon.fr  
eric.blanco@ec-lyon.fr, gerard.thomas@ec-lyon.fr

**Résumé**— Une méthode itérative d'identification pour les systèmes linéaires à coefficients constants est présentée dans cet article. Le principe de cette méthode consiste à tirer le bénéfice des développements de ces dernières décennies en estimation robuste pour les systèmes sujets à des incertitudes à la fois paramétriques et statistiques. La robustesse "paramétrique" permet la mise au point d'un estimateur garantissant une estimation fiable du comportement du système alors que le concepteur a un modèle biaisé du système. La robustesse "statistique" assure un niveau constant de performance du filtrage. En pratique, ce point est crucial en filtrage tant il est difficile d'avoir des informations précises quant à la quantité de bruit. Enfin, à partir du signal filtré, nous utiliserons une technique itérative d'identification de type gradient. La présentation se limite au cas des systèmes continus. Un exemple synthétique montre l'efficacité de la méthode proposée.

**Mots-clés**— Identification robuste, filtrage  $H_\infty$ , problème inverse, méthodes itératives.

## I. INTRODUCTION

En contrôle des procédés et en traitement du signal, le concepteur est confronté à la modélisation des processus. Quelque soit le domaine d'application, la validité du modèle associé à un système pour l'élaboration d'une loi de commande et/ou d'un filtre de Kalman et/ou d'un filtre inverse de déconvolution est une question que l'on se pose systématiquement. De manière générale, le développement d'un modèle conduit à un ensemble de relations différentielles. Dès lors, le problème de la validité d'un modèle peut se poser en ces termes :

1. le modèle doit décrire le comportement du système de manière globale mais ne doit pas omettre des phénomènes importants de courte durée par rapport aux dynamiques majeures du système,
2. les paramètres de ce système d'équations différentielles doivent être connus avec une précision suffisante.

Bien entendu, ces deux problèmes sont intimement liés. En effet, l'élaboration d'un modèle est souvent source d'hypothèses simplificatrices tendant à introduire de fait une erreur latente sur les paramètres du modèle. Quoiqu'il en soit, après le choix d'une structure de modèle, l'identification des paramètres doit être réalisée.

De nombreux algorithmes d'identification ont été développés ces dernières décennies [4][9] par le biais de différentes méthodes. L'un des problèmes majeurs rencontrés en identification est la présence de bruit de mesure sur le signal support pour l'estimation paramétrique du modèle. En effet, la méthode des moindres carrés est une technique précise si le signal enregistré est très faiblement bruité, sinon, cette méthode est biaisée. Par conséquent, il est primordial de prendre en compte le niveau de bruit de l'enregistrement avant ou pendant la phase d'identification. Ce dernier point a souvent été abordé par le biais de filtres de Kalman étendus [7].

Depuis le début des années 80, une nouvelle méthodologie pour l'élaboration de lois de commande et de filtres optimaux est apparue : le formalisme  $H_\infty$  [14]. L'intérêt de cette technique est tel, que de très nombreux travaux ont été publiés depuis son émergence. Pour présenter simplement son principe, nous dirons que l'objectif de la théorie  $H_\infty$  est de garantir un niveau constant de performance(s) pour une famille donnée de modèles possibles. Ainsi se définit la notion de robustesse. Des techniques d'identification ont été développées dans ce formalisme [2][3][10][13].

Dans le contexte du filtrage pour les systèmes linéaires, la robustesse se décline de deux manières :

1. Lors de la conception d'un filtre optimal de Kalman, il est nécessaire de connaître les propriétés statistiques du bruit. Malheureusement, dans la pratique, cela est rarement le cas. Dès lors, afin de résoudre ce problème, un filtre robuste vis-à-vis des incertitudes sur les propriétés du bruit a été développé [1][6][11];
2. L'identification permet d'estimer la valeur des paramètres du modèle. Cependant, la validité du modèle ainsi que la possible évolution du procédé due à l'usure, suggèrent que l'on doit définir pour chacun des paramètres un intervalle de confiance. De fait, le modèle identifié est le point de référence d'une famille de modèles possibles pour le système considéré. Ces intervalles de confiance sont traités comme des sources d'incertitudes dans le formalisme  $H_\infty$ . Ainsi, des estimateurs robustes ont pu être développés [5][8][12].

La méthode d'identification que nous proposons repose sur le constat suivant. Afin d'initialiser l'algorithme d'identification, le concepteur utilise un ensemble de valeurs initiales. En pratique, cet ensemble est assez proche de la solution optimale ce qui permet à la procédure d'optimisation de converger vers l'optimum désiré. Afin de traiter le problème du niveau de bruit sur l'enregistrement utilisé pour l'identification, l'ensemble des valeurs initiales est utilisé pour élaborer un filtre robuste. L'objectif est de fournir à l'algorithme d'identification, une estimation fiable et non bruitée du signal support. Le document s'organise de la manière suivante. Dans la partie II, nous présentons le cadre dans lequel s'inscrit ce travail. La méthode d'estimation paramétrique est décrite dans la partie III. Dans un premier temps, nous formaliserons le problème de filtrage robuste  $H_\infty$  et nous énoncerons la règle d'obtention du filtre correspondant. Dans un second temps, nous poserons le problème d'identification de manière standard. Dans la partie IV, un exemple permettra de juger les performances de la méthode présentée. Enfin, dans la partie V, nous synthétiserons les résultats présentés.

## II. DESCRIPTION DU PROBLÈME

Considérons un système linéaire à coefficients constants décrit par le modèle d'état ( $S$ ) suivant :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (2)$$

$$y_m(t) = y(t) + v(t) \quad (3)$$

où

- $x(t)$  est l'état du système,  $u(t)$  le signal d'excitation,  $y(t)$  la sortie idéale,  $y_m(t)$  la sortie mesurée et enregistrée sur l'intervalle de temps  $[0, T]$ . Le bruit de mesure  $v(t)$  est un processus gaussien de moyenne nulle. Nous supposons que  $v(t)$  est de variance unitaire.
- Les matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$  sont à coefficients réels constants avec les dimensions appropriées.
- Le système est stable, commandable et observable.

L'objectif est d'estimer un ensemble de paramètres caractérisant le comportement du système à partir de l'enregistrement  $y_m(t)$  et de l'excitation  $u(t)$  sur l'intervalle de temps  $[0, T]$ .

## III. IDENTIFICATION ET FILTRAGE ROBUSTE

### A. Structure de la méthode

La technique proposée combine la théorie de l'estimation  $H_\infty$  pour les systèmes linéaires incertains et un algorithme d'optimisation de type gradient dans une structure schématisée sur la figure 1.

Soit  $\Theta$  le vecteur des paramètres à estimer :

$$\Theta = [\theta^1 \quad \theta^2 \quad \dots \quad \theta^n] \quad (4)$$

avec  $\theta^i$  ( $\forall i = 1, \dots, n$ ) un paramètre de la matrice  $A$  et/ou  $B$ .

L'estimation optimale  $\hat{\Theta}$  du vecteur  $\Theta$  sera obtenue par une méthode itérative de recherche du minimum du critère suivant :

$$\hat{\Theta} = \arg \min_{\Theta} J_k \quad (5)$$

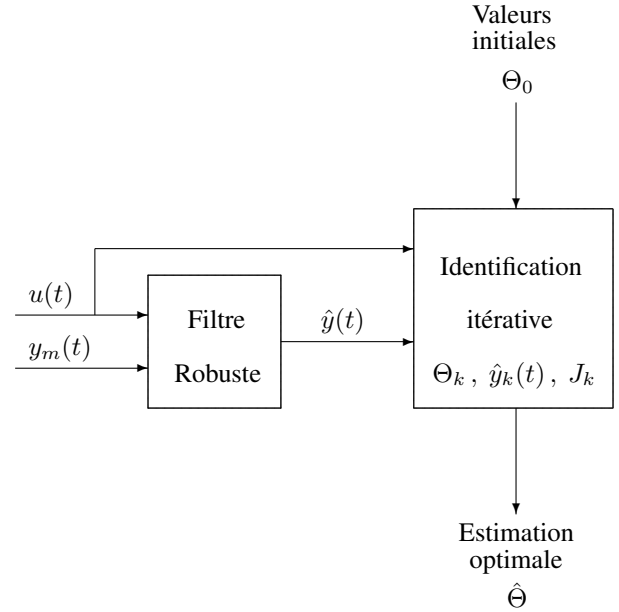


Fig. 1. Structure de la méthode d'identification paramétrique avec filtrage robuste  $H_\infty$ .

où

- $J_k$  est donné par :

$$J_k = \|\hat{y}_k(t) - \hat{y}(t)\|_2^2 \quad (6)$$

- $\hat{y}_k(t)$  est l'estimation du signal  $y(t)$  obtenue à l'itération  $k$  ;
- $\hat{y}(t)$  est l'estimation du signal  $y(t)$  obtenue à l'aide d'un filtre robuste ( $S_r$ ) :

$$\dot{\hat{X}}(t) = \hat{A}\hat{X}(t) + \hat{B}u(t) + Ky_m(t) \quad (7)$$

$$\hat{y}(t) = \hat{C}\hat{X}(t) \quad (8)$$

les matrices  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$  et  $K$  seront définies plus loin,

- $\|\cdot\|_2$  est la norme euclidienne.

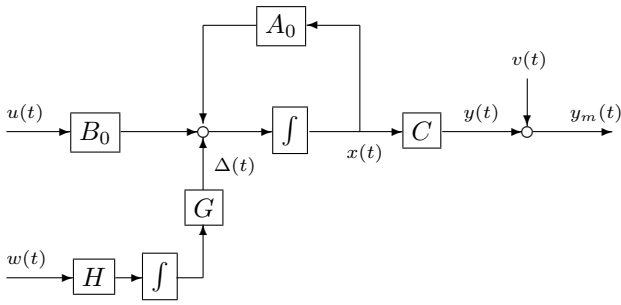
### B. Filtrage robuste

Afin de réaliser une estimation non-biaisée de  $\Theta$ , il est nécessaire d'obtenir une estimation non-biaisée du signal  $y(t)$ . Cet objectif ne peut être atteint que si le filtre ( $S_r$ ) présente une robustesse aux incertitudes vis-à-vis des propriétés statistiques du bruit de mesure mais aussi aux incertitudes paramétriques. En effet, pour l'élaboration de ce filtre, il est nécessaire de définir un modèle, appelé 'modèle nominal' qui nous permettra de déterminer ( $S_r$ ). Or, puisque nous cherchons à estimer les paramètres du modèle ( $S$ ), il est alors impossible d'avoir le modèle exact du système.

Lors de la mise en œuvre d'un algorithme d'identification, il est nécessaire de l'initialiser à l'aide d'un vecteur  $\Theta_0$  de valeurs initiales. Le modèle nominal sera défini à l'aide du vecteur  $\Theta_0$ . On a donc le modèle nominal ( $S_0$ ) :

$$\dot{x}_0(t) = A_0x_0(t) + B_0u(t) \quad (9)$$

$$y_0(t) = Cx_0(t) \quad (10)$$


 Fig. 2. Représentation du modèle ( $S_a$ ).

avec les matrices  $A_0$  et  $B_0$  définies à partir du vecteur  $\Theta_0$ .

Afin de décrire le système ( $S$ ) à partir de ( $S_0$ ), nous devons écrire :

$$\dot{x}(t) = (A_0 + \Delta A)x(t) + (B_0 + \Delta B)u(t) \quad (11)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (12)$$

où les matrices  $\Delta A$  et  $\Delta B$  représentent "l'écart paramétrique" entre les deux modèles.

Cette représentation peut encore s'écrire :

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + B_0u(t) + \Delta(t) \quad (13)$$

avec le signal  $\Delta(t)$  défini comme suit

$$\Delta(t) = \Delta Ax(t) + \Delta Bu(t) \quad (14)$$

La méthode d'estimation robuste que nous utilisons dans cet article consiste à modéliser le signal  $\Delta(t)$  par un processus de Gauss-Markov. Cette approche peut être interprétée comme une technique de déconvolution visant à estimer le signal de compensation de modèle  $\Delta(t)$ . Par conséquent, nous introduisons le modèle suivant pour ce signal :

$$\Delta(t) = G\chi(t), \quad \dot{\chi}(t) = Hw(t) \quad (15)$$

avec  $w(t)$  un processus gaussien de moyenne nulle, de variance unité et indépendant de  $v(t)$ .

Nous pouvons alors réécrire le système ( $S$ ) de la manière suivante ( $S_a$ ) (c.f. figure 2) :

$$\dot{X}(t) = \tilde{A}_0X(t) + \tilde{B}_0u(t) + Mw(t) \quad (16)$$

$$y(t) = \tilde{C}X(t) \quad (17)$$

$$y_m(t) = y(t) + v(t) \quad (18)$$

avec

$$X(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ \chi(t) \end{bmatrix}, \quad \tilde{A}_0 = \begin{bmatrix} A & G \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tilde{B}_0 = \begin{bmatrix} B_0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$M = \begin{bmatrix} 0 \\ H \end{bmatrix}, \quad \tilde{C} = [C \quad 0] \quad (20)$$

La mise en forme que nous venons d'effectuer a permis de décrire l'erreur de modèle initiale à l'aide d'un processus de

Gauss-Markov. L'intérêt de cette description réside essentiellement dans le fait qu'elle coïncide exactement à la description habituellement utilisée dans le filtrage de Kalman  $H_\infty$ . Par conséquent, l'estimation du signal  $y(t)$  peut être obtenue par l'application du résultat dans [6] minimisant le critère suivant :

$$J_f = \gamma^{-2} \|y(t) - \hat{y}(t)\|_2^2 - \|w(t)\|_2^2 - \|v(t)\|_2^2 \quad (21)$$

où  $\gamma$  est un réel. L'objectif visé par ce critère est de minimiser l'erreur d'estimation en considérant le pire des cas pour les signaux  $w(t)$  et  $v(t)$ . Ainsi, on assure que pour tout signal  $w(t)$  et  $v(t)$  dont les propriétés sont majorées par le pire des cas, l'erreur d'estimation sera minimale. Cela revient à dire que l'on considère pour chacun de ces signaux une famille de spectres dans laquelle se trouve le signal réel correspondant.

*Théorème 1:* [6] Le système ( $S_a$ ) admet un estimateur  $H_\infty$  stationnaire pour le signal  $y(t)$ , s'il existe un réel  $\gamma$  tel que la matrice  $P$ , solution de l'équation Riccati algébrique suivante :

$$0 = \tilde{A}_0P + P\tilde{A}_0' - P\tilde{C}'(I - \gamma^{-2})\tilde{C}P + MM' \quad (22)$$

soit symétrique définie positive.

L'estimateur  $H_\infty$  est décrit par ( $S_r$ )

$$\dot{\hat{X}}(t) = \hat{A}\hat{X}(t) + \hat{B}u(t) + Ky_m(t) \quad (23)$$

$$\hat{y}(t) = \tilde{C}\hat{X}(t) \quad (24)$$

avec

$$\hat{A} = \tilde{A}_0 - KC, \quad \hat{B} = \tilde{B}_0, \quad K = P\tilde{C}', \quad \hat{C} = \tilde{C} \quad (25)$$

▽▽▽

*Remarque 1:* La stabilité du filtre ( $S_r$ ) est garantie si la matrice dynamique du modèle ( $S_a$ ) est stable. De plus, les propriétés de commandabilité et d'observabilité de ( $S_a$ ) doivent également être assurées.

*Remarque 2:* Si l'on constate que le filtrage causal effectué à l'aide de l'estimateur ( $S_r$ ) introduit un déphasage qui serait nuisible à la qualité de l'estimation paramétrique, il est alors conseillé d'utiliser un lisseur  $H_\infty$  [1].

### C. Méthode du gradient

La recherche itérative de l'estimée optimale  $\hat{\Theta}$  au regard du critère  $J_k$  est effectuée par la technique du gradient. Ainsi, à l'itération  $k$ , on a :

$$\Theta_{k+1} = \Theta_k + \alpha_k \nabla J_k \quad (26)$$

avec

- le gradient du critère  $J_k$  obtenu de la manière suivante :

$$\nabla J_k = \int_0^T \Sigma'_k(t) C' e_k(t) dt \quad (27)$$

- la sensibilité  $\Sigma_k(t)$  est donnée par

$$\Sigma_k(t) = \nabla_{\Theta} x_k(t) = \begin{bmatrix} \partial_{\theta^1} x_k(t) \\ \partial_{\theta^2} x_k(t) \\ \vdots \\ \partial_{\theta^n} x_k(t) \end{bmatrix} \quad (28)$$

où  $\partial_x f$  est la dérivée partielle de  $f(t)$  par rapport à  $x$ ,

- l'erreur d'estimation  $e_k(t)$  de la sortie est

$$e_k(t) = y_k(t) - \hat{y}(t) \quad (29)$$

Afin d'évaluer simultanément les quantités  $\hat{y}_k(t)$  et  $\Sigma_k(t)$ , nous construisons le système augmenté dont l'état est défini par  $\xi'_k(t) = [x'_k(t) \quad \Sigma'_k(t)]$ . On obtient la représentation d'état ( $S_{\Sigma}$ ) suivante :

$$\dot{\xi}_k(t) = \bar{A}_k \xi_k(t) + \bar{B}_k u(t) \quad (30)$$

$$\hat{y}_k(t) = \bar{C} \xi_k(t) \quad (31)$$

$$\Sigma_k(t) = \bar{L} \xi_k(t) \quad (32)$$

Les matrices de ce modèle sont obtenues par concaténation des sous-modèles de sensibilité. La sensibilité relative au paramètre  $\theta^i$  est donnée par les relations :

$$\dot{\Sigma}_k^i(t) = \bar{A}_k^i x(t) + A_k \Sigma_k^i(t) + \bar{B}_k^i u(t) \quad (33)$$

$$\bar{A}_k^i = \partial_{\theta^i} A|_{\Theta_k}, \quad \bar{B}_k^i = \partial_{\theta^i} B|_{\Theta_k} \quad (34)$$

On obtient alors en ordonnant les sensibilités dans l'ordre croissant de l'indice  $i$  :

$$\bar{A}_k = \begin{bmatrix} A_k & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ A_k & \bar{A}_k^1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ A_k & 0 & \cdots & 0 & \bar{A}_k^n \end{bmatrix}, \quad \bar{B}_k = \begin{bmatrix} B_k \\ \bar{B}_k^1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \bar{B}_k^n \end{bmatrix} \quad (35)$$

De la même manière, on obtient les expressions de  $\bar{C}$  et  $\bar{L}$ .

Finalement, l'algorithme de la méthode d'identification que nous proposons peut être synthétisé de la manière suivante :

*Étape 1* - Définir le vecteur de valeurs initiales  $\Theta_0$  ainsi que  $\epsilon$  la précision de la méthode,

*Étape 2* - Définir le modèle nominal ( $S_0$ ),

*Étape 3* - Déterminer le filtre  $H_{\infty}$  robuste ( $S_r$ ) en appliquant le résultat du théorème 1,

*Étape 4* - Estimer le signal  $\hat{y}(t)$  à partir de ( $S_r$ ), et des signaux  $y_m(t)$  et  $u(t)$ ,

*Étape 5* - Calculer  $y_k(t)$  et  $\Sigma_k(t)$  en simulant ( $S_{\Sigma}$ ) avec  $\Theta_k$  et  $u(t)$ ,

*Étape 6* - Calculer  $J_k$  et  $\nabla_{\Theta} J^k$ ,

*Étape 7* - Si  $(J_k - J_{k-1}) > \epsilon$  alors on calcule  $\Theta_{k+1}$  puis on va l'étape 5, sinon, on arrête.

La méthode proposée peut très aisément être appliquée à une autre technique d'optimisation itérative de type gradient ou autre. Par ailleurs, notre présentation s'est limitée au cas des systèmes continus mais elle s'applique également très bien pour des systèmes discrets. Compte tenu des notations parfois complexes et nombreuses, nous avons pris le parti de ne pas proposer le cas discret.

#### IV. EXEMPLE

Dans cette partie, nous allons développer un exemple permettant d'évaluer les performances de la méthode exposée dans la partie III. L'objectif de l'étude que nous allons mener, est de voir comment se comporte la technique proposée lorsque l'on se trouve en présence d'une incertitude sur les propriétés statistiques du bruit. Dans la suite, nous supposons que le rapport signal-à-bruit (noté  $SNR$ ) est de 30dB. Ainsi, nous allons faire varier le  $SNR$  du signal enregistré sur une plage allant de 5dB à 60dB, ce qui représente une large plage d'incertitudes. Pour chaque valeur de  $SNR$ , nous effectuerons 100 réalisations du bruit de mesure  $v(t)$ . Nous présenterons les résultats obtenus sous la forme de la moyenne de l'estimation paramétrique obtenue pour chaque valeur de  $SNR$  et de l'écart type correspondant. Ainsi, nous pourrions mieux juger de la précision statistique de la méthode proposée.

Soit un système du second ordre décrit par le modèle d'état suivant :

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \theta^1 & \theta^2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \quad (36)$$

$$y(t) = [0 \quad 1] x(t) \quad (37)$$

$$y_m(t) = y(t) + v(t) \quad (38)$$

Nous désirons obtenir une estimation des paramètres  $\theta^1$  et  $\theta^2$ . Les valeurs effectives de ces paramètres sont :

$$\Theta = [\theta^1 = -8.7, \quad \theta^2 = -0.9]$$

Le signal d'excitation retenu pour cet exemple est décrit par la relation :

$$u(t) = 73.5 \left(1 - e^{-t/0.1}\right)$$

L'objectif de cet exemple étant d'évaluer la robustesse aux incertitudes de bruit de la méthode proposée, nous n'avons pas recherché une excitation plus élaborée qui aurait permis une plus grande précision [4]. Toutefois, l'excitation choisie est suffisante dans le cas traité comme nous allons le vérifier ci-après.

Pour l'initialisation du vecteur  $\Theta$ , nous avons considéré deux cas de figure, ceci afin d'évaluer la robustesse de la méthode proposée vis-à-vis du choix de l'initialisation. Ainsi, nous avons considéré pour  $\Theta_0$  :

$$\text{Cas 1 : } \Theta_0 = [ -10 \quad -0.5 ]$$

$$\text{Cas 2 : } \Theta_0 = [ -6 \quad -1.2 ]$$

Les figures 3 et 4 montrent l'évolution de l'estimation de  $\Theta$  avec la quantité de bruit de mesure. On constate aisément

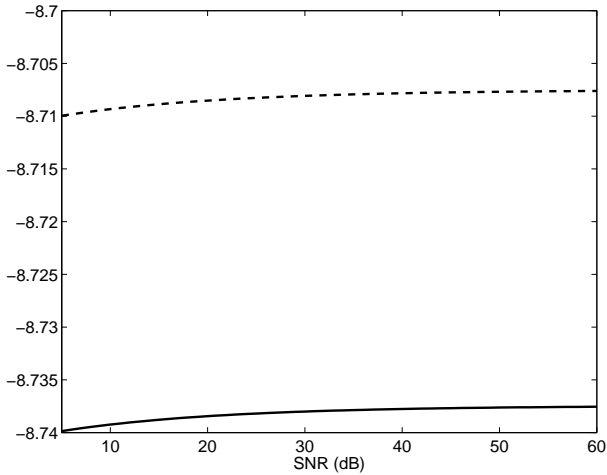


Fig. 3. Estimation du paramètre  $\theta^1$  en fonction du  $SNR$  pour le cas 1 (trait plein) et le cas 2 (tirets).

que la plage de variation de l'estimation est très réduite sur l'intervalle d'étude en  $SNR$ . Cette très faible variation sur l'intervalle  $[5dB, 60dB]$  dans les deux cas traduit très clairement la robustesse de la technique proposée par rapport au bruit de mesure.

De plus, les figures 5 et 6 permettent d'évaluer la variabilité de l'estimation pour chaque valeur de  $SNR$  sur l'ensemble de réalisation du bruit de mesure. On constate que cette variabilité décroît avec la quantité de bruit. Ce phénomène n'est pas surprenant en soi et peut être aisément observé sur d'autres techniques d'identification. Cependant, on constate que la variabilité est très faible ce qui vient conforter la propriété de robustesse de la technique proposée.

Par ailleurs, on constate que l'initialisation joue un rôle peu important sur la qualité de l'estimation. En effet, bien que de manière générale, l'erreur relative d'estimation soit correcte, on constate qu'elle est plus importante sur le paramètre  $\theta^2$ . Ce constat trouve sa source dans le choix du signal d'excitation comme cela a été évoqué précédemment. Toutefois, les écarts observés entre les deux cas traités sont raisonnables et conduisent à conclure à la robustesse de la technique présentée dans cet article vis-à-vis de l'initialisation de l'algorithme d'identification.

## V. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons développé une méthode d'identification paramétrique pour les systèmes linéaires continus à coefficients constants. L'objectif était de tirer un maximum de profit de l'ensemble des informations disponibles lors de l'initialisation d'un algorithme d'identification. Les signaux de mesures sont dégradés par un bruit. Ce dernier peut engendrer un biais important lors de l'identification. De fait, il est nécessaire d'introduire dans l'algorithme d'estimation paramétrique une étape de filtrage. Dans cet article, nous proposons de construire un estimateur robuste de type  $H_\infty$  construit à partir des informations apportées lors de l'initialisation. L'intérêt de cet outil est de permettre avec peu d'informations sur la description du système, de filtrer les données expérimentales de manière optimale. Ainsi, le signal obtenu après filtrage peut être utilisé dans un algorithme standard de type

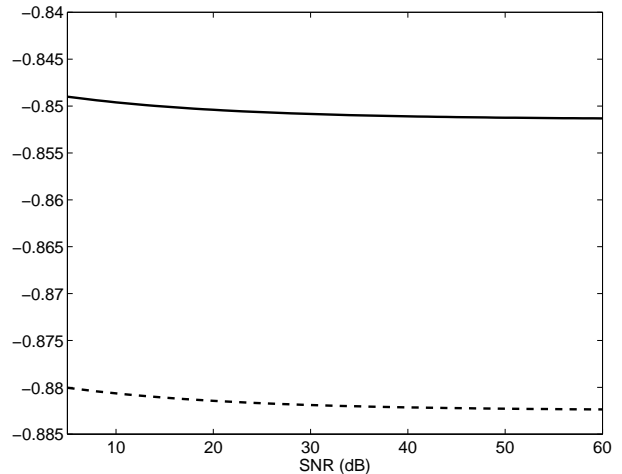


Fig. 4. Estimation du paramètre  $\theta^2$  en fonction du  $SNR$  pour le cas 1 (trait plein) et le cas 2 (tirets).

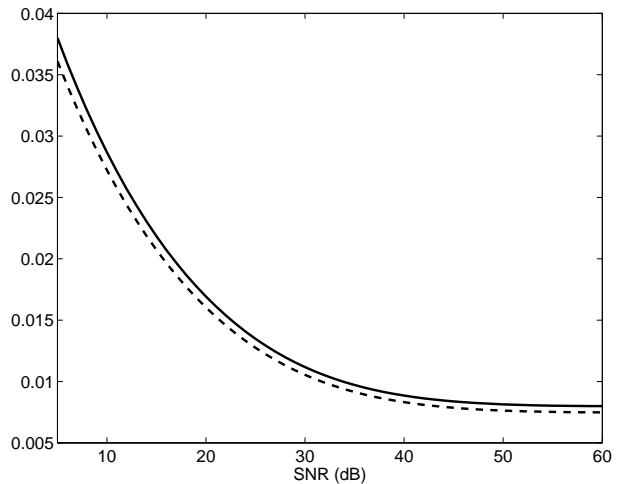


Fig. 5. Écart-type de l'estimation du paramètre  $\theta^1$  en fonction du  $SNR$  pour le cas 1 (trait plein) et le cas 2 (tirets).

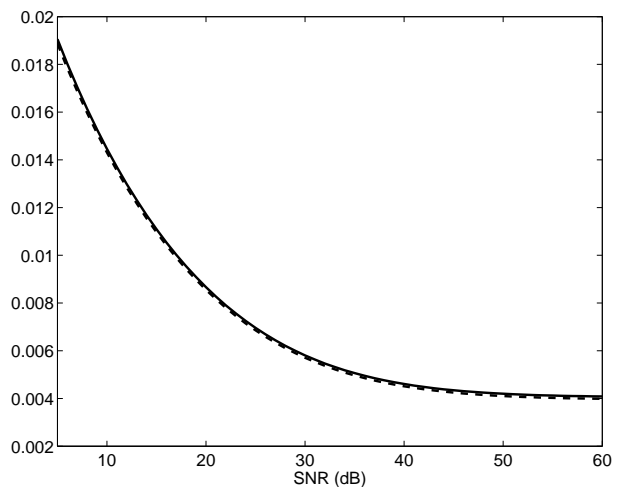


Fig. 6. Écart-type de l'estimation du paramètre  $\theta^2$  en fonction du  $SNR$  pour le cas 1 (trait plein) et le cas 2 (tirets).

gradient pour estimer les paramètres du modèle. Un exemple a montré la stabilité de l'estimation par rapport à la quantité de bruit de mesure. La précision obtenue est également très bonne. Enfin, la méthodologie développée dans ce travail peut être intégralement transposée au cas des systèmes discrets.

#### RÉFÉRENCES

- [1] E. Blanco, Ph. Neveux and G. Thomas, "The  $H_\infty$  fixed-interval smoothing problem for continuous systems", à paraître dans *IEEE Trans. on Signal Processing*.
- [2] M.J. Grimble, R. Hashim et U. Shaked, "Identification algorithms on  $H_\infty$  state-space filtering techniques", *Proceedings of the Conference and Decision and Control*, pp. 2287-2292, Tucson, USA -1992.
- [3] K. Kiriakidis et R.T. O'Brien, "H-infinity parameter estimation for state-space models", *Proceedings of the American Control Conf.*, pp. 2836-2839, Boston, USA - July 2004.
- [4] I.D. Landau et A. Besançon-Voda, *Identification des systèmes*, Hermes Sciences Publications, 2001.
- [5] R. S. Mangoubi, *Robust estimation and failure detection*, Springer, Advances in industrial control - 1998.
- [6] K.M. Nagpal et P.P. Khargonekar, "Filtering and smoothing in an  $H_\infty$  setting", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 36, no.2, pp. 152-166 - 1991.
- [7] W.F. Ramirez, *Process control and identification*, Academic Press - 1994.
- [8] S.O. Reza Moheimani, A.V. Savkin et I.R. Petersen, "Robust filtering, prediction, smoothing, and observability of uncertain systems", *IEEE Trans. on circuits and systems-I : Fundamental theory and applications*, vol. 45, pp. 446-457, 1998.
- [9] A. Richard et J.C. Trigeassou, *Identification des systèmes*, JESA, Vol 36, n°3, Hermes Sciences Publications, 2002
- [10] A.H. Sayed, A. Garulli et S. Chandrasekaran, "Iterative solutions of min-max parameter estimation with bounded data uncertainties", dans *Proceedings of the IEEE ICASSP*, vol. 2, pp. 3561-3564, Munich, Germany - April 1997.
- [11] U. Shaked, " $H_\infty$  minimum error state estimation of linear stationary process", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 15, no. 5, pp. 554-558 - 1990.
- [12] C.E. de Souza, U. Shaked et M. Fu, "Robust  $H_\infty$  filtering for continuous time varying uncertain systems with deterministic input signals", *IEEE Teans. on Signal Processing*, vol. 43, pp. 709-719, 1995.
- [13] Y. Theodor, U. Shaked et N. Berman, "Time-domain  $H_\infty$  identification", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 41, pp. 1019-1023, 1996.
- [14] G. Zames, "Feedback and optimum sensitivity : Model reference, transformations, multiplicative seminorms and approximate inverse", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 26, pp. 301-320 - 1981.