

Identification modale d'un hélicoptère : problématique et aspects expérimentaux

François MALBURET, Daniel BRUN PICARD, Pierre Antoine AUBOURG, Jérôme MONTAGNY

Laboratoire des Sciences de L'information et des Systèmes – équipe IMS
Ecole Nationale Supérieure des Arts et Métiers, 2 cours des Arts et Métiers, 13617 Aix en Provence, France

francois.malburet@ensam.fr, daniel.brun-picard@ensam.fr, pierre-antoine.aubourg@eurocopter.com,
jerome.montagny@eurocopter.com

Résumé : *Un hélicoptère est le siège de nombreuses vibrations qui s'avèrent néfastes pour la structure ainsi que pour le confort des passagers. Il est nécessaire alors de connaître le comportement modal de l'appareil afin d'anticiper les problèmes dynamiques et de prévoir l'influence de modifications sur le comportement dynamique global de l'appareil. Une première approche consiste à extraire les paramètres modaux d'essais où l'appareil, privé de ses organes sensibles, est excité successivement sur ses modes propres. Une autre approche consiste à exploiter directement les mesures de vol afin d'extraire ses paramètres modaux : on parle alors d'identification modale opérationnelle. Cet article discute des méthodes modales classiques utilisées sur un hélicoptère ainsi que de la nouvelle approche adoptée qui est basée sur l'exploitation des mesures de vol. Les principaux algorithmes d'identification modale opérationnelle sont présentés ainsi que le programme d'essai qui sera suivi afin d'évaluer ces méthodes et leurs apports dans le processus de conception d'un hélicoptère.*

Mots Clés : *Identification, modal, Hélicoptère, vol*

I. INTRODUCTION : ORIGINE DES VIBRATIONS SUR UN HELICOPTERE

Les vibrations rencontrées sur un hélicoptère sont une source de problème, et ceci pour plusieurs raisons :

- les contraintes alternées entraînent un dimensionnement en fatigue des pièces mécaniques et par conséquent des durées de vie limitées sur certaines pièces vitales ;
- les vibrations entraînent un inconfort pour les équipages et passagers qui peut entraîner l'incapacité d'effectuer une mission ;
- elles constituent un environnement difficile pour les différents équipements à bord de l'appareil (difficultés pour lire les instruments de bord ...) ;
- des vibrations trop importantes entraînent une augmentation des coûts de production (nécessité d'installer des systèmes anti vibratoires) ainsi que des coûts de maintenance élevés.

On peut identifier différentes sources de vibration sur un hélicoptère, mais les sources prédominantes sont les efforts

et moments générés au niveau du rotor. En vol d'avancement stabilisé, les pales sont soumises à un écoulement d'air asymétrique. Une plus grande vitesse sur la pale avançante que sur la pale reculante conduit à une variation périodique des charges sur chaque pale. Chaque pale est alors excitée sur un grand nombre d'harmoniques dont l'intensité est décroissante. Les efforts sont ensuite transmis à la tête rotor, et créent des efforts périodiques qui excitent la structure de l'hélicoptère. Dans le cas d'un rotor isotrope (toutes les pales sont considérées identiques), le rotor agit comme un filtre et transmet seulement les vibrations au fuselage en $kb\Omega$ (ou k est un entier, b est le nombre de pale du rotor principal et Ω représente la vitesse de rotation du rotor) tandis que les autres harmoniques se compensent à la tête. L'harmonique principal transmis est alors le $b\Omega$. D'autres excitations peuvent provenir de la tête dans le cas d'un rotor anisotrope (faible disparité des propriétés mécaniques et aérodynamiques des pales) ce qui produit des efforts et moments périodiques à des harmoniques différents du $b\Omega$ (notamment du balourd en Ω).

Le tableau 1, issu de [9], résume la provenance des efforts en tête rotor

Origine de l'excitation dans le repère tournant		Excitation de la tête du rotor dans le repère fixe	
Nature de l'excitation sur la pale	Fréquence	Nature de l'effort	Fréquence
Battement	$kb\Omega$	F_z : pompage vertical	$kb\Omega$
	$(kb \pm 1)\Omega$	M_x, M_y : moment de flexion sur le mât rotor	$kb\Omega$
Traînée	$kb\Omega$	M_z : moment de torsion du mât rotor	$kb\Omega$
	$(kb \pm 1)\Omega$	F_x, F_y : efforts tranchants sur le mât rotor.	$kb\Omega$

Tab. 1. Résumé des efforts en tête rotor et de leur provenance en repère fixe et tournant

Le fuselage est également excité par des sources secondaires qui ne proviennent pas du rotor principal. D'importantes excitations résultent de l'interaction aérodynamique entre le sillage du rotor principal et les surfaces du fuselage. Citons le phénomène de sillage ou « tail shake » qui produit une excitation aléatoire basse fréquence qui peut venir exciter les premiers modes de la structure. Des vortex interagissent également avec la dérive et l'empennage pour créer des excitations en $kb\Omega$ sur la queue de l'appareil. L'hélicoptère est également excité par des efforts en $kb\Omega$ qui résultent du passage d'une pale à proximité des surfaces supérieures du fuselage. Enfin, des efforts périodiques sont générés par les moteurs, les transmissions, le rotor arrière ... Cependant, ces excitations interviennent à des fréquences bien plus élevées que le $b\Omega$ et sont peu ressenties par le corps humain. La figure 1 permet de résumer la provenance des différents efforts.

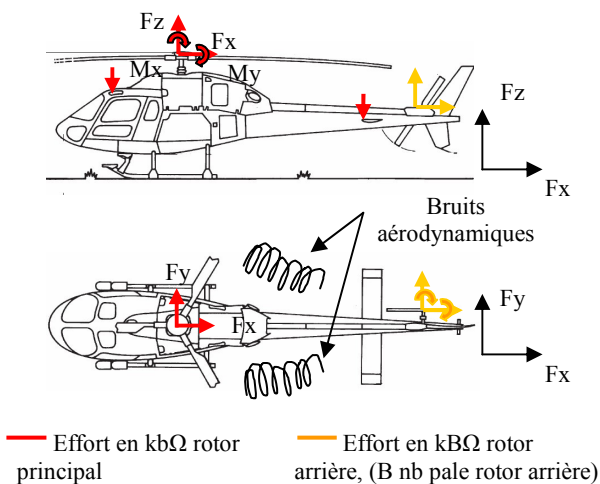


Fig. 1. Efforts qui agissent sur le fuselage

Les efforts injectés génèrent donc une réponse forcée sur le fuselage de l'hélicoptère qui va répondre suivant sa propre dynamique créant ainsi les niveaux vibratoires ressentis par les équipages et les passagers. Le premier mode de l'appareil est généralement inférieur à 10 Hz, tandis que le $b\Omega$ varie entre 15 et 30 Hz suivant les machines et les constructeurs. Il est donc nécessaire de connaître le comportement modal (fréquences, déformées et amortissements propres) de l'appareil afin d'anticiper sur des problèmes dynamiques (modes trop proches du $b\Omega$ notamment).

II. L'ANALYSE MODALE EXPERIMENTALE (AME)

Une première approche consiste à effectuer des essais d'identification modale afin d'obtenir les paramètres généralisés (fréquences, amortissements, déformées et masses généralisées) de l'hélicoptère à partir d'essais. Il s'agit d'un problème inverse consistant à établir un modèle équivalent de la structure à partir d'un historique entrées/sorties et d'en extraire les paramètres modaux à partir d'un modèle mathématique décrivant son

comportement dynamique. De façon classique, des efforts sont appliqués en différents endroits de la structure tandis que les réponses (généralement des accélérations) sont mesurées en différents points de la cabine. L'appareil est excité dans une configuration libre-libre afin d'être le plus représentatif des conditions de vol (figure 2). Pour cela, il est relié à une potence par un système de suspension, qui réglée de façon adéquate, permet d'isoler le système et d'obtenir des modes de corps rigides inférieurs à 2 Hz. On peut noter que pour des questions de sécurité, l'appareil est privé de ses ensembles battants (pales, moyeu, ...) ainsi que de différents capots qui sont remplacés par des masses équivalentes.



Fig. 2. Vue d'un essai d'identification modale

Le nombre de mesure doit être suffisamment important pour pouvoir identifier de façon correcte les déformées (environ 200 mesures). L'appareil est excité sur une bande de fréquence comprise entre 5 et 50 Hz. Au delà, de nombreux modes locaux sont excités et il devient difficile d'identifier correctement les modes intéressants l'ensemble de l'appareil. Il existe de nombreuses méthodes différentes pour extraire les paramètres modaux. Elles utilisent les relations reliant les matrices des réponses en fréquence (1) ou la matrice des réponses impulsionnelles (2) aux paramètres modaux :

$$[H(s)] = \sum_{r=1}^N \left(\frac{M_r \{\varphi_r\} \{L_r\}^T}{(s - \lambda_r)} + \frac{M_r \{\varphi_r\}^* \{L_r\}^H}{(s - \lambda_r^*)} \right) \quad (1)$$

$$[h(t)] = \sum_{r=1}^N \left(M_r \{\varphi_r\} \{L_r\}^T e^{\lambda_r t} + M_r \{\varphi_r\}^* \{L_r\}^H e^{\lambda_r^* t} \right) \quad (2)$$

où M_r est le facteur d'échelle, $\{\varphi_r\}$ représente la déformée du mode r , $\{L_r\}$ le vecteur de participation modal et λ_r le pôle du mode r . Le pôle est relié à la fréquence propre ω_r et à l'amortissement réduit α_r par la relation :

$$\lambda_r, \lambda_r^* = -\alpha_r \omega_r \pm \omega_r \sqrt{1 - \alpha_r^2} \quad (3)$$

ce qui permet d'obtenir :

$$\alpha_r = \frac{\text{Im}(\lambda_r)}{\|\lambda_r\|} \quad \omega_r = \|\lambda_r\| \quad (4)$$

Ceci conduit à l'utilisation de méthodes non linéaires dans le domaine fréquentiel ou bien à des méthodes comme le Poly Reference Least Square Complex Exponential qui utilise la relation (2). Les détails des principales méthodes d'analyses modales ainsi que les commentaires sur leurs avantages et inconvénients peuvent être trouvés dans [3] et [10].

L'utilisation de ces méthodes conduit à la création d'un modèle modal. La comparaison des FRFs (Frequency Response Functions) mesurées et synthétisées après identification (Figure 3) permet de juger de la qualité du modèle identifié.

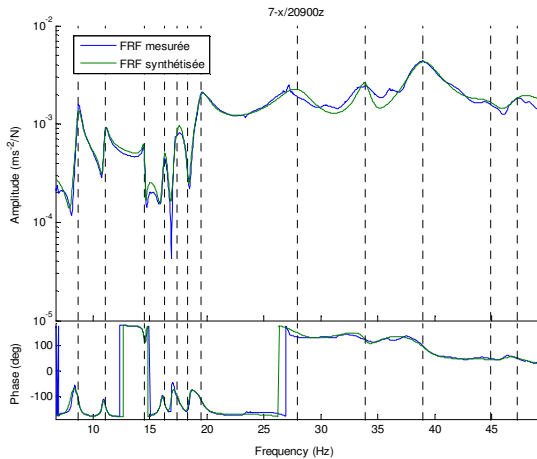


Fig. 3. Exemple de FRF générée en cabine par une excitation verticale sur le rotor arrière

Ce modèle obtenu est notamment utilisé afin de recalculer un modèle numérique (modèle Eléments Finis).

Cependant, la question de la représentativité de l'essai peut se poser. En effet, l'hélicoptère diffère lors de ces essais du vol par différents points dont notamment l'absence du rotor et des efforts statiques qui s'exercent sur le fuselage ainsi que sur les systèmes antivibratoires. De plus, dans les vraies conditions de fonctionnement, les efforts qui s'appliquent sur une structure peuvent varier de façon significative par rapport à ceux imposés durant les essais notamment en terme d'amplitude. Les non linéarités inhérentes à chaque structure mécanique peuvent donc conduire à un comportement dynamique différent. C'est pourquoi, nous allons nous intéresser à l'identification modale opérationnelle afin d'identifier un hélicoptère en vol à partir de mesures sur sites uniquement et dans les vraies conditions de fonctionnement.

III. L'ANALYSE MODALE OPERATIONNELLE (AMO)

L'Analyse Modale Opérationnelle est une méthode d'identification rendue populaire car elle est plus proche des préoccupations des ingénieurs qui sont soucieux d'appréhender le comportement dynamique d'une structure en fonctionnement. Plusieurs avantages peuvent être tirés d'une identification *in situ* [14].

Tout d'abord, un système d'effort ambiant (le vent, des efforts aérodynamiques, le trafic routier pour des ponts...) est utilisé pour pouvoir exciter la structure sur ses modes propres : il n'est donc pas nécessaire de disposer de matériel spécifique d'excitation (excitateurs électrodynamiques...). La conséquence est que les efforts extérieurs ne sont plus imposés et donc ils ne sont donc pas mesurables. Cependant, l'hypothèse de toutes méthodes présentées dans les prochains paragraphes est que les efforts extérieurs peuvent être représentés par un bruit blanc gaussien stationnaire. Par conséquent, l'AMO utilise uniquement les sorties pour l'identification contrairement à l'AME qui utilise un historique entrées/sorties.

Par ailleurs, les couplages dynamiques entre moyens d'essais et structure d'essai sont ainsi évités : la structure est alors identifiée dans ses vraies conditions de fonctionnement en tenant compte par exemple de la pré charge de suspension ou de pièce élastomères due à la statique ou les influences des couplages aéroélastiques. Cela permet d'obtenir un modèle modal linéarisé autour d'un point de fonctionnement. Cependant, il faut noter que le système identifié n'est plus simplement la structure, mais la structure plus son environnement. Par exemple, on identifiera le système couplé fluide-aile d'un avion et non plus uniquement l'aile.

Il est également difficile, voire impossible, d'importer dans un laboratoire certaines structures massives : seules des informations obtenues sur site seront disponibles. De plus, l'AMO n'utilise généralement que des mesures acquises à d'autres fins, en particulier dans l'aéronautique : il ne s'agit que d'un traitement différent d'informations déjà existantes. Enfin, une bonne identification permet une ouverture vers les techniques de diagnostic et de surveillance vibratoire. En effet, une dégradation de la structure va se traduire par une modification du comportement modal de la structure. La surveillance en continu des modes (*le tracking*) couplée à des méthodes de détection de dommage permet d'assurer l'intégrité de la structure [1].

A contrario, l'utilisation d'un système d'effort ambiant pour l'identification modale peut comporter certains désavantages. L'hypothèse que les efforts inconnus peuvent être assimilés à un bruit blanc est souvent erronée : la plupart des structures tournantes génèrent des efforts harmoniques (rotor d'hélicoptère...) qu'il est nécessaire de distinguer des vrais modes. Par ailleurs, les efforts extérieurs peuvent être trop faibles pour exciter correctement la structure : il en résulte alors des signaux avec un mauvais ratio signal sur bruit et sont donc difficilement interprétables. Enfin, l'AMO conduit à un modèle modal incomplet : les efforts extérieurs étant inconnus, les facteurs de participations modaux ne peuvent pas être déterminés et les déformées ne sont donc normées.

On trouve dans la littérature quelques exemples d'identification modale sous efforts ambiants de structures industrielles ([11], [8]). Par ailleurs, le développement de ces techniques pour la détection du phénomène de flutter sur les avions a fait l'objet de nombreuses recherches [2].

Les paragraphes suivants abordent les principales méthodes d'identification modale sous efforts ambiants existantes et qui seront utilisés dans le but d'identifier en vol un hélicoptère.

A. Méthodes de sous espace stochastique

Les algorithmes d'identification de sous espace stochastique calculent une représentation d'état du système à partir de la seule connaissance des sorties (contrairement au cas déterministe qui utilise les informations d'entrées et de sorties pour générer un modèle d'état). La représentation d'état est définie par :

$$\begin{cases} \{x_{k+1}\} = [A]\{x_k\} + \{w_k\} \\ \{y_k\} = [C]\{x_k\} + \{v_k\} \end{cases} \quad (5)$$

[A] est la matrice d'état discrète, [C] la matrice d'observation tandis que w_k et v_k sont respectivement des bruits de process et de mesure. Les mesures sont stockées dans le vecteur de sortie y_k . La dynamique du système étant contenue par les pôles de [A], l'objectif est de déterminer cette matrice afin d'obtenir les pôles ainsi que les déformées avec la relation (6) où T_e représente la période d'échantillonnage du système.

$$\begin{aligned} [A] &= [\psi][\mu][\psi]^{-1} \\ [\lambda] &= \frac{\ln[\mu]}{T_e} \end{aligned} \quad (6)$$

La déformée opérationnelle $\{\varphi_r\}$ du mode r à l'emplacement des capteurs est la partie observée des vecteurs propres $\{\psi_r\}$ de [A], obtenue par :

$$\{\varphi_r\} = [C]\{\psi_r\} \quad (7)$$

On peut discerner deux méthodes de résolution : une qui utilise directement les données observées et une autre qui utilise le calcul de corrélation. Cette dernière est expliquée en détail car elle est reconnue comme une méthode efficace et simple de mise en oeuvre tandis que les lignes directrices de la première méthode sont expliquées.

A.1. Utilisation des covariances

Le principe de l'utilisation des corrélations est un problème qui a fait l'objet de nombreuses études [13], [2].

La fonction de corrélation entre deux signaux f et g est définie par :

$$[R_j] \equiv E\left(\{f_{j+k}\}\{g_k\}^T\right) \quad (8)$$

Appliquée au vecteur de sortie y , celle-ci devient :

$$[R_j] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \{y_{k+j}\}\{y_k\}_{ref}^T \quad (9)$$

où $\{y_k\}_{ref}$ contient N_{ref} réponses servant de référence parmi les N_{rep} sorties mesurées. On suppose que les états du système ne sont pas corrélés avec les bruits et que le processus est stationnaire (la covariance de l'état ne dépend pas de l'indice k). Il est possible de redémontrer en insérant (9) dans (5) que :

$$[R_i] = [C][A]^{i-1}[G] \in \mathbb{R}^{N_{rep} \times N_{ref}} \quad (10)$$

avec

$$[G] = E\left(\{x_{k+1}\}\{y_k\}^T\right) \quad (11)$$

En présentant les résultats des calculs des corrélations sous la forme d'une matrice de Hankel (matrice symétrique constante suivant les anti-diagonales), on obtient :

$$[H_{q,p}] = \begin{bmatrix} [R_1] & [R_2] & \dots & [R_p] \\ [R_2] & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ [R_q] & \dots & \dots & [R_{p+q-1}] \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{qN_{rep} \times pN_{ref}} \quad (12)$$

On démontre alors que la matrice de Hankel $[H_{q,p}]$ est égale au produit de la matrice d'observabilité $[O_q]$ par la matrice de commandabilité $[F_p]$ (13), matrices largement utilisées dans le domaine de l'automatisme et rappelées en (14).

$$[H_{q,p}] = [O_q][F_p] \quad (13)$$

$$[H_{q,p}] = \begin{bmatrix} [C] \\ [C][A] \\ \vdots \\ [C][A]^{q-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [G] & \dots & [A]^{p-1}[G] \end{bmatrix} = [O_q][F_p] \quad (14)$$

En utilisant une décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice de Hankel, il est possible d'identifier terme à terme les deux matrices précédentes en tronquant la décomposition à un ordre n :

$$[H_{q,p}] = [[U_1][U_2]] \begin{bmatrix} [S_1] \\ \dots \\ [S_2] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [V_1]^T \\ [V_2]^T \end{bmatrix}$$

$$[O_q] = [U_1][S_1]^{-1}, [F_p] = [S_1]^{-1}[V_1]^T$$

$$[S_1] = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n) \text{ ou } \sigma_1 > \sigma_2 \dots > \sigma_n \geq 0$$

$$[S_2] = \text{diag}(\sigma_{n+1}, \sigma_{n+2}, \dots, \sigma_{nN_{rep}}) \text{ ou } \sigma_{n+1} > \sigma_{n+2} \dots > \sigma_{nN_{rep}} \geq 0$$
(15)

[A] est alors obtenu avec la relation (16), ou $[O_{q-1}]$ représente la matrice d'observabilité privée des N_{rep} dernières lignes et $[O_q]^T$ est obtenue en supprimant les N_{rep} premières lignes de $[O_q]$

$$[A] = [O_{q-1}]^{-1} [O_q]^T \quad (16)$$

Les pôles et les déformées sont alors calculés par les relations (6) et (7), les fréquences et amortissements du système étant alors déduits de (4). Il faut noter que la taille de la matrice [A] et donc la taille du modèle dépend de l'ordre de troncature choisi pour la SVD. En théorie, l'ordre du modèle peut être choisi en cherchant des sauts dans l'enchaînement des valeurs singulières. Cependant, ce critère s'avère peu fiable pour des structures importantes et il est préférable de se référer aux diagrammes de stabilisation qui permettent de voir l'évolution des fréquences identifiées en fonction de l'ordre du modèle choisi (Figure 4). Pour chaque ordre, on cherche les pôles de l'ordre précédent proches en fréquence, déformées et amortissement. Les critères sont généralement de 1% sur les fréquences, 5% pour l'amortissement et 5% pour la corrélation sur la déformée des modes (critère MAC : Modal Assurance Criterion). Les modes physiques sont les modes dont les propriétés se stabilisent lorsque l'ordre augmente. Des modes de calcul (modes instables ou à fort amortissement) peuvent apparaître : ces modes ne sont pas physiques et doivent être éliminés. Il est possible également que des modes réels ne se stabilisent pas ou ne soient pas détectés. Par ailleurs, les critères relatifs doivent être utilisés avec précaution : les variations d'amortissement pour des modes faiblement amortis risquent d'être importantes.

Cette méthode s'apparente à la méthode ERA (Eigensystem Realization algorithm) de Juang [7] utilisée pour l'identification modale expérimentale.

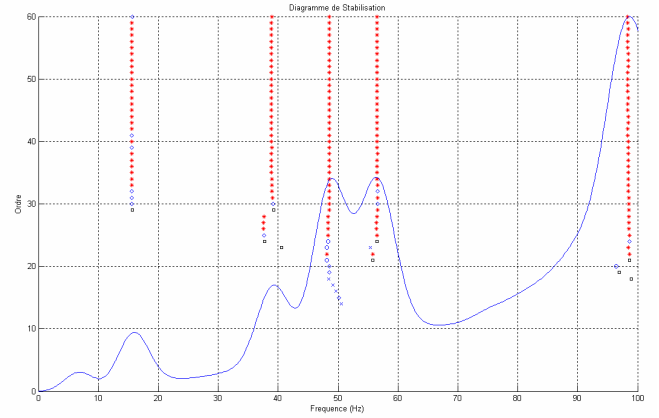


Fig 4. Exemple de diagramme de stabilisation obtenu sur une plaque. (* : stable en fréquence, amortissement et déformée); (◇ : stable en fréquence et déformée), (○ : stable en fréquence et amortissement); (x : stable en fréquence); (□ : instable au sens des critères retenus)

A.2. Utilisation directe des données

Cette méthode est dérivée des méthodes de sous espace classiques [16]. Elle utilise la représentation d'état décrite précédemment et conjugue plusieurs méthodes d'algèbre linéaire : la factorisation QR qui permet de réduire la taille des données, et la décomposition en valeur singulière qui permet de rejeter le bruit des mesures. La théorie repose sur le fait que les informations du « futur » sont contenues dans les informations du « passé » et qu'en projetant les informations du futur sur celles du passé, seules les informations communes subsistent.

Le déroulement des calculs est semblable à celui effectué au paragraphe précédent et conduit à une estimation des matrices [A] et [C] et par conséquent des modes du système. Le point de départ est toutefois différent car il s'agit cette fois de stocker directement les mesures sous la forme d'une matrice de Hankel (17). Cependant, l'utilisation d'un diagramme de stabilité reste nécessaire pour le choix de l'ordre du modèle. Les performances de cet algorithme sont semblables à celui décrit précédemment, mais il requiert des temps de calcul et des stockages de matrice plus importants.

$$\begin{bmatrix} \{y_0\} & \{y_1\} & \dots & \{y_{j-1}\} \\ \{y_1\} & \{y_2\} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \{y_{i-1}\} & \dots & \dots & \{y_{i+j-2}\} \\ \{y_i\} & \{y_{i+1}\} & \dots & \{y_{i+j-1}\} \\ \{y_{i+1}\} & \{y_{i+2}\} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ \{y_{2i-1}\} & \dots & \dots & \{y_{2i+j-2}\} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y^{\text{Passé}} \\ Y^{\text{Futur}} \end{bmatrix} \quad (17)$$

B. Méthode *NexT*

La méthode *NexT* (*Natural Excitation Technique*) développée par James et Carne [6] permet de relier les fonctions de corrélations aux paramètres modaux (18). $\{Q_r\}$ est le vecteur de référence du mode r . Ce vecteur est une fonction complexe de la matrice d'inter et d'auto spectre des entrées inconnues et des paramètres modaux de la structure. $\{\varphi_r\}$ est la déformée opérationnelle du mode r .

$$[R_k] = \sum_{r=1}^N \left(\{\varphi_r\} e^{\lambda_r k \Delta t} \{Q_r\}^T + \{\varphi_r\}^* e^{\lambda_r^* k \Delta t} \{Q_r\}^H \right) \quad (18)$$

Cette relation est à mettre en parallèle à la relation (2). La résolution du problème se fait alors par les mêmes algorithmes que pour l'identification classique sauf que les réponses impulsionnelles sont remplacées par les inter et auto corrélations des sorties.

Par contre, à la différence des méthodes de sous espace, ces algorithmes de résolutions ne mènent pas directement aux déformées. Il est donc nécessaire de les extraire dans un deuxième temps en utilisant les résultats (fréquences et amortissements) obtenus lors de la première étape. Une première solution consiste à remplacer les fréquences et amortissements identifiés dans (18) et d'obtenir les déformées manquantes au sens des moindres carrés. Le même problème peut être résolu dans le domaine fréquentiel en obtenant les déformées modales à partir des auto et inter spectres. Cette dernière méthode permet en outre de visualiser graphiquement la qualité des résultats en comparant les spectres mesurés à ceux calculés. Ces méthodes conduisent à des diagrammes de stabilité moins clairs que les méthodes de sous espace du fait de l'absence de SVD qui permet de rejeter le bruit.

C. Autres méthodes

De nombreuses autres méthodes ont été développées et cet article ne se veut pas exhaustif. Toutefois, on peut citer la famille des modèles paramétriques. Parmi ceux-ci, le modèle ARMAV (Auto Regressive Moving Average Vector), dont la définition est donnée en (19), est le plus utilisé pour l'AMO :

$$y(k) = \sum_{r=1}^p a_r y(k-r) + e(k) + \sum_{s=1}^q b_s e(k-s) \quad (19)$$

La matrice des paramètres auto régressifs est décrite par les coefficients de la matrice a_r . Ces polynômes modélisent la dynamique du système complet c'est-à-dire les modes du système combinés avec ceux du bruit. Les coefficients des paramètres de la moyenne glissante sont décrits quant à eux par les coefficients b_r . Les paramètres du modèle sont obtenus en minimisant l'erreur de prédiction (20) c'est-à-dire l'erreur entre le signal mesuré $y(k)$ et le signal prédit à la sortie du modèle $\hat{y}(k)$.

$$\{\varepsilon\} = \{y(k)\} - \{\hat{y}(k)\} \quad (20)$$

La présence de la moyenne glissante nécessite l'utilisation d'un algorithme d'optimisation non linéaire. On se reportera à Ljung [5] pour la résolution du système.

Les méthodes de lissage des spectres constituent une méthode fréquentielle utilisée classiquement dans la détermination des caractéristiques modales. Elles utilisent la décomposition en fraction rationnelle introduite par Richardson et Formenti [12] pour l'identification classique. Le principe est de minimiser l'écart entre les spectres mesurés et les spectres synthétisés et dérive des méthodes traditionnelles où les fonctions de transferts sont utilisées à la place des spectres.

Les densités spectrales entre N_{rep} signaux et N_{ref} références peuvent être décomposées sous la forme d'une fraction rationnelle possédant un dénominateur commun :

$$\hat{S}_k(\omega) = \frac{N_k(\omega)}{d(\omega)} \quad (21)$$

avec $k = 1, \dots, N_{rep} N_{ref}$ et le numérateur du spectre k définit par :

$$N_k(\omega) = \sum_{j=0}^n \Omega_j(\omega_f) B_{kj} \quad (22)$$

Le dénominateur commun à tous les spectres est défini par (23) où n représente l'ordre du système :

$$d(\omega) = \sum_{j=0}^n \Omega_j(\omega_f) A_j \quad (23)$$

Il est possible de travailler dans le domaine continu $\Omega_j(\omega_f) = (i\omega_f)^j$ en utilisant la transformée de Laplace où dans le domaine discret $\Omega_j(\omega_f) = \exp(-i\omega_f T_e j)$ en utilisant la transformée en z . N_f représente le nombre de points des spectres. Le mauvais conditionnement numérique des matrices dans le domaine continu peut être amélioré en utilisant par exemple des polynômes orthogonaux comme les polynômes de Forsythe ou de Tchebychev [13]. L'objectif de la minimisation se traduit par :

$$L = \sum_{k=1}^{N_{rep} N_{ref}} \sum_{f=1}^{N_f} \left| \hat{S}_k(\omega_f) - S_k(\omega_f) \right|^2 \quad (24)$$

La résolution s'effectue au sens des moindres carrés ou bien à l'aide de méthode de résolution non linéaire [4]. L'utilisation de diagramme de stabilisation permet encore une fois de détecter les modes physiques des modes de calculs.

IV. PROGRAMME D'ESSAI

REFERENCES

L'objectif est d'utiliser les techniques d'identification modale opérationnelle afin d'évaluer leurs capacités sur un hélicoptère. Les résultats d'une précédente étude [15] ont démontré qu'il était possible d'identifier les modes à partir de mesure de vol. Une autre conclusion de cette étude est que les déformées sont comparables aux déformées identifiées classiquement tandis qu'une légère variation sur les fréquences est observée. Toutefois, ces essais étaient effectués avec un nombre important d'accéléromètres et en en déplaçant les mesures au cours de différents vols pour reconstituer la déformée complète.

L'approche choisie ici est basée sur une problématique industrielle : il s'agit de détecter avec relativement peu d'accéléromètres les différents modes même si, avec un nombre réduit de mesures, les déformées seront de mauvaises qualités. L'avantage est de pouvoir utiliser des mesures utilisées lors de vol de réception de différents appareils sans être obligé de réaliser des essais de vibrations spécifiques coûteux. Toutefois, la possibilité de rajouter différents points de mesures si nécessaire est envisagée. Différentes configurations de vol seront testées : stationnaire dans l'effet de sol, stationnaire hors effet de sol, palier stabilisé faible et forte vitesse, descente stabilisée ... afin de voir si une évolution apparaît notamment au niveau de l'amortissement ou si une configuration de vol est plus propice à l'identification. Par ailleurs, les résultats obtenus seront comparés à des essais d'identification expérimentaux : nous nous attacherons principalement à l'étude du positionnement des fréquences propres en partant de l'hypothèse que les déformées varient peu.

Différentes configurations de masse et centrage seront testés afin d'évaluer les variations de fréquence des différents modes. Des conclusions générales pourront alors être tirées sur l'emploi de ces méthodes.

De plus, différentes identifications vont porter sur des sous systèmes (planche de bord, ...) ou des conditions de vol particulières (détection des modes de l'appareil posé sur son train pour la résonance sol) pour évaluer leurs capacités à s'intégrer dans les méthodes d'analyses et de dépouillements d'un fabricant d'hélicoptère.

V. CONCLUSIONS

La connaissance de la base modale d'un hélicoptère est un élément indispensable afin d'appréhender le comportement dynamique de l'appareil et être capable de trouver la meilleure solution pour le modifier si besoin. Cette connaissance s'acquiert par des calculs EF ainsi que des essais d'identifications modaux. Toutefois, ces méthodes n'arrivent pas à reproduire le vrai comportement d'un appareil en vol (influence du chargement statique, couplage aéroélastique...) si bien que l'intérêt de pouvoir identifier à partir des mesures de vol le comportement modal devient évident. Les résultats des prochains essais permettront de statuer sur l'efficacité des méthodes d'analyse modale opérationnelle ainsi que sur leurs apports pour l'hélicoptériste.

- [1] M. Abdelghani, M. Goursat, T. Biolchini. On-line modal monitoring of aircraft structures under unknown excitation, In *Mechanical Systems and Signals Processing*, 13: 839-853, 1999.
- [2] A. Benveniste, L. Mevel, M. Goursat. Using subspace on flight data, a practical example, In *Proceedings of IMAC XXI*, Kissimmee, 2003
- [3] D.J. Ewins. *Modal Testing: theory, practice and application*, Research studies press, second edition, 2000.
- [4] L. Hermans, P. Guillaume, H. Van Der Auweraer. A frequency domain maximum likelihood approach for the extraction of modal parameters from output-only data, In *Proceedings of ISMA 23, Noise and Vibration Engineering*, Belgium, 1998.
- [5] L. Ljung. *System identification: theory for the user*, Second edition, Prentice-Hall, 1999.
- [6] G.H. James, T.G. Carne, J.P. Lauffer. The natural excitation technique (NExT) for modal parameter extraction from operating structures, In *Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, 10: 260-277, 1995.
- [7] J.-N. Juang, R.S. Pappa. An eigensystem realization algorithm for modal parameter identification and modal reduction, In *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 8 : 620-627, 1985.
- [8] H.M. Kim, M. Kaouk. Flight test, Modal Analysis, and model refinement of the Mir Space station, In *AIAA Journal*, 40, 2002.
- [9] T. Kryszynski, F. Malburet. *Origine et contrôle des vibrations*, Edition Hermes, 2003.
- [10] N. Maia, J. Silva. *Theoretical and Experimental Modal Analysis*, John Wiley & Sons, 1997.
- [11] T. McKelvey, T. Abrahamsson, L. Ljung. Vibration data analysis for a commercial aircraft, In *Automatica*, 12: 1689-1700, 1996.
- [12] M. Richardson, D.L. Formenti. Parameter estimation from frequency responses measurements using rational fraction polynomials, In *Proceedings of IMAC I*, Orlando, 1982.
- [13] H. Van Der Auweraer, J. Leuridan, Multiple input orthogonal polynomial parameter estimation, In *Mechanical Systems and Signal Processing*, 1987.
- [14] H. Van Der Auweraer, L. Hermans. Modal testing and analyses of structures under operational conditions: Industrial applications, In *Mechanical Systems and Signal Processing*, 13:196-213, 1999.
- [15] H. Van Der Auweraer, T. Olbrechts, T. Uhl, W. Lisowski, A. Wasilak. Helicopter Modal Analysis using in flight and ground test data, In *Proceedings of ETTC (European Test & Telemetry Conference)*, 2001.
- [16] P. Van Overshee, B. De Moor. *Subspace Identification for linear systems: Theory – Implementation – Applications*, Kluwer Academic Publisher, 1996.