

Identification d'une classe de système par les méthodes des sous-espaces, cadre pour l'estimation des paramètres électriques d'un moteur asynchrone

Mathieu POULIQUEN, Philippe DORLÉANS, Malek GHANES, Jean François MASSIEU, Mohammed M'SAAD

GREYC - équipe automatique
ENSICAEN, 06 Bd du Maréchal Juin, 14050 Caen Cedex, France

mathieu.pouliquen@greyc.ensicaen.fr, philippe.dorleans@greyc.ensicaen.fr,
Malek.Ghanes@greyc.ensicaen.fr, massieu@greyc.ensicaen.fr,
mohammed.msaad@greyc.ensicaen.fr
<http://www.greyc.unicaen.fr/>

Résumé— *Cet article propose l'application d'un algorithme d'identification par sous-espaces à temps continu pour l'estimation d'une classe particulière de système. Cette classe de système est adaptée au problème d'estimation des paramètres électriques d'une machine asynchrone triphasée. Le modèle estimé sera à variable complexe. Une estimation des paramètres de la machine à partir de données réelles est proposée en application.*

Mots-clés— *identification par les méthodes des sous-espaces, modèle à temps continu, machine asynchrone triphasée, représentation d'état complexe.*

I. INTRODUCTION

Les méthodes des sous-espaces sont des méthodes d'identification permettant, suivant les versions, l'estimation de modèles dynamiques à temps continu ou discret. Leur simplicité d'implémentation, leur robustesse numérique intrinsèque et leur application aisée au contexte multivariable en font des méthodes d'identification très appréciées. Les travaux préliminaires ([5], [21] et [8]), basés sur la théorie des réalisations, ont été suivis d'importants efforts au cours des deux dernières décennies. Tant pour les méthodes discrètes ([19], [9], [16], [17], [15], etc.) que continues ([1], [2], [14], [11], etc.) la littérature fait état à présent d'une diversité intéressante.

Ces méthodes des sous-espaces sont des méthodes d'identification type "boîte noire" et sont donc en apparence inappropriées pour l'estimation de paramètres physiques. Il n'en est rien. Ainsi nous proposons ici leur application pour l'estimation des paramètres électriques d'une machine asynchrone. La modélisation de ce type de machine peut être réalisée suivant deux approches : la première approche, classique, consiste à réaliser une série de tests statiques (essai à vide, essai en court-circuit) accompagnée d'une série de mesures de courants, tensions et puissances permettant l'estimation des paramètres. La seconde approche consiste à estimer la fonction de transfert continue du système et à en déduire les paramètres correspondants par identification ([7], [13] et [18]). C'est dans le cadre de cette seconde approche que nous utiliserons les méthodes des sous-espaces.

Cet article est organisé de la manière suivante : tout d'abord une structure particulière de modèle est présentée dans la partie II. Cette structure particulière va permettre la réduction du nombre d'inconnues à estimer. Ensuite, un algorithme des

sous-espaces adapté à cette structure de modèle est présenté dans la partie III. Enfin, la partie IV propose une application réelle de cet algorithme dans le cadre de l'estimation des paramètres du modèle de park de la machine ([10]).

II. CLASSE DE SYSTÈME CONSIDÉRÉE

Considérons la classe des systèmes linéaires d'ordre pair $2n$ comportant un nombre pair d'entrées et de sorties, respectivement notées $2m$ et $2p$, et dont le comportement dynamique peut être décrit, dans une base particulière, par la représentation d'état (A, B, C, D) à temps continu suivante :

$$\begin{cases} \rho x(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) + Du(t) + v(t) \end{cases} \quad (1)$$

avec

$$A = \begin{pmatrix} A_1 & -A_2 \\ A_2 & A_1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} B_1 & -B_2 \\ B_2 & B_1 \end{pmatrix} \\ C = \begin{pmatrix} C_1 & -C_2 \\ C_2 & C_1 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} D_1 & -D_2 \\ D_2 & D_1 \end{pmatrix}$$

ρ est l'opérateur différentiel et les séquences $\{u(t)\} \in R^{2m}$, $\{y(t)\} \in R^{2p}$ et $\{v(t)\} \in R^{2p}$ désignent les séquences d'entrée, de sortie et de bruit. $x(t) \in R^{2n}$ est la variable d'état. Dans les définitions précédentes $u(t)$, $y(t)$, $v(t)$ et $x(t)$ désignent les $t^{\text{ème}}$ échantillons des signaux d'entrée, de sortie, de bruit et d'état, respectivement. Ces échantillons correspondent aux mesures de l'instant tT_e où T_e est la période d'échantillonnage.

Chacun de ces signaux peut se décomposer de la manière suivante :

$$u(t) = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{pmatrix} \quad y(t) = \begin{pmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{pmatrix} \\ v(t) = \begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix} \quad x(t) = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix}$$

Le système est supposé d'ordre minimal $2n$ ce qui implique que la représentation d'état (A, B, C, D) est observable et commandable. Le système opère en boucle ouverte, par conséquent les séquences d'entrée et de bruit sont décorréliées.

En terme de matrice de fonctions de transfert, la structure particulière du système se traduit de la manière suivante :

$$y(t) = G(\rho)u(t) + v(t)$$

où $G(\rho)$ peut être décomposée comme suit ([6]) :

$$G(\rho) = \begin{pmatrix} G_1(\rho) & -G_2(\rho) \\ G_2(\rho) & G_1(\rho) \end{pmatrix} \quad (2)$$

Afin de prendre en compte cette redondance dans la dynamique du système nous définissons les signaux complexes suivants :

$$\begin{aligned} u_c(t) &= u_1(t) + ju_2(t) \\ y_c(t) &= y_1(t) + jy_2(t) \\ v_c(t) &= v_1(t) + jv_2(t) \\ x_c(t) &= x_1(t) + jx_2(t) \end{aligned}$$

Une représentation d'état complexe (A_c, B_c, C_c, D_c) peut alors être définie par :

$$\begin{cases} \rho x_c(t) = A_c x_c(t) + B_c u_c(t) \\ y_c(t) = C_c x_c(t) + D_c u_c(t) + v_c(t) \end{cases} \quad (3)$$

avec

$$\begin{aligned} A_c &= A_1 + jA_2 \\ B_c &= B_1 + jB_2 \\ C_c &= C_1 + jC_2 \\ D_c &= D_1 + jD_2 \end{aligned}$$

Ceci permet la définition d'une matrice de fonctions de transfert complexe $G_c(\rho)$ comme suit :

$$G_c(\rho) = G_1(\rho) + jG_2(\rho)$$

Cette reformulation des équations dynamiques du système a quelques propriétés intéressantes :

1. Tout d'abord elle est bijective. En effet, à partir de la connaissance de (A_c, B_c, C_c, D_c) il est possible de retrouver (A, B, C, D) par simple observation des parties réelles et imaginaires. Il n'y a donc aucune perte d'information.
2. Ensuite elle est indépendante du domaine dans lequel est exprimée la représentation d'état : que ce soit à temps continu (comme ici) ou discret (après transformation bilinéaire) le système garde les mêmes propriétés de symétrie.
3. Enfin n est l'ordre minimal de (A_c, B_c, C_c, D_c) si et seulement si $2n$ est l'ordre minimal de (A, B, C, D) , ce qui implique que les propriétés d'observabilité et de commandabilité sont préservées.

Dans la suite, dans un souci de parcimonie et du fait de ces propriétés intéressantes, une estimation de la représentation complexe des dynamiques du système est proposée.

III. IDENTIFICATION

L'estimation des dynamiques du système est ici conditionnée par deux choix

- Tout d'abord nous utiliserons les méthodes des sous-espaces pour identifier le système. Ceci se justifie par le fait que ces méthodes sont particulièrement adaptées aux

problèmes multivariés, en outre elles permettent une estimation de l'ordre du système.

- Ensuite, nous identifierons la représentation d'état complexe (A_c, B_c, C_c, D_c) puisque ceci permet de réduire d'un rapport 2 le nombre d'inconnues à estimer par rapport au cas réel $(4(n+m)(n+p))$ dans le cas réel contre $2(n+m)(n+p)$ dans le cas complexe - d'où une réduction de la variance des estimations) tout en préservant la structure particulière du système.

L'objet de ce paragraphe est donc la proposition d'un algorithme des sous-espaces adapté à la forme complexe.

Le système d'équation (1) décrit une représentation d'état continue du comportement dynamique du système. Comme cela a été dit auparavant cette représentation d'état peut être discrétisée via une transformation bilinéaire tout en préservant la structure particulière du système. Ainsi l'identification de la forme complexe peut être réalisée à partir d'un algorithme des sous-espaces à temps continu ou à temps discret. Dans cette étude nous nous sommes concentrés sur la version continue des sous-espaces en gardant à l'esprit que les résultats énoncés sont transposables au domaine discret.

Il existe plusieurs variantes des méthodes des sous-espaces à temps continu. Quelques unes d'entre elles sont décrites dans [1], [2], [14], [11] et [20]. Une version possible est présentée ci-dessous.

Après itérations successives, les équations d'état avec variables complexes (3) peuvent être formulées comme suit :

$$Y_c(t) = \Gamma_i x_c(t) + H_i U_c(t) + V_c(t) \quad (4)$$

où $Y_c(t)$ est définie par :

$$Y_c(t) = \begin{pmatrix} y_c^{(0)}(t) \\ \dots \\ y_c^{(k)}(t) \\ \dots \\ y_c^{(i-1)}(t) \end{pmatrix}$$

$y_c^{(k)}(t)$ désigne la dérivée $k^{\text{ième}}$ de la sortie à l'instant tT_e et i est un indice nécessairement supérieur à l'ordre du système (voir plus loin). Les matrices $U_c(t)$ et $V_c(t)$ sont construites de la même manière.

Γ_i et H_i sont définis par :

$$\Gamma_i = \begin{pmatrix} C_c \\ C_c A_c \\ \dots \\ C_c A_c^{i-1} \end{pmatrix} \quad H_i = \begin{pmatrix} D_c & 0 & \dots & 0 \\ C_c B_c & D_c & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_c A_c^{i-2} B_c & C_c A_c^{i-3} B_c & \dots & D_c \end{pmatrix}$$

La difficulté dans l'exploitation de l'équation (4) réside dans l'estimation des dérivées successives $y_c^{(k)}(t)$ et $u_c^{(k)}(t)$ pour $k \in [1, i-1]$. La méthode des moments de poisson ([4], [2]) permet de contourner le problème via l'application d'un filtre de fonction de transfert $f(\rho) = \left(\frac{\mu}{\rho+\lambda}\right)^i$ sur l'équation (4). Celle-ci devient alors :

$$f(\rho)Y_c(t) = \Gamma_i f(\rho)x_c(t) + H_i f(\rho)U_c(t) + f(\rho)V_c(t) \quad (5)$$

avec

$$f(\rho)Y_c(t) = \begin{pmatrix} f(\rho)y_c^{(0)}(t) \\ \dots \\ f(\rho)y_c^{(k)}(t) \\ \dots \\ f(\rho)y_c^{(i-1)}(t) \end{pmatrix}$$

Nous ne nous étendrons pas sur le choix des termes λ et μ , ceci étant détaillé dans [4] et [2]. Remarquons simplement qu'en général λ et μ sont pris égaux à la fréquence de coupure du système. Ce type d'approche engendre des erreurs numériques si l'ordre du système est élevé ([4], [12]), cependant le système traité dans cet article étant d'ordre faible $n = 4$ (voir paragraphe IV) les biais seront considérés comme négligeable.

L'expression suivante présente le principe de calcul, pour $i = 3$, des différents termes de la matrices $f(\rho)Y_c(t)$ à partir d'une succession de filtre du premier ordre de la forme $\left(\frac{\mu}{\rho+\lambda}\right)$:

$$f(\rho)Y_c(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\lambda & \mu & 0 \\ \lambda^2 & 2\lambda\mu & \mu^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \left(\frac{\mu}{\rho+\lambda}\right)^3 y_c(t) \\ \left(\frac{\mu}{\rho+\lambda}\right)^2 y_c(t) \\ \left(\frac{\mu}{\rho+\lambda}\right)^1 y_c(t) \end{pmatrix}$$

En réécrivant l'équation (5) pour N instants différents nous obtenons :

$$fY_c(t, N) = \Gamma_i fX_c(t, N) + H_i fU_c(t, N) + fV_c(t, N) \quad (6)$$

avec

$$fY_c(t, N) = \begin{pmatrix} f(\rho)Y_c(t) & f(\rho)Y_c(t+1) & \dots & f(\rho)Y_c(t+N-1) \end{pmatrix}$$

et

$$fX_c(t, N) = \begin{pmatrix} f(\rho)x_c(t) & f(\rho)x_c(t+1) & \dots & f(\rho)x_c(t+N-1) \end{pmatrix}$$

Il s'agit à présent d'exploiter ces relations pour estimer les matrices d'état. A ce titre les méthodes des sous-espaces se décomposent en deux étapes. La première étape, objet du théorème qui suit, consiste en une estimation de la matrice d'observabilité étendue Γ_i à partir des matrices de données $fY_c(t, N)$ et $fU_c(t, N)$. La seconde étape, discutée plus loin, exploite cette estimation de Γ_i afin d'extraire les matrices d'état A_c , B_c , C_c et D_c .

Théorème 1

Considérons les propriétés suivantes :

– W_2 est une matrice de variable instrumentale satisfaisant les 2 conditions suivantes :

$$1. \lim_{N \rightarrow \infty} fV_c(t, N)W_2 = 0$$

$$2. \lim_{N \rightarrow \infty} \text{rang} \left(\begin{pmatrix} fX_c(t, N)W_2 \\ fU_c(t, N)W_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & fU_c(t, N)^T \end{pmatrix} \right) = n + im$$

– $N \rightarrow \infty$ et $i \geq n$;

– la séquence d'entrée est une excitation persistante d'ordre suffisant pour que $fU_c(t, N)$ soit de rang plein ligne im .

Définissons la matrice O_i comme suit :

$$O_i = fY_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2$$

et sa décomposition par valeur singulière :

$$O_i = \begin{pmatrix} U_1 & U_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1^* \\ V_2^* \end{pmatrix}$$

avec $\Pi_{fU_c(t, N)} = I - (fU_c(t, N))^T [fU_c(t, N)(fU_c(t, N))^T]^{-1} fU_c(t, N)$.

Nous pouvons énoncer les résultats suivants :

- le rang de O_i est égal à l'ordre n du système et correspond au nombre de valeurs singulières non nulles ;
- la matrice d'observabilité étendue Γ_i peut être calculée à partir de :

$$\Gamma_i = U_1 S_1^{1/2} L \quad (7)$$

où L désigne une matrice de changement de base (typiquement on prend $L = I_n$ ou encore $L = S_1^{-1/2}$).

Preuve 1

L'application de l'opérateur $\Pi_{fU(t, N)}$ sur (6) donne :

$$fY_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)} = \Gamma_i fX_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)} + fV_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}$$

La séquence de bruit étant décorrélée de la séquence d'entrée, nous avons $fV_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)} = fV_c(t, N)$.

De plus, par application de la matrice de pondération W_2 l'expression précédente devient :

$$fY_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2 = \Gamma_i fX_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2$$

Si $i \geq n$ alors la matrice d'observabilité Γ_i est de rang plein colonne n puisque le système est observable. En outre le produit $fX_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2$ peut s'écrire sous la forme suivante :

$$fX_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2 = fX_c(t, N) \left[I - (fU_c(t, N))^T [fU_c(t, N)(fU_c(t, N))^T]^{-1} fU_c(t, N) \right] W_2$$

Considérons le lemme suivant :

Lemme 1 Soit une matrice $S = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}$ où A est une matrice $n \times n$ et D une matrice non singulière $m \times m$, alors nous avons $\text{rang}(S) = m + \text{rang}(A - BD^{-1}C)$.

Dans ce lemme, en prenant $A = fX_c(t, N)W_2$, $B = fX_c(t, N)(fU_c(t, N))^T$, $C = fU_c(t, N)W_2$ et $D = fU_c(t, N)(fU_c(t, N))^T$ la matrice S devient :

$$S = \begin{pmatrix} fX_c(t, N)W_2 & fX_c(t, N)(fU_c(t, N))^T \\ fU_c(t, N)W_2 & fU_c(t, N)(fU_c(t, N))^T \end{pmatrix}$$

ce qui peut se réécrire :

$$S = \begin{pmatrix} fX_c(t, N)W_2 \\ fU_c(t, N)W_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & (fU_c(t, N))^T \end{pmatrix}$$

D'après le lemme précédent, cette matrice vérifie la condition de rang suivante :

$$\text{rang}(S) = im + \text{rang}(fX_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2)$$

Il apparaît donc que $fX_c(t, N)\Pi_{fU_c(t, N)}W_2$ est de rang plein ligne n si la deuxième condition sur W_2 est vérifiée. Par conséquent O_i est bien de rang n . L'expression de Γ_i se déduit ensuite de la décomposition par valeurs singulières.

Le résultat précédent permet d'une part la détermination de l'ordre du système par simple observation des valeurs singulières dominantes et d'autre part l'estimation de la matrice d'observabilité étendue Γ_i .

Il existe différentes possibilités pour le choix de la matrice W_2 , nous présentons ici une première version sous la forme suivante :

$$W_2 \text{ choix 1} = Z^T [ZZ^T]^{-1} Z \quad (8)$$

avec :

$$Z = \begin{pmatrix} u_c(t-b) & u_c(t-b+1) & \dots & u_c(t-b+N-1) \\ u_c(t-b+1) & u_c(t-b+2) & \dots & u_c(t-b+N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_c(t-1) & u_c(t) & \dots & u_c(t+N-2) \\ u_c(t) & u_c(t+1) & \dots & u_c(t+N-1) \\ u_c(t+1) & u_c(t+2) & \dots & u_c(t+N) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ u_c(t+a-1) & u_c(t+a) & \dots & u_c(t+a+N-2) \end{pmatrix}$$

Afin de satisfaire la seconde condition sur la matrice W_2 , il est nécessaire de prendre les indices a et b suffisamment grands (supérieur à n). Il est généralement admis que si $a = b = i \geq n$ et si la séquence d'entrée est une excitation persistante d'ordre $2i$, alors cette seconde condition sur la matrice W_2 est satisfaite ([3]).

Remarquons que cette matrice de variable instrumentale est construite uniquement à partir des données d'entrée passées et futures non filtrées, ce choix apparaît donc similaire à celui de la méthode PI-MOESP pour l'algorithme des sous-espaces en discret [16]. A ce titre nous proposons une seconde version pour cette matrice de variable instrumentale avec cette fois ci des données filtrées par $f(\rho)$

$$W_2 \text{ choix 2} = (fZ)^T [fZ(fZ)^T]^{-1} fZ \quad (9)$$

La seconde étape des méthodes des sous-espaces est la détermination des matrices d'état. Suite à l'estimation de Γ_i dans le théorème précédent, il est possible d'extraire les matrices C_c et A_c comme suit :

$$C_c = p \text{ premières lignes de } \Gamma_i$$

et

$$A_c = (\underline{\Gamma}_i^* \underline{\Gamma}_i)^{-1} \underline{\Gamma}_i^* \bar{\Gamma}_i$$

avec

$$\begin{cases} \underline{\Gamma}_i = p(i-1) \text{ premières lignes de } \Gamma_i \\ \bar{\Gamma}_i = p(i-1) \text{ dernières lignes de } \Gamma_i \end{cases}$$

Les matrices B_c et D_c peuvent elles être estimées via la résolution du problème suivant :

$$(B_c, D_c) = \text{argmin} (|\Gamma_i^\perp fY_c(t)W_2 - \Gamma_i^\perp H_i(B_c, D_c)fU_c(t)W_2|_F^2)$$

Ce problème peut être aisément rendu linéaire par rapport aux matrices B_c et D_c comme montré dans [15].

IV. APPLICATION

Nous avons appliqué ici l'algorithme précédent dans le cadre de l'estimation des paramètres électriques d'un moteur asynchrone à rotor bobiné triphasé ayant les caractéristiques suivantes :

_ puissance nominale	:	3 kW
_ vitesse nominale	:	1500 tr min ⁻¹
_ nombre de paires de pôle	:	$n_p = 2$
_ tension nominale	:	220 V
_ courant nominal	:	8,5 A

Le modèle utilisé pour le moteur est le modèle de Park (repère fixe diphasé (α, β) lié au stator) donné par les matrices d'état suivantes ([10]) :

$$A = \begin{pmatrix} -\frac{R_s+R_r}{L_l} & \frac{R_r}{L_l L_r} & 0 & \frac{n_p \Omega}{L_l} \\ R_r & -\frac{R_r}{L_r} & 0 & -n_p \Omega \\ 0 & -\frac{n_p \Omega}{L_l} & -\frac{R_s+R_r}{L_l} & \frac{R_r}{L_l L_r} \\ 0 & n_p \Omega & R_r & -\frac{R_r}{L_r} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_l} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_l} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Le vecteur d'état $x(t)$ contient les deux courants statoriques $i_{s\alpha}(t)$ et $i_{s\beta}(t)$ ainsi que les deux flux rotoriques $\phi_{r\alpha}(t)$ et $\phi_{r\beta}(t)$:

$$x(t) = \begin{pmatrix} i_{s\alpha}(t) \\ \phi_{r\alpha}(t) \\ i_{s\beta}(t) \\ \phi_{r\beta}(t) \end{pmatrix}$$

Le vecteur d'entrée est composé des deux tensions statoriques $u_{s\alpha}(t)$ et $u_{s\beta}(t)$. Ω représente la vitesse du moteur.

Les paramètres électriques que nous nous proposons d'estimer sont les résistances rotorique et statorique, respectivement notées R_r et R_s et les inductances rotorique et statorique, respectivement notées L_r et L_s . $L_l = L_s - L_r$ est l'inductance de fuite. Pour ce type de modèle, la mutuelle inductance L_m est choisie égale à l'inductance rotorique.

Le modèle précédent fait apparaître la structure particulière étudiée dans cet article, nous pouvons donc exprimer le modèle précédent sous une forme complexe comme cela a déjà été proposé dans [6]. En outre, si la vitesse de rotation est supposée constante, le modèle devient linéaire ce qui permet l'application de l'algorithme d'identification proposé dans le paragraphe précédent.

Les signaux d'entrée et de sortie complexes sont ainsi définis par :

$$\begin{cases} u_c(t) = u_{s\alpha}(t) + j u_{s\beta}(t) \\ y_c(t) = i_{s\alpha}(t) + j i_{s\beta}(t) \end{cases}$$

Les matrices d'état complexes sont données par :

$$A_c = \begin{pmatrix} -\frac{R_s+R_r}{L_l} & \frac{R_r}{L_l L_r} - j \frac{n_p \Omega}{L_l} \\ R_r & -\frac{R_r}{L_r} + j n_p \Omega \end{pmatrix} \quad B_c = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_l} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C_c = (1 \quad 0) \quad D_c = 0$$

Afin de déterminer les valeurs des paramètres électriques nous nous proposons tout d'abord d'estimer une représentation d'état à temps continu du système par le biais de l'algorithme des sous-espaces complexe. Ensuite les paramètres

seront obtenus à partir des trois relations suivantes :

$$\begin{cases} C_c B_c = \frac{1}{L_l} \\ \det(A_c) = \frac{R_s}{L_l} \left(\frac{R_r}{L_r} - j n_p \Omega \right) \\ \text{trace}(A_c) = \frac{R_s + R_r}{L_l} - \frac{R_r}{L_r} + j n_p \Omega \end{cases} \quad (10)$$

Ces relations ont l'avantage d'être vérifiées quelle que soit la base d'état dans laquelle on se place, par conséquent dans le théorème 1 on peut choisir indifféremment la matrice L . Remarquons aussi que les deux dernières relations définissent les pôles du système.

Les données utilisées pour les différentes identifications ont été générées sur le moteur avec une période d'échantillonnage de 1 ms. Afin de satisfaire la condition d'excitation persistante spécifiée par le théorème 1, un bruit blanc a été ajouté sur les tensions triphasées. Sa puissance a été choisie suffisamment importante de façon à exciter les modes du système et suffisamment faible afin de ne pas perturber le fonctionnement du moteur. La figure 1 présente l'évolution de la vitesse sur quelques instants et montre qu'elle est relativement constante.

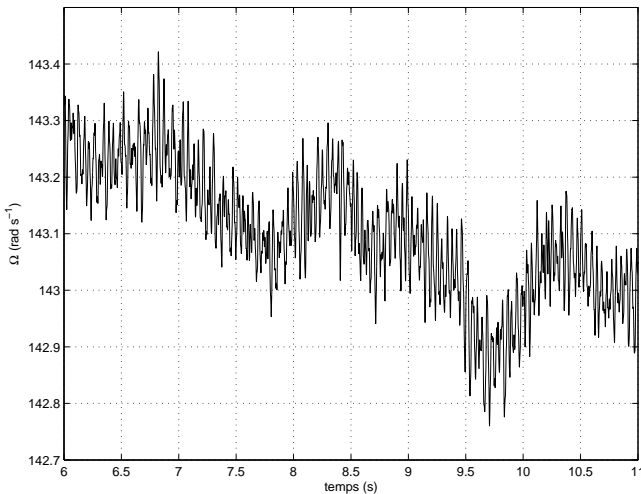


Fig. 1. Evolution de la vitesse du moteur $\Omega(t)$ (en $rad\ s^{-1}$)

Afin d'évaluer l'apport de l'utilisation de la paramétrisation complexe dans ce problème d'identification nous avons réalisé une série de vingt identifications réelles et complexes. Nous entendons ici par identification "réelles" et "complexes" une identification à partir de l'algorithme des sous-espace décrit dans la partie précédente avec des données respectivement "réelles" et "complexes".

Pour ces deux types d'identification nous avons utilisé les deux versions pour la matrice de variable instrumentale W_2 (version non filtré (8) et version filtrée (9)) et nous avons aussi utilisé les mêmes paramètres de synthèse :

$$\begin{aligned} N &= 1000 \\ \lambda &= \mu = 300 \\ i &= 3 \\ a &= 7 \\ b &= 10 \end{aligned}$$

Les tableaux I et II présentent l'écart type des pôles estimés

par les approches complexe et réelle, respectivement. Il apparaît que ces écarts types sont plus importants pour la méthode réelle, ce qui était attendu. Il apparaît aussi que le second choix pour la matrice instrumentale induit une variance plus importante.

TABLE I
ÉCARTS TYPES DES PÔLES ESTIMÉS AVEC LA
PARAMÉTRISATION COMPLEXE

W_2	W_2 choix 1	W_2 choix 2
écart-type pôle 1	33,3	49,9
écart-type pôle 2	11,3	29,3

TABLE II
ÉCARTS TYPES DES PÔLES ESTIMÉS AVEC LA
PARAMÉTRISATION RÉELLE

W_2	W_2 choix 1	W_2 choix 2
écart-type pôle 1	41,0	57,3
écart-type pôle 2	23,8	45,3

Avant de discuter de la qualité des paramètres estimés remarquons que, d'après l'équation (10), l'observation de la partie imaginaire de la trace de la matrice A_c fournit une estimation de la vitesse Ω . Les moyennes de cette estimation sur les vingt identifications réalisées sont :

- $\Omega = 140\ rad\ s^{-1}$ pour $W_2 = W_2$ choix 1
- $\Omega = 121\ rad\ s^{-1}$ pour $W_2 = W_2$ choix 2

La vitesse moyenne réelle était de $143\ rad\ s^{-1}$. Ceci tend à montrer la pertinence de la démarche et de l'utilisation de la première version pour la matrice W_2 .

Remarquons aussi que l'utilisation de la méthode d'identification réelle ne garantit pas l'obtention d'un modèle respectant les symétries du système décrit par l'équation (2) (à la différence de l'identification complexe). Par conséquent, dans le cas de l'identification réelle, il apparaît difficile de trouver des relations semblables aux relations (10) pour estimer les paramètres électriques.

Le tableau III récapitule les valeurs des paramètres estimés par le biais de l'identification complexe et des relations (10). Ceux-ci sont comparés aux valeurs obtenues à partir de la méthode classique (modèle statique).

TABLE III
VALEUR DES PARAMÈTRES ESTIMÉS

méthode utilisée	sous-espaces W_2 choix 1	sous-espaces W_2 choix 2	modèle statique
$R_r(\Omega)$	4,526	3,925	3
$R_s(\Omega)$	3,186	4,275	3,9
$L_r(H)$	0,247	0,230	0,069
$L_s(H)$	0,283	0,267	0,13
$L_m(H)$	0,247	0,230	0,083

Plusieurs estimations du courant $i_{s\alpha}(t)$ ont été réalisées à partir de ces valeurs des paramètres. Pour ces estimations, nous

TABLE IV
ERREUR QUADRATIQUE ENTRE SORTIES RÉELLES ET
SORTIES ESTIMÉES

méthode utilisée	sous-espaces W_2 choix 1	sous-espaces W_2 choix 2	modèle statique
sortie $i_{s\alpha}(A)$	0,46	0,55	4,07
sortie $i_{s\beta}(A)$	0,53	0,63	4,09

avons utilisé la mesure de la vitesse. Les données utilisées ici sont différentes de celles utilisées pour l'identification. Sur la figure 2 sont tracés, sur quelques instants, ces courants estimés et le courant réel mesuré. Il apparaît que les modèles obtenus avec la méthode des sous-espaces permettent une meilleure estimation du courant. Le tableau IV récapitule les erreurs quadratiques entre les courants réels et estimés. Ces erreurs ont été calculées à partir de simulations d'une durée de 25 s.

L'ensemble de ces résultats tendent à montrer que la méthode d'estimation des paramètres la plus appropriée parmi celles testées ici est la méthode des sous-espaces à temps continu, à variable complexe et avec la matrice de variable instrumentale W_2 choix 1.

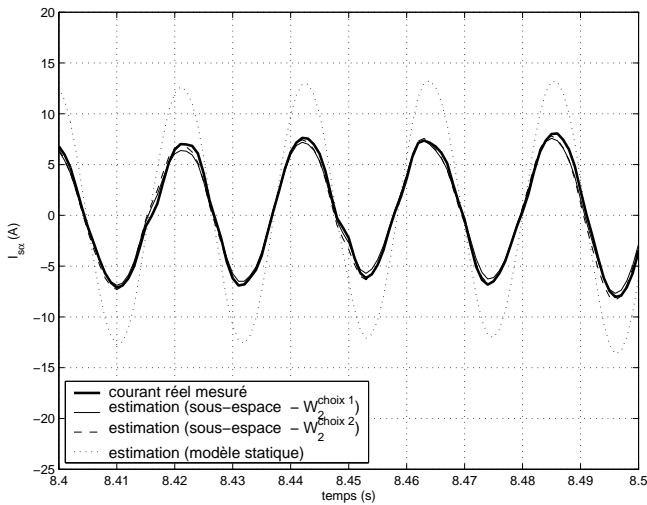


Fig. 2. Courant $i_{s\alpha}(t)$ réel et estimés (en ampère)

V. CONCLUSION

Dans cet article une classe de système particulière et un algorithme d'identification par sous-espaces à temps continu adapté à cette classe de système ont été présentés. Ceci a permis le développement d'une méthodologie pour l'estimation des paramètres électriques d'une machine asynchrone triphasée. Cette méthodologie a été appliquée sur des données réelles et les résultats ont montré la pertinence de la démarche. Une des difficultés de l'approche est la nécessité d'avoir une vitesse constante lors de la procédure d'identification, il serait par conséquent intéressant d'adapter cette approche au contexte de l'identification des systèmes à paramètres variants.

RÉFÉRENCES

- [1] T. Bastogne. *Identification des systèmes multivariables par les méthodes des sous-espaces. Application à un système d'entraînement de bande*. Phd thesis, Université Henry Poincaré-Nancy, 1997.
- [2] T. Bastogne, H. Garnier, and P. Sibille. A pmf-based subspace method for continuous-time model identification, application to a multivariable winding process. *International Journal of Control*, 74(2) :118–132, 2001.
- [3] D. Bauer and M. Jansson. Analysis of the asymptotic properties of the moesp type of subspace algorithms. *Automatica*, 36(4) :497–509, 2000.
- [4] H. Garnier. *Identification de modèles paramétriques continus par moments de Poisson*. Phd thesis, Université Henri Poincaré - Nancy, 1995.
- [5] B.L. Ho and R.E. Kalman. Effective construction of linear state-variable models from input/output function. *Regelungstechnik*, 14(12) :545–592, 1966.
- [6] J. Holtz. The representation of ac machine dynamics by complex signal flowgraphs. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 42(3) :263 – 271, 1995.
- [7] R.F.F. Koning, C.T. Chou, M.H.G. Verhaegen, J. Ben Klaassens, and J.R. Uittenbogaart. A novel approach on parameter identification for inverter driven induction machines. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8(6) :873 – 882, September 2000.
- [8] S.Y. Kung. A new identification and model reduction algorithm via singular value decomposition. *Proceedings 12th Asimolar conference on Circuits, Systems and Computers, Pacific Grove*, 1978.
- [9] W.E. Larimore. Canonical variate analysis in identification, filtering and adaptive control. *Proceedings 29th Control and Decision Conference - Honolulu*, 1990.
- [10] W. Leonard. *Control of electrical drives*. Springer Verlag, 2001.
- [11] W. Li, H. Raghavan, and S. Shah. Subspace identification of continuous time models for process fault detection and isolation. *Journal of Process Control*, 13(5) :407–421, 2003.
- [12] M. Mensler. *Analyse et étude comparative de méthode d'identification des systèmes à représentation continue. Développement d'une boîte à outils logicielle*. Phd thesis, Université Henry Poincaré-Nancy, 1999.
- [13] Ch. Moons and B. De Moor. Parameter identification of induction motor drives. *Automatica*, 31(8) :1137–1147, 1995.
- [14] A. Ohsumi, K. Kameyama, and K.I. Yamaguchi. Subspace identification for continuous-time stochastic systems via distribution-based approach. *Automatica*, 38(1) :63–79, 2002.
- [15] P. Van Overschee and B. De Moor. *Subspace identification for linear systems. Theory, implementation applications*. Kluwer Academic Publishers, 1996.
- [16] M. Verhaegen. Identification of the deterministic part of mimo state space models given in innovations form from input output data. *Automatica*, 30(1) :61–74, 1994.
- [17] M. Viberg. Subspace based methods for the identification of linear time invariant systems. *Automatica*, 31(12) :1835–1851, 1995.
- [18] K. Wang, J. Chiasson, M. Bodson, and L. M. Tolbert. A nonlinear least-squares approach for identification of the induction motor parameters. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 50(10) :1622–1628, 2005.
- [19] J. C. Willems. From time series to linear system. part 2 - exact modelling. *Automatica*, 22, 1986.
- [20] Y.Ohta and T. Kawai. Continuous-time subspace system identification using generalized orthonormal basis functions. *Proceedings Sixteenth International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems*, 2004.
- [21] H.P. Zeiger and A.J. Mc Ewen. Approximate linear realizations of given dimension via ho's algorithm. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 19 :153, 1974.