7e Conférence Internationale de MOdélisation et SIMulation - MOSIM'08 - du 31 mars au 2 avril 2008 – Paris- France
« Modélisation, Optimisation et Simulation des Systèmes : Communication, Coopération et Coordination.».

UNE APPROCHE COOPÉRATIVE POUR L'ORDONNANCEMENT SOUS INCERTITUDES

C. BRIAND

Université de Toulouse, LAAS-CNRS
7 Avenue du Colonel Roche
briand@laas.fr

S. OURARI, B. BOUZOUIA
CDTA
B.P.17 Baba Hassen
Alger
s_ourari@yahoo.com, bouzouia@cdta.dz

RÉSUMÉ : *Cet article s'intéresse aux problèmes d'ordonnancement de type job shop. Contrairement aux approches classiques, on suppose que les travaux à réaliser ne sont pas tous connus initialement et qu'ils sont définis au fur et à mesure que les commandes apparaissent, l'ordonnancement étant alors adapté de façon réactive. Le fait que l'approche d'ordonnancement proposée dans cet article soit coopérative constitue une deuxième originalité. Chaque ressource gère son propre ordonnancement local (ordonnancement à une machine), l'ordonnancement global résultant d'une coopération entre les diverses ressources. On suppose que les ordonnancements locaux sont des ordonnancements incorporant de la flexibilité séquentielle, cette flexibilité permettant d'une part à chaque ressource de négocier avec les autres et, d'autre part, de faire face aux incertitudes liées à la mise en œuvre. L'objectif global recherché est la cohérence des décisions prises sur chaque ressource avec maintien d'un niveau de flexibilité donné. Pour cela, un modèle est défini et des mécanismes de coopération entre ressources, permettant la négociation de décision d'ordonnancement, sont proposés.*

MOTS-CLÉS : *Ordonnancement coopératif, job shop, robustesse, dominance.*

1. INTRODUCTION

Compte tenu du caractère incertain de l'environnement d'une entreprise, la probabilité est faible pour qu'une fabrication soit effectivement réalisée conformément à un plan de production détaillée (préétabli hors ligne). En effet, la fonction ordonnancement détermine le plan de production sur la base de paramètres déterministes qui sont en réalité sujets à fluctuation. Parmi ces paramètres fluctuants, on distingue principalement (Billaut et al., 2005; Davenport et Beck, 2000; Herroelen et Leus, 2004) : les durées d'exécution des tâches, les dates de disponibilités et les dates échues des travaux, les disponibilités de ressources…

Pour tenir compte au sein de l'ordonnancement de ces fluctuations et pour maîtriser les dégradations de performances qu'elles entrainent, des schémas de résolution sont proposés couplant une partie hors ligne (proactive) et une partie en ligne (réactive). Les notions de flexibilité et de robustesse sont alors définies pour caractériser un système d'ordonnancement capable de faire face aux incertitudes. La flexibilité fait référence à la liberté décisionnelle dont on dispose durant la phase d'exploitation d'un ordonnancement prévisionnel (GoThA, 2002). La notion de robustesse est étroitement liée à celle de flexibilité, en effet, de la flexibilité est souvent injectée dans une solution déterministe afin de la rendre robuste vis-à-vis d'un certain type d'incertitude.

Une classification de référence des méthodes d'ordonnancement avec prise en compte des incertitudes est donnée dans (Davenport et Beck., 200), (Leus, 2003) et (Herroelen et Leus, 2004). On distingue les méthodes générant un ordonnancement prévisionnel unique, puis proposant de façon réactive des modifications locales afin de prendre en considération l'état nouveau du système de production et d'absorber les conséquences des aléas (Sabuncuoglu et Bayiz, 2000). D'autres approches, communément appelées approches proactives, se restreignent à des perturbation spécifiques et proposent des méthodes de résolution ad hoc (Leon, 1994; Sevaux et Sörensen, 2002; Wu et al., 1993). Une autre classe de méthode introduit dans l'ordonnancement prévisionnel de la flexibilité relative à l'ordre d'exécution des tâches (appelée flexibilité séquentielle), tout en garantissant une performance. Cela permet de mettre en évidence une famille d'ordonnancements au lieu d'un ordonnancement unique. Ces méthodes sont qualifiées de robustes dans le sens où elles permettent de réagir en ligne aux événements imprévus qui apparaissent durant l'exécution, en autorisant le passage d'une solution devenue obsolète à une autre, sans remise en cause de la performance. Parmi ces méthodes, on distingue les approches basées sur la notion de groupe d'opérations permutables (Artigues et al., 2005; Billaut et al., 2005; Esswein et al., 2003) qui autorisent la permutation de certaines tâches contiguës sur une ressource. Un autre type d'approche est proposé dans (Briand et al., 2007) , pour le cas du problème à une machine, où la caractérisation d'une famille flexible de solutions repose sur l'uti1isation d'un théorème de dominance. Cette approche est utilisée au sein de cet article.

De façon classique, la résolution en-ligne ou hors-ligne de problèmes ordonnancement avec prise en compte des incertitudes est classiquement assimilée à un problème de décision global car la fonction ordonnancement gère l'organisation de la totalité des ressources, chacune devant respecter la solution établie. Pourtant, dans de nombreux champs d'applications (chaînes logistiques, projets industriels, …), les ressources exécutantes sont souvent réparties au sein d'un ensemble d'acteurs, se trouvant parfois en situation de concurrence, et disposant de fait d'une autonomie de décision qu'il est fondamental de prendre en compte. Il est alors préférable d'adopter une démarche coopérative entre les différents acteurs de manière à converger vers un compromis satisfaisant les exigences de performance globale et celles de performance locale. De telles approches sont proposées dans (Dudek et Stadtler, 2004), (Monsarrat et al., 2005) et (Portmann et Mouloua, 2007).

Dans cet article, l'ordonnancement est considéré comme une fonction distribuée où la solution globale résulte d'une négociation entre plusieurs ressources (appelées centres de décision dans ce qui suit), chacun gérant son propre ordonnancement local.

L'article est structuré comme suit. Dans un premier temps, quelques notions utiles à la compréhension de l'approche proposée sont décrites. La partie 3 précise les hypothèses de fonctionnement retenues. La partie 4 présente la notion de cohérence globale et les différentes fonctions de coopération mis en jeu. La partie 5 focalise sur la problématique de négociation entre centres de décision. Enfin, la partie 6 propose une formulation mathématique de cette négociation.

2. UNE APPROCHE D'ORDONNANCEMENT ROBUSTE POUR LE PROBLÈME À UNE MACHINE

Dans les années quatre-vingt, considérant le problème d'ordonnancement à une machine avec fenêtres d'exécution, Erschler et al. (Erschler et al., 1983) mettent en évidence une nouvelle condition de dominance pour la recherche de solutions admissibles. Un ensemble $V=\{1,...,n\}$ de n travaux est considéré, chaque travail $i \in V$ étant caractérisé par une date de disponibilité r_i, une date échue d_i, et une durée opératoire p_i. Une séquence de travaux est dite admissible si les travaux finissent à l'heure, i.e. si la condition (1), où s_i et f_i désignent respectivement les dates de début et de fin du travail i, est satisfaite. Trouver une solution admissible pour ce problème est NP-difficile (Lenstra et al., 1977).

$$\forall\, i \in V, \quad s_i \geq r_i \quad et \quad f_i = s_i + p_i \leq d_i \qquad (1)$$

La condition de dominance d'Erschler et al. utilise les notions de *sommet* et de *pyramide*. Ces notions sont définies sur la base des intervalles d'exécution $[r_i\ d_i]$ des travaux. Rappelons qu'une condition de dominance permet de réduire l'espace de recherche à considérer : seules les solutions non dominées sont conservées. Dans le cas du problème à une machine, on dit qu'une séquence de travaux σ_2 est dominée par une séquence σ_1 si l'admissibilité de σ_2 implique celle de σ_1.

Définition 1 : Un travail t est dit sommet s'il n'existe pas $i \in V$ tel que $r_i > r_t \ \wedge \ d_i < d_t$.

Les sommets sont indexés selon l'ordre croissant des r_i (des d_i en cas d'égalité des r_i).

Définition 2 : Une pyramide P_α associée au sommet t_α est le sous ensemble de tâches : $P_\alpha = \left\{ i \in V \ / \ r_i < r_{t_\alpha} \wedge d_i > d_{t_\alpha} \right\}$

Conformément à la définition de pyramide, on remarque qu'un travail peut appartenir à plusieurs pyramides. On note $u(i)$ et $v(i)$ respectivement l'indice de la première pyramide à laquelle le travail i appartient et l'indice de la dernière pyramide à laquelle le travail i appartient. En se basant sur ces notions, Erschler et *al.* démontrent le théorème suivant, désigné sous le nom de théorème des pyramides.

Théorème: *Un ensemble dominant de séquences peut être constitué par les séquences telles que :*
- *les sommets sont ordonnés dans l'ordre de leur indice ;*
- *avant le premier sommet, seuls sont placés les travaux appartenant à la première pyramide rangés dans l'ordre croissant de leur date de disponibilité ou, en cas d'égalité, dans un ordre arbitraire;*
- *après le dernier sommet, seuls sont placés les travaux appartenant à la dernière pyramide rangés dans l'ordre croissant de leur date échue ou, en cas d'égalité, dans un ordre arbitraire ;*
- *entre deux sommets s_k et s_{k+1}, sont placés en premier les travaux appartenant à la pyramide P_k et n'appartenant pas à P_{k+1} dans l'ordre de leur date échue (dans un ordre arbitraire en cas d'égalité), puis les travaux communs aux pyramides P_k et P_{k+1} dans un ordre arbitraire, et enfin les travaux appartenant à la pyramide P_{k+1} et n'appartenant pas à P_k dans l'ordre de leur date de disponibilité (dans un ordre arbitraire en cas d'égalité).*

Le théorème précédent permet de caractériser un ensemble de séquences dominantes. On remarque que cet ensemble est fonction uniquement de l'ordre total défini entre les r_i et d_i des travaux et qu'il est donc relativement indépendant des valeurs numériques des p_i ,r_i et d_i. Dans (Erschler et al., 1985) et (Briand et al., 2005), il est montré que ce sous-ensemble est également dominant vis-à-vis des critères réguliers d'optimisation $T_{\max}$, plus grand retard vrai et $L_{\max}$, plus grand retard algébrique.

Dans (Briand et al., 2007), il est également montré comment, étant donné un problème V et son ensemble S^V de séquences dominantes, déterminé selon le théorème des pyramides, il est possible d'associer à chaque travail i un intervalle de retard noté $[L_i^{min},L_i^{max}]$, où L_i^{min} (resp L_i^{max}) désigne le meilleur (resp le pire) retard algébrique du travail i parmi toutes les séquence de S^V.

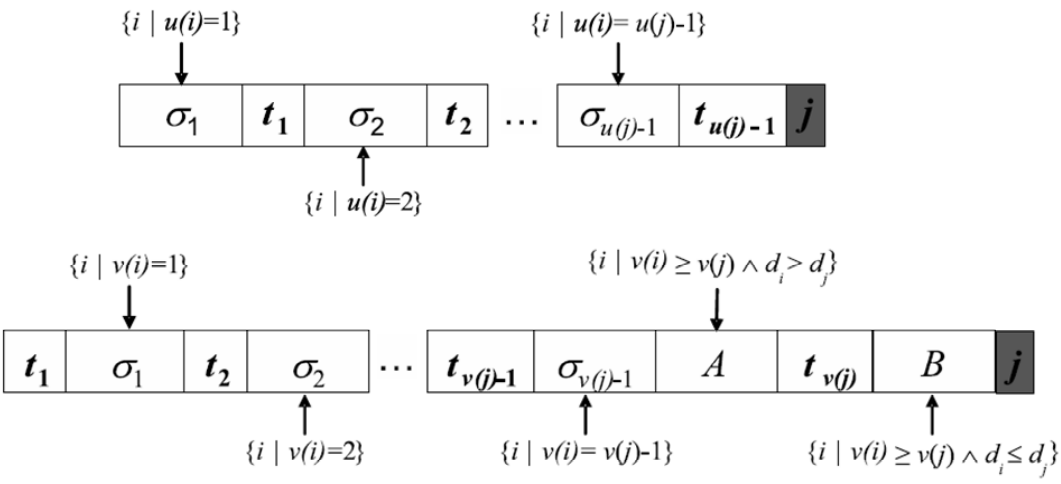

Figure 1. Séquences aux mieux et au pire pour le travail j

Cet intervalle de retard se calcule en temps polynomial grâce à la détermination pour chaque travail i des séquences au mieux et au pire, c'est-à-dire des séquences induisant le plus petit et le plus grand retard pour le travail considéré parmi toutes les séquences de S^V. La figure 1 illustre la structure de ces deux séquences pour un travail j quelconque. Les notations σ, A et B désignent des sous-séquences de travaux (constituées comme indiquées sur la figure) et t_k désigne le sommet d'indice k. Rappelons que $u(i)$ et $v(i)$ indiquent respectivement l'indice de la première pyramide à laquelle le travail i appartient et l'indice de la dernière pyramide à laquelle le travail i appartient. Enfin, les travaux de σ_i sont ordonnés par ordre croissant de leur date de disponibilité s'ils sont placés avant le sommet t_i et par ordre croissant de leur date échue s'ils sont placés après.

Le retard algébrique optimal L_{max} est alors tel que :

$$\max_{i\in V}\left(L_i^{\min}\right) \le L_{\max} \le \max_{i\in V}\left(L_i^{\max}\right)$$

Il est donc possible de juger si un ensemble dominant de séquences est acceptable ou non, relativement à la performance au pire. D'autre part, il est montré dans (Briand et al., 2007) et (La et al., 2005) comment éliminer de l'ensemble dominant les séquences les moins bonnes, de sorte à améliorer les performances au pire.

On note que les valeurs de L_i^{min} et L_i^{max} permettent de déduire les valeurs des dates de début au mieux et au pire s_i^{min} et s_i^{max} de chaque travail i :

$$\begin{aligned} s_i^{\min} &= L_i^{\min} + d_i - p_i \\ s_i^{\max} &= L_i^{\max} + d_i - p_i \end{aligned}$$

On en déduit les dates de fin au mieux et au pire f_i^{min} et f_i^{max} de chaque travail :

$$\begin{aligned} f_i^{\min} &= s_i^{\min} + p_i \\ f_i^{\max} &= s_i^{\max} + p_i \end{aligned}$$

3. CADRE DE COOPÉRATION

On considère un atelier de fabrication de type jobshop. Le problème consiste à ordonnancer un ensemble T de travaux sur un ensemble M de m machines $M=\{M_1,\ldots M_m\}$. Chaque travail est caractérisé par une gamme opératoire et est constitué d'un ensemble d'opérations devant chacune s'exécuter sur une des m machines de M dans l'ordre défini par la gamme. La j-ème opération du travail i est noté (i,j). Elle possède une durée opératoire p_{ij} et est exécutée sur la machine m_{ij}. On note s_{ij} et f_{ij} les dates de début et de fin de l'opération (i,j). L'objectif généralement considéré est la minimisation de la durée totale d'exécution (makespan), notée $C_{\max}$.

Ce problème est NP-difficile (Lenstra et al., 1977). Il est possible de le décomposer en m sous problèmes à une machine interdépendants, où chaque opération est caractérisée par une fenêtre d'exécution $[r_{ij}, d_{ij}]$, r_{ij} et d_{ij} correspondant respectivement aux dates de début au plus tôt et de fin au plus tard de l'opération (i,j). Dans chaque sous-problème, il s'agit de minimiser le plus grand retard algébrique.Les sous-problèmes sont interdépendants car la séquence optimale d'opérations déterminée sur une machine donnée doit être cohérente (au sens des gammes opératoires) avec les séquences d'opérations trouvées sur les autres machines (Adams et al., 1988).

Comme évoqué précédemment, nous supposons que chaque machine est assimilée à un centre de décision (CDD), qu'elle gère son propre ordonnancement local et qu'elle dispose donc de sa propre flexibilité décisionnelle. Cette flexibilité correspond dans notre cas au nombre de séquences dominantes que le théorème des pyramides permet de caractériser, étant donnée une structure d'intervalles définie par les r_{ij} et d_{ij} des opérations. On note $u(i,j)$ (resp. $u(i,j)$) l'indice de la première (resp. de la dernière) pyramide à laquelle appartient l'opération (i,j).

Les CDDs sont traversés par des flux de produits. En considérant un CDD u particulier, il est possible de distinguer, selon les gammes opératoires, ses CDDs amont et ses CDDs aval qui, respectivement, fournissent à u les produits qu'il doit transformer et reçoivent de u les produits transformés. Remarquons qu'ici, l'atelier étant de type jobshop, la distinction amont – aval est logique, c'est-à-dire qu'un CDD se trouvant en amont peut également se trouver en aval, celui-ci pouvant à la fois être fournisseur pour u d'un produit i donné et consommateur d'un autre produit j que u transforme.

Nous supposons dans ce qui suit que chaque CDD coopère avec ses CDDs amont et aval. L'objectif de la coopération est d'amener les acteurs à expliciter les marges de sécurité que chacun se réserve pour définir les dates de livraison des produits, tout en laissant de la flexibilité à chaque acteur afin de réagir aux perturbations.

Nous considérons qu'une négociation est menée entre une paire de CCDs et qu'elle a pour objet le dimensionnement de l'intervalle de livraison d'un produit entre un CDD et l'autre. Ainsi, comme schématisé sur la figure 2, si on considère un CCD u devant exécuter un ensemble d'opérations V_u, celui-ci doit négocier, pour chaque opération $(i,j) \in V_u$:

- en amont avec le CDD réalisant $(i,(j\text{-}1))$ de sorte à s'entendre pour définir un intervalle temporel $[\, r_{ij}^{\min} \; r_{ij}^{\max} \,]$ (noté $[r_{ij}]$ dans la suite du texte) dans lequel le produit ayant subi l'opération $(i,(j\text{-}1))$ sera considéré disponible ;
- en aval avec le CDD réalisant $(i,(j+1))$ de sorte à s'entendre pour fixer un intervalle temporel $[\, d_{ij}^{\min} \; d_{ij}^{\max} \,]$ (noté $[d_{ij}]$ par la suite) dans lequel le produit ayant subi l'opération (i,j) sera livré par u.

On remarque que selon cette logique l'intervalle $[r_{ij}]$ de la machine réalisant (i,j) correspond, pour la machine réalisant $(i,(j\text{-}1))$, à son intervalle $[d_{i\,(j-1)}]$. De même, $[d_{ij}] = [r_{i(j+1)}]$.

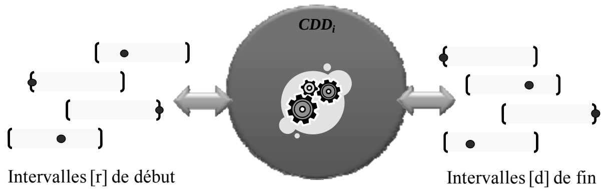

Figure 2 : Interaction d'un CDD avec son environnement

Fixer des intervalles de livraisons de produits entre deux CDDs (au lieu d'une date fixe) permet de donner plus de flexibilité à chaque CDD pour la gestion de son organisation locale. Nous supposons que les intervalles $[r_{ij}]$ et $[d_{ij}]$ négociés entre les centres sont contractuels et qu'ils correspondent à un engagement mutuel de production/consommation : le CDD amont s'engage à achever l'opération qu'il a en charge sur un produit dans une fenêtre temporelle fixée et, réciproquement, le CDD aval s'engage à commencer la prochaine opération que le produit doit subir dans cette même fenêtre. Par exemple, sur la figure 2, les dates de début et de fin r_{ij} et d_{ij} effectivement choisies par le CDD u pour les opérations qu'il prend en charge sont matérialisées par un point rouge sur les intervalles. Ces dates sont cohérentes avec les intervalles négociés (i.e. $r_{ij} \in [r_{ij}]$ et $d_{ij} \in [d_{ij}]$).

4. NOTION DE COHÉRENCE ET FONCTIONS DE COOPÉRATION

Sous les hypothèses définies dans la partie précédente, un CDD doit définir un ordonnancement local qui soit cohérent avec les fenêtres $[r_{ij}]$ et $[d_{ij}]$ de disponibilité et de livraison. Si on utilise l'approche décrite dans la partie 2, l'ordonnancement construit au niveau de chaque CDD est flexible et chaque opération est alors caractérisée par un intervalle de date de début $[\, s_{ij}^{\min} s_{ij}^{\max} \,]$ (noté $[s_{ij}]$ dans la suite du texte) où $s_{ij}^{\min}$ est la date de début au mieux de (i,j) et $s_{ij}^{\max}$, la date de début au pire de (i,j). La cohérence de l'intervalle $[s_{ij}]$ avec les intervalles $[r_{ij}]$ et $[d_{ij}]$ négociés peut s'exprimer par les inégalités suivantes :

$$r_{ij}^{\min} \le s_{ij}^{\min} \le r_{ij}^{\max} \quad \text{et} \quad d_{ij}^{\min} \le s_{ij}^{\max} + p_{ij} \le d_{ij}^{\max} \quad (2)$$

Le système d'inégalités (2) impose, d'une part, qu'un CDD ne planifie jamais le début au mieux d'une opération j sur un produit i avant que celui-ci ne soit disponible (i.e. $r_{ij}^{\min} \le s_{ij}^{\min}$) et, d'autre part, qu'au pire des cas, le produit soit délivré à temps (i.e. $s_{ij}^{\max} + p_{ij} \le d_{ij}^{\max}$). Les deux autres inégalités permettent d'éviter la situation de sur-autonomie où un CDD demanderait à un CDD amont d'achever un produit plus tôt que nécessaire (i.e. $r_{ij}^{\max} < s_{ij}^{\min}$) et celle où un produit serait achevé, au pire des cas, plus tôt que nécessaire (i.e. $s_{ij}^{\max} + p_{ij} < d_{ij}^{\min}$).

Comme dans (Monsarrat et al., 05), nous considérons que les différentes fonctions inhérentes à la coopération sont la *négociation*, la *coordination* et la *renégociation*.

Un processus de négociation est initié lorsqu'un CDD demande à un autre CDD, amont ou aval, de réaliser une nouvelle opération sur un produit, correspondant à l'opération suivante ou précédente de la gamme. De tels processus sont amorcés au moment de l'arrivée d'un nouveau travail. Il s'agit de déterminer des intervalles $[r_{ij}]$ et $[d_{ij}]$ pour chaque opération (i,j) du nouveau travail i. L'arrivée d'un nouveau travail correspond à l'occurrence d'une nouvelle commande pour un produit donné. Nous supposons qu'un intervalle de délai $[d_i]$ est associé à la commande (cet intervalle pouvant éventuellement être réduit à un point). Le but des différentes négociations est de définir les intervalles $[r_{ij}]$ et $[d_{ij}]$ des opérations de sorte à respecter les contraintes de cohérence (2) et satisfaire, dans la mesure du possible, l'intervalle de délai $[d_i]$.

Au cours des négociations menées lors de l'insertion de nouvelles opérations, il peut s'avérer pertinent, pour améliorer la performance globale, de renégocier certains intervalles $[r]$ ou $[d]$ d'opérations déjà existantes. On parle alors de renégociation. Notons qu'une renégociation peut également avoir lieu si, suite à un aléa sur un CDD, l'intervalle $[s_{ij}]$ d'une opération devient incohérent avec les valeurs courantes de $[r_{ij}]$ et $[d_{ij}]$. Le processus de renégociation a alors pour but de recouvrer la cohérence.

Négociation et renégociation sont réalisées par échange de requêtes entre paire de CDDs. Un CDD initiateur émet à un autre CDD, situé en amont ou en aval, une proposition d'intervalle $[r_{ij}]$ ou $[d_{ij}]$. Ce dernier peut alors soit accepter la proposition, soit émettre à son tour une contre-proposition. Nous revenons sur cette idée dans la partie suivante.

Les ordonnancements locaux des CDDs évoluent dans le temps. En effet, l'arrivée de nouvelles opérations ou l'occurrence d'aléas, impose à chaque CDD de mettre à jour l'ensemble des séquences dominantes qu'il gère. Il est donc nécessaire que les CDDs se coordonnent en s'échangeant les valeurs des dates de début et de fin, au mieux et au pire, de chaque opération.

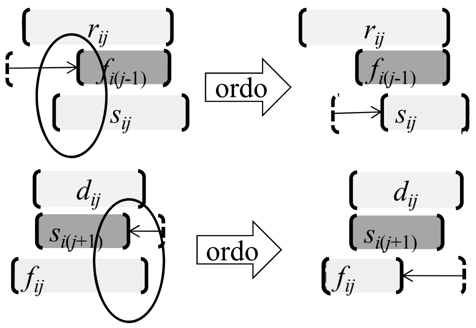

Figure 3 : Situations nécessitant un réordonnancement

Ainsi que l'illustre la figure 3, la modification d'une date de début au mieux ou au pire d'une opération au niveau d'un CDD, peut induire un réordonnancement sur un autre CDD (c'est-à-dire l'adaptation de l'ensemble dominant de séquences). C'est en particulier le cas lorsque :

$$s_{ij}^{\min} \le s_{i(j-1)}^{\min} + p_{i(j-1)} = f_{i(j-1)}^{\min} \text{ ou}$$
$$s_{i(j+1)}^{\max} \le s_{ij}^{\max} + p_{ij} = f_{ij}^{\max} .$$

On remarque que la modification d'une date au mieux ou au pire peut être cohérente avec les intervalles contractés lors des négociations (c'est le cas sur la figure 3). Dans ce cas aucune renégociation n'est nécessaire. Par contre, si un réordonnancement entraine une violation des contraintes (2), alors une renégociation est imposée. Les cas où une renégociation est nécessaire sont exposés sur la figure 4.

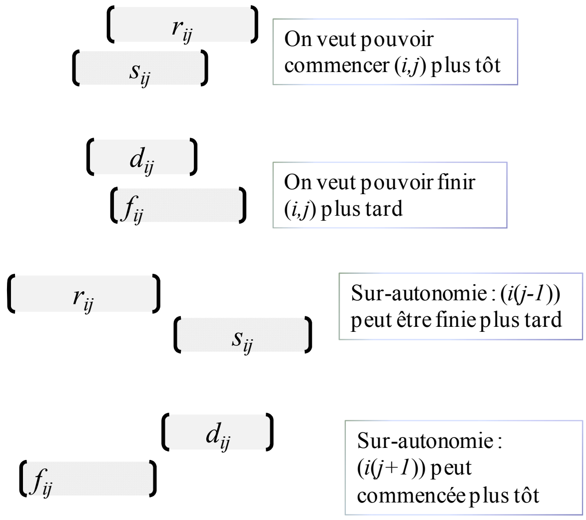

Figure 4 : Situations de renégociation

Lors des négociations et renégociations entre CDDs, émettre des propositions et des contre-propositions cohérentes les unes avec les autres n'est pas trivial. La partie suivante focalise sur cet aspect.

5. NÉGOCIATION ET RENÉGOCIATION

La détermination d'un ensemble de séquences dominantes au niveau d'un CDD nécessite de définir un ordre total entre les dates de disponibilité r_{ij} et d'échéance d_{ij} des opérations que ce CDD réalise. En effet, cet ordre est requis pour pouvoir appliquer le théorème des pyramides (cf. partie 2). Remarquons que, dans la mesure où les négociations entre CDDs définissent des intervalles $[r_{ij}]$ ou $[d_{ij}]$, les valeurs r_{ij} et d_{ij} ne sont pas fixes et il existe donc plusieurs ordres totaux possibles. De plus, à chaque ordre total correspond un ensemble de séquences dominantes différents et donc, des valeurs de $[s_{ij}^{\min} s_{ij}^{\max}]$ différentes.

La détermination sur un CDD d'un ordre total pertinent entre les dates de disponibilité r_{ij} et d'échéance d_{ij} des opérations nécessite de comparer l'intervalle $[s_{ij}]$ avec $[f_{i(j-1)}]$ et l'intervalle $[f_{ij}]$ avec $[s_{i(j+1)}]$. Cette comparaison fait intervenir la notion de *risque d'incohérence*.

La figure 5 représente les cas idéal où le risque d'incohérence est nul. En effet, même dans le cas où un produit serait délivré le plus tard possible par un CDD, cela resterait compatible avec la date de début au mieux de la prochaine opération sur le CDD suivant.

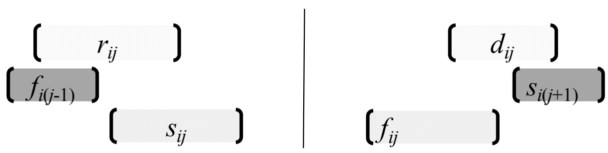

Figure 5. Risque d'incohérence nul

En général, on peut admettre que les intervalles $[s_{ij}]$ et $[f_{i(j-1)}]$ ou $[f_{ij}]$ et $[s_{i(j+1)}]$ se chevauchent (cf. figure 6). Dans ce cas, plus le chevauchement est grand et plus le risque qu'un CDD amont livre un produit trop tard (étant donné la date début de la prochaine opération) est important.

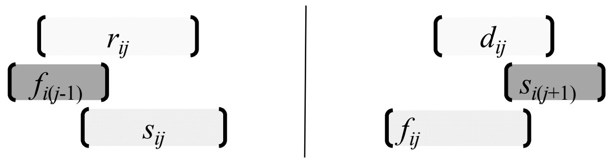

Figure 6. Risque potentiel d'incohérence

Le choix d'un ordre total entre les dates de disponibilité r_{ij} et d'échéance d_{ij} des opérations doit donc être guidé par l'objectif de minimiser les risques d'incohérence.

Cependant, cet objectif n'est pas le seul à devoir être pris en compte. En effet, afin qu'un CDD soit capable de résister aux perturbations éventuelles et d'anticiper l'arrivée de nouvelles opérations, il est également nécessaire de maximiser sa flexibilité décisionnelle. Dans notre cas, cette flexibilité décisionnelle est reliée au nombre de séquences dominantes caractérisées au niveau d'un centre.

Un des avantages du théorème des pyramides est de facilement pouvoir dénombrer les séquences dominantes caractérisées grâce à la formule (3), où π est le nombre de séquences, n_q, le nombre d'opérations non sommets appartenant exactement à q pyramides et N, le nombre total de pyramides pour le CDD.

$$\pi = \prod_{q=1}^{N} (q+1)^{n_q} \qquad (3)$$

La valeur de π est maximale lorsque il n'y a qu'une seule pyramide contenant la totalité des opérations. Dans ce cas, π est égal à $2^{(n-1)}$, où n est le nombre d'opérations gérées par le CDD. On observe que lorsque le nombre de pyramides augmente, la valeur de π diminue. Dans le pire des cas, toutes les opérations sont sommets et $\pi=1$.

Minimiser le risque d'incohérence et maximiser la flexibilité sont des objectifs contradictoires. En effet, plus le nombre de séquences dominantes est grand et plus les intervalles $[s_{ij}]$ des opérations sont larges, et donc, plus le risque d'incohérence est grand. Inversement, si on souhaite réduire le risque d'incohérence, il faut accepter de perdre de la flexibilité pour pouvoir réduire la largeur des intervalles.

Cette dernière remarque est également à relier à la performance globale du système. Dans le cas d'un jobshop où l'objectif global est la minimisation du makespan, l'ordonnancement global sera d'autant plus performant que les intervalles $[s_{ij}]$ seront petits (et aussi naturellement si les choix de séquencement sur les machines sont pertinents).

6. UNE PREMIÈRE APPROCHE POUR LA NÉGOCIATION ENTRE CDDs

La partie précédente a mis en évidence la nécessité d'un compromis entre l'objectif de minimiser le risque d'incohérence et celui de maximiser la flexibilité sur un même CDD. Nous proposons dans cette partie une modélisation de ce problème. Précisons que l'objectif de la modélisation est de formaliser davantage la problématique de négociation, plus que de la résoudre.

Pour simplifier, nous supposons dans ce qui suit que la structure pyramidale associée à chaque CDD est telle que chaque opération appartient à une et une seule pyramide (i.e. $u(i,j)=v(i,j)$). Sous cette hypothèse les pyramides sont dites indépendantes. On peut alors associer à chaque pyramide P une date de fin au mieux $f_P^{\min}$ (obtenue en séquençant toutes les taches à gauche du sommet par ordre croissant des dates de disponibilité) et une date de fin au pire $f_P^{\max}$ (obtenue en séquençant toutes les opérations à droite du sommet par ordre croissant des dates d'échéance).

Nous supposons qu'une nouvelle opération (x,y) doit être prise en compte par un CDD. Ce dernier a donc reçu soit une première proposition d'intervalle de livraison $[r_{xy}]$en provenance d'un de ses CDDs amont, soit une proposition d'intervalle de date d'échéance $[d_{xy}]$ en provenance d'un de ses CDDs aval. À la réception d'une proposition de négociation, le CDD doit, dans un premier temps, décider à quelle pyramide la nouvelle opération (x,y) peut être affectée.

Sans remettre en cause les affectations des opération déjà existantes, (x,y) peut soit être affectée à une pyramide existante, soit définir à son tour une nouvelle pyramide (dont elle serait le sommet provisoire) que l'on intercalerait entre deux pyramides existantes. L'affectation d'une nouvelle opération à une pyramide constitue un problème d'optimisation à part entière que nous ne traitons pas dans cet article. Ce problème peut être plus ou moins complexe selon si l'on autorise ou non la scission de pyramides déjà existantes. On remarque que la flexibilité disponible au niveau du CDD est entièrement fonction de la structuration pyramidale qui aura été décidée. Moins il y aura de pyramides et plus la flexibilité sera grande, et vice-versa.

Si on suppose tranché le choix de l'affectation de la nouvelle opération à une pyramide (*i.e.* $(x,y) \in P_u$), il reste à définir un ordre total entre les dates de disponibilité et d'échéance des opérations de cette pyramide. En effet, c'est grâce à la connaissance de cet ordre que l'on peut déterminer les valeurs des intervalles $[s_{ij}]$ associé aux opérations $(i,j) \in P_u$. Il s'agit une nouvelle fois d'un problème d'optimisation où l'objectif est cette fois la minimisation du risque d'incohérence.

Afin de formaliser davantage ce dernier problème, nous proposons un programme linéaire en nombres entiers. Sans perte de généralités, nous supposons que les n_u opérations de la pyramide *u* sont indexées par ordre croissant des $r_{ij}^{\min}$. Nous appelons α cet indice (*i.e.* α=1..n_u). Pour simplifier, nous supposons également que l'ordre des dates de disponibilité r_α des opérations de P_u est déjà fixé et qu'il correspond à l'ordre croissant des $r_\alpha^{\min}$ (cette hypothèse tend à favoriser la cohérence entre les valeurs des $r_\alpha^{\min}$ et celles des $s_\alpha^{\min}$). Une conséquence de cette hypothèse est que, comme il ne peut y avoir qu'un seul sommet, l'opération d'indice n_u, possédant la date de disponibilité la plus grande, définit obligatoirement le sommet de P_u. Il reste donc à déterminer l'ordre des dates d'échéance et les valeurs des intervalles $[s_\alpha]$ des opérations de P_u .

Un programme linéaire (PL) est proposé ci-dessous. Les principales variables de décision sont $\lambda_{\alpha\beta}$, $s_\alpha^{\min}$ et $s_\alpha^{\max}$. Les variables de décision $\lambda_{\alpha\beta}$ sont binaires et sont telles que $\lambda_{\alpha\beta}$ est égal à 1 si la date d'échéance de l'opération d'indice α est supérieur à celle de l'opération d'indice β, 0 sinon. Les valeurs de ces variables permettent de déduire l'ordre total des dates d'échéance des opérations de P_u. Les variables $s_\alpha^{\min}$ et $s_\alpha^{\max}$ sont entières, elles correspondent respectivement aux dates de début au mieux et au pire de l'opération d'indice α. Les paramètres du PL sont les valeurs des intervalles $[r_\alpha]$ et $[d_\alpha]$, les durées opératoires p_α et les poids w_α^- et w_α^+. La signification de ces poids est discutée plus loin dans le texte.

$$\min L$$

$$\begin{aligned}
\text{s.c.}\quad & \lambda_{\alpha\beta}+\lambda_{\beta\alpha}=1 && \forall(\alpha,\beta),\alpha\neq\beta \quad (4)\\
& \lambda_{\alpha\beta}+\lambda_{\beta\gamma}-\lambda_{\alpha\gamma}\leq 1 && \forall(\alpha,\beta,\gamma) \quad (5)\\
& \lambda_{\alpha\alpha}=0 && \forall\alpha \quad (6)\\
& \lambda_{\alpha n_u}=1 && \forall\alpha,\alpha\neq n_u \quad (7)\\
& s_\alpha^{\min}\geq s_\beta^{\min}\geq f_{P_{u-1}}^{\min} && \forall(\alpha,\beta),\alpha>\beta \quad (8)\\
& s_\alpha^{\max}\geq \max(s_\beta^{\min},f_{P_{u-1}}^{\max})+\textstyle\sum_{k=\beta}^{n_u}\lambda_{k\alpha}p_k+ && \\
& \qquad \textstyle\sum_{k=1}^{n_u}\lambda_{\alpha k}p_k && \forall(\alpha,\beta),\alpha\neq\beta \quad (9)\\
& L\geq w_\alpha^-(r_\alpha^{\max}-s_\alpha^{\min}) && \forall\alpha \quad (10)\\
& L\geq w_\alpha^-(s_\alpha^{\min}-r_\alpha^{\max}) && \forall\alpha \quad (11)\\
& L\geq w_\alpha^+(s_\alpha^{\max}+p_\alpha-d_\alpha^{\min}) && \forall\alpha \quad (12)\\
& L\geq w_\alpha^+(d_\alpha^{\min}-s_\alpha^{\max}-p_\alpha) && \forall\alpha \quad (13)
\end{aligned}$$

Les contraintes (4)-(6) permettent d'assurer que les dates d'échéance des opérations soient totalement ordonnées. La contrainte (5) stipule que ($\lambda_{\alpha\beta}$ = 1) $\wedge$ ($\lambda_{\beta\gamma}$ = 1) $\Rightarrow$ ($\lambda_{\alpha\gamma}$= 1). La contrainte (7) impose que l'opération associée au travail n_u soit sommet (elle a la date d'échéance la plus petite). La contrainte (8) assure que les dates de début au mieux des opérations respectent l'ordre croissant des $r_\alpha^{\min}$. On impose aussi que ces dates soient supérieures, conformément à la structure d'une séquence au mieux (cf. figure 1), à la date de fin au mieux de la pyramide précédente P_{u-1}. La contrainte (9) impose que la date de fin au pire de chaque opération soit déterminée en cohérence avec la structure d'une séquence au pire (cf. figure 1). Le terme $\sum_{k=\beta}^{n_u}\lambda_{k\alpha}p_k$ correspond à la somme des durées opératoires de l'ensemble appelé *A* dans la séquence au pire, tandis que le terme $\sum_{k=1}^{n_u}\lambda_{\alpha k}p_k$ est celle des travaux de l'ensemble *B*.

L'objectif du PL est la minimisation de la variable *L*, déterminée selon les contraintes (10)-(13). Cette variable mesure l'écart le plus grand entre $s_\alpha^{\min}$ et $r_\alpha^{\max}$, d'une part, et $s_\alpha^{\max}+p_\alpha$ et $d_\alpha^{\min}$, d'autre part. On cherche donc à minimiser l'avance- retard des opérations vis-à-vis des intervalles $[r_\alpha]$ et $[d_\alpha]$ contractés . Lorsque *L*=0, on est sûr que le risque d'incohérence est nul puisque la date de début au mieux de toute opération $\alpha \in P_u$ est égale à la date de livraison au pire de l'opération qui la précède et que la date de fin au pire de α est égale à la date de livraison au mieux de l'opération qui la suit.

Les poids w_α^- et w_α^+ permettent de pondérer l'avance - retard de chaque opération en fonction de la priorité des CDDs amont et aval. L'idée serait par exemple de davantage pénaliser une avance-retard qui concernerait un CDD amont ou aval ayant peu de flexibilité et, inversement, de moins pénaliser une avance-retard concernant un CDD amont ou aval ayant beaucoup de flexibilité.

La solution optimale du problème précédent permet au CDD de connaître les valeurs de $s_\alpha^{\min}$ et $s_\alpha^{\max}$ de toutes les opérations et, en particulier celles de la nouvelle opération. C'est à partir de ces valeurs que peuvent être élaborées les nouvelles propositions de négociation/renégociation émanant du CDD.

7. CONCLUSION

Dans cet article, le problème d'ordonnancement de type job shop en environnement perturbé est considéré. Contrairement aux approches classiques centralisées de résolution, une approche coopérative est proposée qui accorde à chaque ressource une autonomie décisionnelle. Les décisions d'ordonnancement résultent des négociations et renégociations entre paires de ressources liées par les gammes opératoires. La coopération conduit à la caractérisation sur chaque ressource d'une famille de solutions permettant de faire face aux aléas. Les négociations et renégociations sont amorcées lors de l'insertion de nouvelles opérations ou à l'occurrence d'aléas. Elles induisent la redéfinition des structures d'intervalles associées aux ressources. Généralement, plus la flexibilité séquentielle est grande, plus la capacité de réagir à des aléas de forte amplitude est importante, mais plus aussi le risque d'incohérence est grand et la performance faible. Inversement, moins la flexibilité est grande, plus l'ordonnancement global est performant, mais moins il est sûr.

Les bases de la coopération étant posées, les problématiques de négociation/renégociation ont été formalisées. Il est à présent nécessaire d'enrichir les modèles proposés et de formaliser davantage les algorithmes de négociation/renégociation. Le but à moyen terme est d'implémenter une approche automatique d'ordonnancement coopératif en vue de sa validation et de son amélioration.

RÉFÉRENCES

J. Adams, E. BAlas & D. Zawack. The shifting bottleneck procedure for job shop scheduling. *Management Science*, vol.34, n°3, pages 391-401, 1988.

C. Artigues, J.-C. Billaut & C. Esswein. Maximization of solution flexibility for robust shop scheduling, *European Journal of Operational Research*, Volume 165, Issue 2, 1 September 2005, Pages 314-328, Project Management and Scheduling.

Billaut J.C., Moukrim A., & Sanlaville E., *Flexibilité et robustesse en ordonnancement*. Hermes, Traité IC2, ISBN 2-7462-1028-2, 2005.

C. Briand, M-J. Huguet, H.T. La & P. Lopez. *Approche par contraintes pour l'ordonnancement robuste*. Dans J-C. Billaut, A. Moukrim & E. Sanlaville, editeurs, Flexibilité et Robustesse en Ordonnancement, Traité IC2, ISBN 2-7462-1028-2, 2005, pp. 191-215.

C. Briand, H. Trung La, & Jacques Erschler, A robust approach for the single machine scheduling problem. *Journal of Scheduling*, Special Issue on Project Scheduling under Uncertainty, Demeulemeester, E.L. and Herroelen W.S. (eds)., vol. 10, no. 3, pp 209-221, 2007.

Chu C. & Proth J.M., L'ordonnancement et ses applications. Masson, Paris, France, 1996.

Davenport A.J. & Beck J.C., *A survey of techniques for scheduling with uncertainty*. Disponible en ligne, 2000.

Dudek G., Stadtler H., Negotiation-based collaborative planning between supply chain partners, *European Journal of Operational Research*, vol. 163, pp 668-687, 2004.

J. Erschler, G. Fontan, C. Merce & F. Roubellat, A new dominance concept in scheduling *n* jobs on a single machine with ready times and due dates. *Journal of Operation Research*, vol.1, pp. 114–127, 1983.

Erschler J., Fontan G. & Merce C., Un nouveau concept de dominance pour l'ordonnancement de travaux sur une machine. *RAIRO Recherche Opérationnelle/Operations Research*, Vol. 19, n°1, 1985.

C.Esswein, A.Puret, J.Moreira & J.C. Billaut, An efficient method for job shop scheduling with sequential flexibility. *In ORP3*, 2003, Germany

GOThA, *Flexibilité et robustesse en ordonnancement*. Le bulletin de la ROADEF, 8 :10-12, 2002.

Herrolelen W. & Leus R., Robust and reactive project scheduling : A review and classification of procedures. *International Journal of Production Research,* Vol.42, No.8, 1599-1620, 2004.

La H.T., Santamaria J.-L. & Briand C., Une aide à la décision pour l'ordonnancement robuste en contexte mono-ressource : un compromis flexibilité/performance. *6ème Congrès de la Société Française de Recherche Opérationnelle et d'Aide à la Décision* (ROADEF'05), Tours (France), 14-16 Février 2005, pp 101-116

Lenstra , J.K., Rinnooy Kan A.II.G & Brucker P., Complexity of machine scheduling problems. *Annals of Discrete Mathematics* 1, 343-362, 1977.

Leon V.J., Wu S.D., & Store R.H., Robustness measures and robust scheduling for job shops. *IIE Transactions*, 26(5) : 32-43, 1994.

Leus Roel, *The generation of stable projects plans: complexity and exact algorithms*. Thèse de doctorat, Department of Applied Economics, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 2003.

E. Monsarrat, C.Briand & P. Esquirol, Aide à la décision pour la coopération interentreprise. *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, 39/2005.

Portmann M.-C, Mouloua Z., A window time negotiation approach at the scheduling level inside supply chains, *3rd Multidisciplinary International Conference on Scheduling: Theory and Application*, MISTA'07, Paris, 28-31 august, pp410-417, 2007.

Sabuncuoglu I., & de Bayiz M., Analysis of reactive scheduling problem in a job shop environement. *European Journal of Operational Research*, 126 (3) 567-586, 2000.

Sevaux M. & Sörensen K., *A genetic algorithm for robust schedules in a just-in-time environmen*t. Rapport de recherche, University of valenciennes, LAMIH/SP-2003-1, 2002

Wu S.D, Storer R.H., & Chang P.C., One-machine rescheduling heuristics with efficiency and stability as criteria. *Computer and Operations Research*, 20, 1-14, 1993.