

OPTIMISATION DES DIMENSIONS D'UN AS/RS MULTI ALLEES POUR LA MINIMISATION DU TEMPS DE SIMPLE CYCLE

Sihem Kouloughli, Zaki Sari

Laboratoire d'Automatique de Tlemcen
BP. 230 Faculté des sciences de l'ingénieur
Université Abou – Bekr Belkaïd – Tlemcen.
Kouloughli_sihem@yahoo.fr ; Zaki_sari@yahoo.com ;
Z_sari@mail.univ-tlemcen.dz

Tewfik Sari

Laboratoire de mathématiques, informatique et applications.
Université de Haute Alsace Mulhouse France.
tewfik.sari@uha.fr

RESUME : Dans cet article nous nous proposons de déterminer les dimensions optimales d'un système automatisé de stockage/déstockage (Automated Storage Retrieval System : AS/RS) de type multi allées pour le temps de simple cycle minimal. Afin d'entreprendre ce travail, nous avons utilisé l'expression analytique du simple cycle d'un AS/RS multi allées établie par (Ghomri et al. 2008). Cette expression possède trois variables réelles.

En plus des contraintes de causalité des durées de transports horizontaux et verticaux, on se voit également confronté à une contrainte liée à la taille du système et à la constance de cette taille ce qui nous ramène à un problème d'optimisation en nombres réels d'une fonction à trois variables avec contraintes.

Pour réaliser son optimisation, des changements de variables ont permis la relaxation de la contrainte liée à la taille du système ainsi que la réduction de la fonction en une fonction à une seule variable paramétrée.

Une analyse fonctionnelle du modèle, a permis la détermination d'un minimum global ainsi que la définition d'une région utile ou le modèle prend des valeurs très proches du minimum global. Ce minimum global et cette région utile ont été déterminés numériquement.

MOTS-CLES : Modélisation, Optimisation, AS/RS multi allées, AS/RS stockage/déstockage.

1. INTRODUCTION

L'un des plus importants objectifs des systèmes flexibles de production (Flexible Manufacturing Systems: FMS) est de minimiser tous les facteurs susceptibles d'entraîner des surcoûts, sans pour autant octroyer des valeurs ajoutées aux produits. Parmi ces facteurs, il y a le stockage. Pendant le stockage, le produit ne subit aucune transformation et n'acquiert, par conséquent, aucune plus-value. En outre, il devient coûteux en temps et en argent. De ce fait, dans les systèmes flexibles de production, la meilleure politique de stockage, serait « pas de stockage du tout ». Il est évident néanmoins que cette affirmation – bien que sensée - n'est pas maîtrisable pour autant. Le stockage reste nécessaire pour le bon fonctionnement des systèmes de production. Sur une chaîne de montage par exemple, si une pièce - aussi petite et peu coûteuse soit elle - venait à manquer, elle pourrait paralyser la chaîne toute entière.

Le système de stockage, doit, par conséquent, être réduit au maximum sans être totalement annihilé (cela consisterait donc à minimiser l'investissement initial, le nombre de produits stockés, les durées de stockage...).

En même temps, il doit réagir très rapidement à une demande de stockage ou de déstockage, pour minimiser

les temps d'attente au niveau de la production. Les systèmes automatisés de stockage/déstockage (Automated Storage Retrieval System: AS/RS) constituent une bonne alternative aux systèmes conventionnels de stockage pour atteindre les objectifs suscités.

Les systèmes flexibles de production (FMS) peuvent changer rapidement de produits ou de séquences de production, sans perdre pour autant de leurs productivités, sous condition d'avoir la possibilité de s'acquérir du bon produit : palette, support, ou outil, à la bonne place et au bon moment. Pour que cela devienne possible, un système efficace régissant le stockage/déstockage et le transport est requis. Un système intégré composé d'un FMS d'un AGVS (Automated Guided Vehicle System) et d'un AS/RS permet une production très efficace d'une grande variété de produits en petites et moyennes quantités.

Material Handling Institute (1977) définit un système de stockage/déstockage automatisé (AS/RS) comme suit :

« C'est une combinaison d'équipements et de systèmes de contrôle qui prend en charge, stocke et déstocke des produits avec précision, exactitude et célérité sous un certain degré d'automatisation ».

Les AS/RS suscitent actuellement un intérêt de plus en plus grandissant, en raison des avantages importants qu'ils présentent ; à savoir : un faible coût au niveau de la main-d'œuvre, des dépenses revues à la baisse pour le stockage, une meilleure exploitation de l'espace de stockage, une meilleure traçabilité des produits stockés et un débit optimisé du système.

La forme de base d'un AS/RS est composée de deux racks séparés par une allée de desserte, chaque rack comportant un certain nombre de casiers. L'allée est desservie par une machine S/R (Storage/Retrieval machine) permettant de stocker les produits et de les déstocker à partir des casiers. Cette forme d'AS/RS est dite AS/RS à charge unitaire. C'est la forme la plus étudiée. Les AS/RS peuvent être classés suivant la disposition des casiers de stockage et le nombre de machines S/R servant ces casiers. On pourra ainsi citer : les AS/RS à charge unitaire, les AS/RS multi allées, les AS/RS à racks glissants, les AS/RS à mini charge, les AS/RS à carrousel, les AS/RS à personne embarquée, les AS/RS à étagère profonde, les AS/RS à convoyeur gravitationnel...etc.

Dans ce travail, nous nous intéressons aux AS/RS multi allées. Ce type d'AS/RS comporte plusieurs allées ; toutes, desservies par une seule machine S/R. Ceci permet le stockage d'un nombre important de produits (en raison du nombre important d'allées dont on dispose), mais avec un faible débit (parce qu'on utilise une seule machine). Parmi les principaux avantages des AS/RS multi allées, on retiendra leur propriété économe. En effet, le coût des machines S/R représente environ 40% de l'investissement initial d'un AS/RS. Le fait qu'un AS/RS multi allées utilise une seule machine S/R lui confère un coût réduit par rapport aux autres types. Ceci représente l'un des principaux avantages des AS/RS multi allées. La figure 1 schématise un AS/RS multi allées.

La machine S/R se déplace simultanément dans les deux directions : horizontale et verticale pour réduire le temps de déplacement (déplacement de Tchebychev). La machine S/R peut opérer en simple ou en double cycle. Dans un simple cycle, la machine S/R peut effectuer soit une opération de stockage soit une opération de déstockage par cycle. Tandis que dans un double cycle, la machine S/R effectue une opération de stockage suivie d'une opération de déstockage lors d'un même cycle.

Plusieurs mesures de performance peuvent être appliquées pour évaluer un AS/RS. Les plus importantes sont : Le taux d'utilisation de la machine S/R et Le temps moyen nécessaire pour servir une requête de stockage ou de déstockage, défini comme étant le temps qui s'écoule depuis l'apparition de la requête, jusqu'à la fin de son exécution.

Le temps de cycle figure parmi les paramètres les plus importants d'un AS/RS ; étant donné qu'il influe directement sur les performances du système global.

Beaucoup de travaux ont été consacrés au temps de cycle de la machine S/R. La plupart de ces travaux concernent les AS/RS à charge unitaire. Hausman et al. (1976) ont été parmi les premiers à développer un modèle analytique pour l'étude des AS/RS à charge unitaire. Ils ont abordé le problème de l'assignement optimal de stockage. Ils ont considéré trois stratégies : le stockage aléatoire, le stockage dédié et le stockage par classe. Ils ont montré qu'une réduction importante du temps de cycle est obtenue dans le cas d'un stockage dédié en comparaison avec un stockage purement aléatoire. Bozer et White (1984) ont utilisé une approximation continue du rack de stockage pour développer une expression mathématique permettant de calculer le temps de simple et de double cycle. Les AS/RS considérés sont à charge unitaire, le rack est rectangulaire et la stratégie de stockage est aléatoire. Par ailleurs, ils ont étudié plusieurs positions du point d'entrée/sortie. Han et al. (1997) ont développé une expression mathématique estimant le temps du double cycle, sous la règle "plus proche voisin" (nearest-neighbour). Sous cette règle, les requêtes de stockage et les requêtes de déstockage les plus proches sont appariées pour minimiser le temps de double cycle. Dans (Hwang et Ko, 1988) les auteurs ont proposé une expression mathématique pour les AS/RS multi allées, dans ce travail, chaque rack est considéré comme une face continue et pour chaque rack, ils ont développé une expression analytique du temps de cycle. Lerher et al. (2005) ont proposé un modèle analytique du temps de cycle d'un AS/RS multi- allées dans lequel, les auteurs ont pris en considération l'accélération et la décélération de la machine S/R. Les auteurs, dans (Sari et al. 2005) et (Sari, 2003), ont considéré les AS/RS à convoyeur gravitationnel, pour lesquels ils ont développé une expression mathématique continue du temps de cycle.

Dans cet article, nous nous proposons de déterminer les dimensions optimales d'un AS/RS multi allées pour un temps de simple cycle minimal.

Pour ce faire, nous avons utilisé l'expression analytique du simple cycle d'un AS/RS multi allées, déterminée par (Ghomri et al. 2008). Cette expression possède trois variables réelles.

En plus des contraintes de causalité, des durées de transports horizontaux et verticaux, une contrainte liée à la taille du système et à la constance de cette taille a été définie qui nous ramène à un problème d'optimisation en nombres réels d'une fonction à trois variables avec contraintes.

2. DESCRIPTION DE L'AS/RS MULTI ALLEES

Un AS/RS multi allées est composé d'un ensemble de racks fixes, disposés deux à deux en parallèle et séparés par des allées. Chacune de ces allées, appelée: allée de desserte donne accès aux deux racks. Une allée commune placée perpendiculairement aux racks relie toutes les allées de desserte (figure 1).

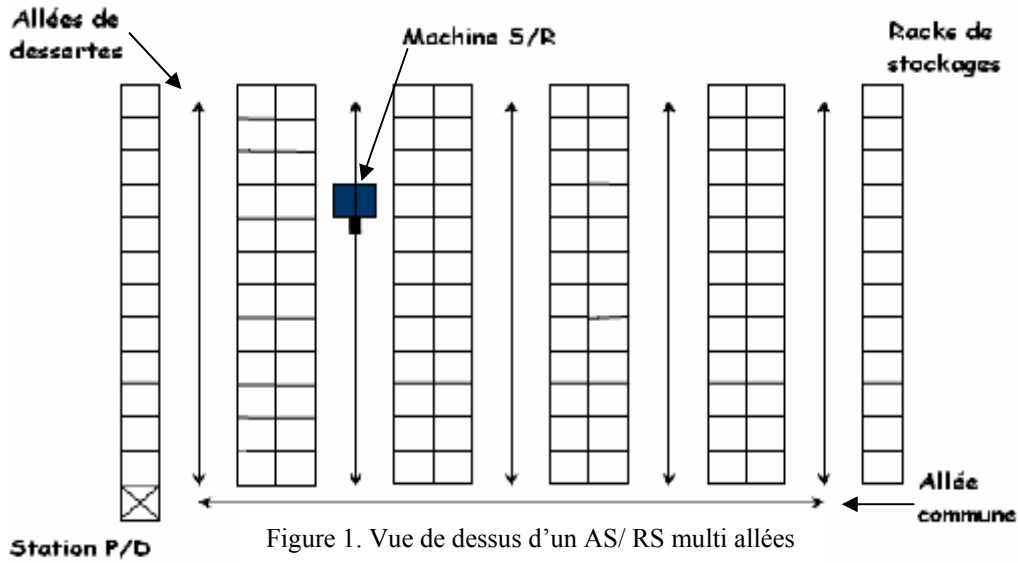


Figure 1. Vue de dessus d'un AS/RS multi allées

Une machine de stockage/déstockage dessert l'ensemble des racks, cette machine S/R se déplace, ainsi, suivant trois axes : verticalement, le long des colonnes formants les racks, horizontalement, le long des allées de desserte et transversalement, le long de l'allée commune dont l'une des extrémités est équipée d'une station de dépôt/ livraison (P/D).

A l'état initial, la machine S/R se trouve à la station P/D.

Pour une opération de stockage, la machine S/R se déplace simultanément dans le sens horizontal et dans le sens vertical jusqu'à ce qu'elle atteigne l'emplacement apprêté au dépôt du produit.

Pour une opération de déstockage, la machine S/R se déplace vers l'emplacement où se trouve le produit à déstocker et le récupère, pour revenir ensuite, à la station dépôt/ livraison.

3. PRESENTATION DE L'EXPRESSION ANALYTIQUE SIMPLE CYCLE POUR L'AS/RS MULTI ALLEES

3.1. Définition

Dans un simple cycle, la machine se déplace depuis le point de dépôt/livraison jusqu'au casier de stockage/déstockage, dépose ou récupère le produit et revient au point de dépôt/ livraison.

3.2. Notations

t_h : temps de déplacement horizontal du premier casier au dernier d'un rack.

t_v : temps de déplacement vertical du premier casier au dernier d'un rack.

t_p : temps de déplacement de la première à la dernière allée.

3.3. Expression analytique du temps moyen de simple cycle

Dans ce travail, nous nous intéressons aux systèmes de stockage/déstockage automatisés de type multi allées.

Ghomri et al. (2008) ont formulé l'expression analytique qui évalue le temps moyen simple cycle pour ce type de système.

L'expression contient trois variables t_p , t_v , t_h correspondant à des durées de déplacement et s'écrit :

$$ESC1 := \frac{t_p + t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24 * t_p * t_h}$$

si $t_v \leq \min(t_p, t_h)$

$$ESC2 := \frac{t_p + t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24 * t_p * t_h} - \frac{[t_v - \min(t_p, t_h)]^4}{24 * t_p * t_h * t_v}$$

si $\min(t_p, t_h) < t_v \leq \max(t_p, t_h)$

$$ESC3 := \frac{t_p + t_h}{2} + \frac{t_v^3}{24 * t_p * t_h} - \frac{[t_v - \min(t_p, t_h)]^4 + [t_v - \max(t_p, t_h)]^4}{24 * t_p * t_h * t_v}$$

si $\max(t_p, t_h) < t_v \leq t_p + t_h$

$$ESC4 := \frac{t_v}{2} + \frac{2(t_p + t_h)^2 - (t_p * t_h)}{12 * t_v}$$

si $t_p + t_h < t_v$

Ces quatre expressions correspondent à la variation de t_v par rapport à t_h et t_p (Ghomri et al. 2008).

4. FORMULATION DU PROBLEME

Dans un but d'optimisation de l'expression analytique du temps moyen simple cycle pour l'AS/RS multi allées nous considérons les contraintes suivantes :

4.1. Contraintes

$t_p > 0$
 $t_v > 0$
 $t_h > 0$ } Les variables t_p , t_v et t_h représentent des durées, elles sont positives et non nulles.

$t_p * t_v * t_h = \text{constante}$: contrainte considérant que le nombre de casiers du système est constant.
 Par conséquent $t_p * t_v * t_h = \text{constante}$.

Démonstration :

On détermine les dimensions des AS/ RS multi allées comme suit :

Notation :

M: nombre d'allées dans le système.

N : nombre de casiers total.

N_l : nombre de casiers par ligne.

N_h : nombre de casiers par colonne.

t'_h : temps de déplacement horizontal d'un casier au suivant.

t'_v : temps de déplacement vertical d'un casier au suivant

t'_p : temps de déplacement d'une allée à la suivante.

- On suppose que le système a un nombre constant de casiers de stockage $N = \text{constante}$.

$$N = 2 * (N_l * N_h * M)$$

$$t_p = t'_p * M \Rightarrow M = \frac{t_p}{t'_p}$$

$$t_h = t'_h * N_l \Rightarrow N_l = \frac{t_h}{t'_h}$$

$$t_v = t'_v * N_h \Rightarrow N_h = \frac{t_v}{t'_v}$$

$$\text{Donc : } N = 2 * \left(\frac{t_p}{t'_p} * \frac{t_h}{t'_h} * \frac{t_v}{t'_v} \right)$$

$$\text{On obtient alors: } \frac{N * t'_p * t'_h * t'_v}{2} = t_p * t_v * t_h$$

t'_h, t'_v, t'_p sont constants donc :

$$t_p * t_v * t_h = \text{constante.}$$

4.2. Changement de variables

On introduit dans l'expression du temps moyen de simple cycle pour l'AS/RS multi allées précédente la contrainte $t_p * t_h * t_v = \text{constante}$, en prenant arbitrairement la constante =1

Et on pose:

$$t_p = x$$

$$t_h = y$$

$$t_v = \frac{1}{xy}$$

On obtient alors:

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x+y}{2} + \frac{1}{24 * x^4 * y^4} & \text{si } \frac{1}{xy} \leq \min(x, y) \\ \frac{x+y}{2} + \frac{1}{24 * x^4 * y^4} - \frac{1}{24} \left[\frac{1}{xy} - \min(x, y) \right]^4 & \text{si } \min(x, y) < \frac{1}{xy} \leq \max(x, y) \\ \frac{x+y}{2} + \frac{1}{24 * x^4 * y^4} - \frac{1}{24} \left[\left(\frac{1}{xy} - x \right)^4 + \left(\frac{1}{xy} - y \right)^4 \right] & \text{si } \max(x, y) < \frac{1}{xy} \leq x+y \\ \frac{1}{2xy} + \frac{xy}{12} [2x^2 + 2y^2 + 3xy] & \text{si } x+y < \frac{1}{xy} \end{cases}$$

5. GRAPHE DES DOMAINES DE DEFINITION

Les variables x et y représentent des durées, elles sont positives et non nulles donc le domaine de définition est: $D =]0, +\infty [*]0, +\infty [$

On décompose D en quatre domaines : $D = D1 \cup D2 \cup D3 \cup D4$ tel que montré dans la figure 2.

D1 correspond à : $\frac{1}{xy} \leq \min(x, y)$

D2 correspond à : $\min(x, y) < \frac{1}{xy} \leq \max(x, y)$

D3 correspond à : $\max(x, y) < \frac{1}{xy} \leq x+y$

D4 correspond à : $x+y < \frac{1}{xy}$ (figure 2)

Et on étudie le minimum dans chacun des domaines

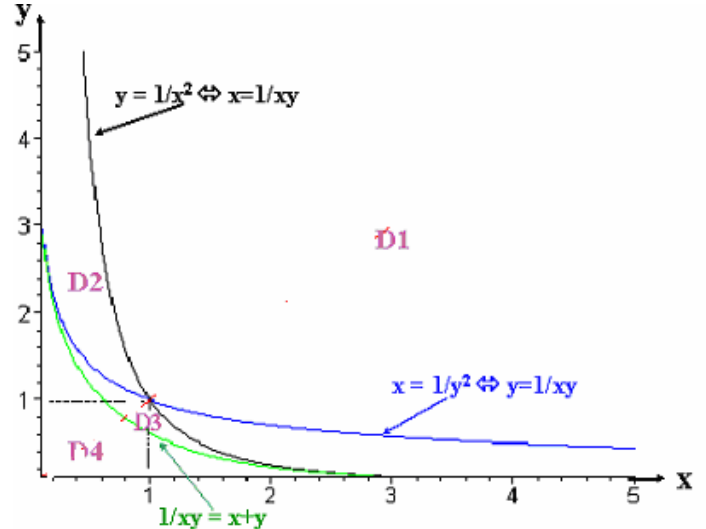


Figure 2. Graphe des domaines de définition

- La fonction $f(x, y)$ est continue et ses dérivées partielles sont continues, car elle s'obtient en intégrant

une fonction continue, ceci est détaillé dans (Ghomri et al. 2008).

Elle est définie pour $x > 0$ et $y > 0$ et elle tend vers $+\infty$ quand x ou y tendent vers 0 ou vers $+\infty$. Elle est strictement positive sur son domaine de définition. Donc elle admet un minimum qui est atteint en un point (x^*, y^*) , avec $x^* > 0$ et $y^* > 0$, et ce minimum est strictement positif.

La simulation numérique montre que le minimum global est $x^*=y^* \approx 0.8756$ pour $\alpha = 45^\circ$ et $f(x^*, y^*) \approx 0.9933$.

6. PASSAGE À UNE FONCTION A UNE VARIABLE

On pose $y = x \operatorname{tg}(\alpha)$

Lorsque α varie dans $] 0, \pi/2 [$, y prend toutes les valeurs dans \mathbb{R}^*_+

On obtient alors une nouvelle fonction $F_\alpha(x)$ à une seule variable.

Ce qui permet une représentation graphique dans le plan

α jouant le rôle d'un paramètre.

On considère la fonction

$$F_\alpha(x) = f(x, x \operatorname{tg}(\alpha)).$$

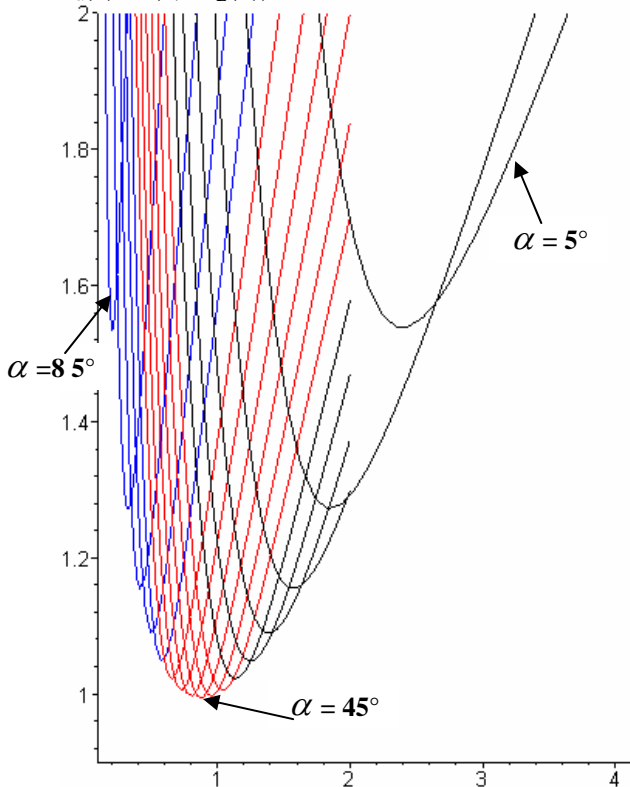


Figure 3. Tracé de $F_\alpha(x)$ en faisant varier l'angle α de 5° à 85° avec un pas de 5°

Sous les changements de variables précédemment définis et avec le paramètre α variant de 5° à 85° avec un pas de 5° , l'étude et le tracé des fonctions $F_\alpha(x)$ donnent une famille de 17 courbes (figure 3).

-Les courbes en noir représentent la fonction $F_\alpha(x)$ pour α allant de 5° à 30° .

-Les courbes en rouge représentent la fonction $F_\alpha(x)$ pour α allant de 35° à 60° .

-Les courbes en bleu représentent la fonction $F_\alpha(x)$ pour α allant de 65° à 85° .

Nous nous intéressons à la recherche du minimum global de cette famille de fonctions.

L'étude nous permet les déductions suivantes :

-Toutes les courbes présentent un seul minimum.

-Toutes les courbes tendent vers l'infini pour $x = 0$ et pour $x = \infty$.

7. SITUATION GLOBALE DES MINIMA

Il est à noter en particulier que cette étude des minima des différentes courbes a montré que ces minima se situent globalement dans le domaine D3 pour α variant de 20° à 70° (voir figure 4) nous restreignons la recherche au domaine D3 et donc à l'expression de la fonction f dans D3.

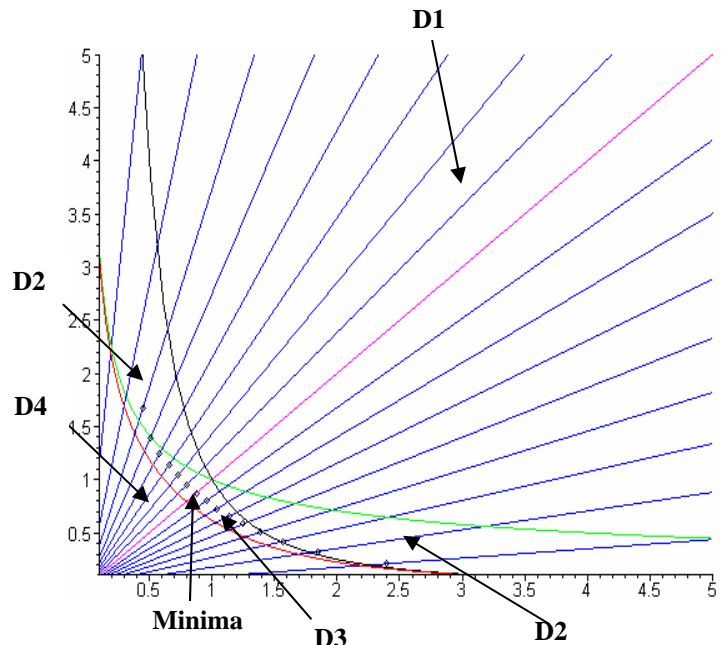


Figure 4. Situation globale des minima

La figure 3 montre que ces minima varient en fonction de α avec un minimum global pour $\alpha = 45^\circ$ et une faible variation entre $\alpha = 30^\circ$ et $\alpha = 60^\circ$. Nous définissons donc une région utile d'utilisation entre $\alpha = 30^\circ$ et $\alpha = 60^\circ$. Dans cette région la variation relative maximale est donnée par :

$$\begin{aligned} \text{var} &= \max \left(\frac{1.0219 - 0.9934}{0.9934}, \frac{1.0217 - 0.9934}{0.9934} \right) \\ &= \max (0.028695704, 0.028504774) \\ &= \max (2.8695\%, 2.8504\%) \\ \text{var} &= 2.8695\% \quad \text{Où :} \end{aligned}$$

$$1.0219 = f(x^*, x^* \operatorname{tg} 30^\circ)$$

$$1.0217 = f(x^*, x^* \operatorname{tg} 60^\circ)$$

$$0.9934 = f(x^*, x^*tg 45^\circ)$$

8. EXPRESSION EN (t_p , t_h , t_v) relative au domaine D3

Nous remarquons que les valeurs du paramètre α correspondant à des fonctions dont le minimum est dans un voisinage du minimum global de l'ensemble de ces courbes, sont en fait dans l'intervalle $[20^\circ, 70^\circ]$. On restreint alors notre problème d'optimisation à l'ensemble des courbes correspondant à $\alpha \in [20^\circ, 70^\circ]$; lesquelles atteignent leur minimum dans D3 correspondant donc à l'expression ESC3.

α°	t_p	t_h	t_v	ESC3
30°	1.1363	0.6561	1.3413	1.0219
35°	1.0401	0.7283	1.3200	1.0054
40°	0.9545	0.8009	1.3081	0.9963
45°	0.8756	0.8756	1.3043	0.9934
50°	0.8009	0.9546	1.3078	0.9963
55°	0.7285	1.0404	1.3194	1.0053
60°	0.6563	1.1368	1.3403	1.0217

Tableau 1. Tableau des valeurs du minimum

Nous remarquons que dans la région utile t_v reste constant autour de 1.3 par unité tandis que t_p et t_h varient de 0.66 à 1.14, ce qui permet une certaine flexibilité lors de la conception du système.

Notons que le temps de cycle minimal est obtenu lorsque $t_p = t_h$.

9. CONCLUSION

L'étude détaillée des AS/RS a mis en valeur leur importance dans le domaine de l'industrie et de la production et a confirmé leurs performances dans les différents champs d'application, a savoir : une meilleure gestion de stock en minimisant le temps de cycle de la machine S/R et en optimisant la sécurité.

L'AS/RS multi allées se caractérise par l'existence de plusieurs racks séparés par des allées utilisées pour la circulation de la machine de stockage/déstockage.

Ce travail a permis d'optimiser l'expression du temps moyen de simple cycle pour l'AS/RS multi allées sur la base de méthodes classiques d'optimisation et d'analyse fonctionnelle.

Les résultats de ces investigations ont permis de déterminer un minimum global ainsi qu'une région utile où les minima sont très proches du minimum global. Ceci permet une plus grande flexibilité lors de la conception du système, due à la possibilité des

variations contingentes réalisables sur les dimensions du système dans une large fourchette sans variation importante du temps de simple cycle.

REFERENCES

Bozer, Y. A. et White J. A. 1984. Travel time for automated storage/retrieval systems. IIE transactions, 16(4), 329-338.

Ghomri, L., Sari, Z., Guezzan, A, et Sari T, 2008. Modèle analytique du temps de simple cycle d'un AS/RS multi allées Mosim' 08 Paris, 31 Mars-02 Avril 2008.

Han, M.H., McGinnis, L.F., Shieh, J. S., and White, J.A., 1987. On sequencing retrievals in an automated storage/retrieval system. IIE Transactions, 19, 56-66.

Hausman, W.H., Schwarz, L. B., and Graves, S. C., 1976. Optimal storage assignment in automatic warehousing systems. Management Science, 22 (6), 629- 638.

Hwang H, Ko CS 1988. A study on multi-aisle system served by a single storage/retrieval machine. Int J Prod Res 26(11): 1727–1737

Material Handling Institute, 1977. Consideration for planning and installing an automated storage/retrieval systems, Inc., AS/RS Document-100 7M.

Sari. Z, 2003. Modélisation, analyse et évaluation des performances d'un AS/RS à convoyeur gravitationnel, thèse de doctorat d'état, université Abou-bekr Belkaïd Tlemcen, Algérie.

Sari. Z, Saygin. C et Ghouali. N, 2005. Travel-time models for flow-rack automated storage and retrieval systems, Int J Adv Manuf Technol, 25: 979–987

Tone Lerher, Matjaz Sraml, Janez Kramberger, Iztok Potrc, Matej Borovinsek and Blaz Zmazek, 2005. Analytical travel time models for multi aisle automated storage and retrieval systems. Int J Adv Manuf Technol, 30 (3-4) 340-356.