

DETERMINATION DES SERVICES DE TRANSPORT DANS UN RESEAU LOGISTIQUE

H. MANIER, M.-A. MANIER

Laboratoire SeT, Université de Technologie de Belfort-Montbéliard
90010 Belfort cedex
herve.manier@utbm.fr, marie-ange.manier@utbm.fr

RESUME : *La configuration d'un réseau logistique ne se limite pas à la localisation des différents partenaires, mais elle doit également déterminer comment assurer les liaisons entre ceux-ci. Le transport de marchandises entre deux sites peut se faire suivant différents itinéraires. A ces chemins, peuvent être associés un mode de transport ou une combinaison de différents modes. Un mode se définit notamment par sa capacité à transporter une charge, mais aussi par sa fonction coût qui dépend du taux de remplissage du moyen. Ainsi, pour caractériser les liaisons entre les partenaires, il faut définir quel itinéraire prendre, le mode de transport à utiliser et la façon de l'utiliser en déterminant la fréquence des livraisons et les quantités à livrer. Pour tenter de répondre à toutes ces questions, nous proposons un modèle en programmation linéaire, qui déterminera comment optimiser le transport des produits à l'intérieur de cette chaîne logistique.*

MOTS-CLES : *chaîne logistique, transport, multimodalité, intermodalité, service, programmation linéaire*

1. INTRODUCTION

L'intégration du transport dans la chaîne logistique s'effectue dans les trois niveaux de décision habituels dans tout projet de conception de chaînes logistiques (Crainic, 2000), (Crainic, 2002). Au niveau stratégique, il faut déterminer les emplacements des divers acteurs de cette chaîne logistique, en prenant en compte bien sûr les distances entre les sites associés, mais aussi les possibilités d'utiliser différents modes de transport, chacun caractérisé par un coût. Au niveau tactique, les différents acteurs étant localisés, le problème consiste à organiser les services à mettre en place pour effectuer les échanges entre ces différents partenaires. Un service est une liaison périodique entre deux sites dans le but de massifier les quantités à transporter en considérant les différents points de passage. Il est alors nécessaire de déterminer la capacité de transport, l'itinéraire et la fréquence, en pensant aux possibilités de regroupement pour optimiser le taux de remplissage des moyens de transport utilisés. Enfin, au niveau opérationnel, la question primordiale reste toujours : que faut-il faire afin d'optimiser encore ce transport ? Existe-t-il des possibilités de regroupement de marchandises, de décalage temporel d'un départ de transport ou de modification de la planification pour essayer de mieux utiliser les modes de transport ?

Dans les différents modèles de conception de chaînes logistiques, les aspects de transport sont souvent pris en compte sous la forme d'un coût fixe entre deux points de cette chaîne. Ainsi, tous les aspects liés au choix du mode de transport (multimodalité et/ou intermodalité), les services à mettre en place avec les fréquences et les

taux de remplissage des moyens utilisés et les économies d'échelle possibles obtenues par regroupement des quantités à transporter ne sont pas considérés. Or, ces aspects sont importants aussi bien pour les industriels afin de déterminer correctement leurs niveaux de stock, que pour les offices de régulation de transport afin de diversifier les modes de transport utilisés en proposant éventuellement une alternative au transport routier.

Cet article propose un modèle pour la détermination des services au sein de la chaîne logistique prenant en compte le transport au niveau tactique.

2. PRESENTATION DU PROBLEME

Partant des approvisionnements en matières premières jusqu'à la distribution physique des produits finis, de nombreux produits sont transportés le long de la chaîne logistique à travers le monde. Pour les différents acteurs de celle-ci : les industriels, leurs fournisseurs, leurs clients, les distributeurs, les prestataires de services logistiques et les transporteurs, la minimisation des coûts de transport représente un enjeu capital.

A partir des décisions prises au niveau stratégique concernant la configuration de la chaîne logistique, le nombre et l'implantation des différents sites, la nature et la quantité des produits à fabriquer ou à stocker sur chaque site et les volumes des flux échangés entre les sites sont connus. A ce stade, la minimisation des coûts de transport est assimilée à la minimisation des distances à parcourir. En effet, le coût de transport est considéré dans de nombreux modèles de conception de chaîne logistique comme étant un coût fixe par article transporté

sur une liaison entre deux sites (Martel, 2001), (Martel, 2004), (Goetschalckx *et al.*, 2002), (Klose et Drexl, 2005), (Slats *et al.*, 1995) et (Talluri et Baker, 2002). Il est clair que ce coût n'est pas identique pour deux liaisons de longueurs différentes ou utilisant des modes de transport différents.

Ce type de modèle ne permet pas de prendre en compte les économies d'échelle, apportées notamment par la massification des flux. Il peut être plus avantageux de changer de mode de transport au cours d'une liaison pour bénéficier d'un coût de transport plus faible. Cette problématique est différente de celles rencontrées dans la littérature. Dans (Ertogral, *et al.*, 2006), le champ d'études se limite au contexte d'une relation client-fournisseur. Avec (Canel *et al.*, 2001), (Crainic *et al.*, 2006), (Talluri et Baker, 2002) et (Smilowitz *et al.*, 2003), l'aspect de pouvoir réaliser un transport suivant plusieurs modes en parallèle ou d'interchanger de mode en cours de déplacement n'est pas pris en compte. Dans les travaux de (Masami *et al.*, 2006), l'approche s'effectue plus au niveau opérationnel que tactique, avec la prise en compte notamment de fenêtres temporelles.

Avant d'aborder la modélisation de notre problème, nous allons décrire précisément le réseau logistique associé en intégrant notamment les aspects de la multimodalité et de l'intermodalité.

2.1. Le réseau logistique

Le réseau considéré est schématisé par le graphe $G(S,A)$ de la figure 1. Les six nœuds du graphe ($s1, \dots, s6$) sont associés à tous les acteurs de la chaîne logistique, non seulement ceux qui résultent de la phase de localisation au niveau stratégique, mais aussi ceux qui vont favoriser le transport, tels les prestataires logistiques avec leur plate-forme d'éclatement ou non. Ainsi, toute localisation géographique de la chaîne, où le transport de produits subit une rupture de charge (comme un changement de mode par exemple), est symbolisé par un nœud du graphe. De cette manière, un arc a ($a \in A$) reliant deux nœuds représentera une liaison directe entre deux sites.

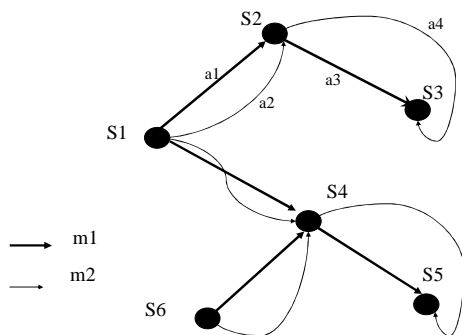


Figure 1. Le réseau logistique

Si on veut prendre en compte les aspects multimodaux du réseau logistique, cette définition n'est pas assez précise. En effet, il est indispensable d'indiquer sur l'arc le mode de transport utilisé. De ce fait, deux sites pouvant être reliés soit par train, soit par camion seront modélisés par deux nœuds reliés par deux arcs, le premier associé au train et le second au camion. Par contre, l'intermodalité est modélisée par un nœud avec un arc entrant associé à un certain mode, et un arc sortant associé à un autre mode. Dans notre modèle, nous avons poussé plus loin la description de l'arc en lui associant une distance, une fonction coût, le nombre de moyens de transport propres à cet arc et les fréquences de rotation possibles sur la période temporelle considérée. En effet dans cette modélisation, nous considérons les résultats du « Dynamic Facility Location Problem » période par période, et nous ne considérons pas la possibilité pour un transporteur de repositionner ses moyens aux différents sites à chaque fin de période.

2.2. Le transport dans ce réseau logistique

Prenons le cas de la chaîne logistique représentée par la figure 1. La résolution du problème de localisation nous indique que le site $s1$ va envoyer une certaine quantité de produits p vers le site $s3$ pendant une certaine période. Nous allons maintenant regarder les différentes possibilités qui s'offrent à nous pour réaliser ce transport. Pour rallier $s3$ depuis $s1$, on ne peut passer que par $s2$. Ainsi, le voyage de $s1$ à $s3$ se découpe en deux maillons : de $s1$ à $s2$ et de $s2$ à $s3$. Sur le premier maillon, il est possible de rejoindre $s2$ avec le mode $m1$ par l'arc $a1$, ou avec le mode $m2$ par l'arc $a2$. De même sur le second maillon, $s3$ est atteignable de $s2$ par l'arc $a3$ avec le mode $m1$ ou par le mode $m2$ et l'arc $a4$.

Nous parlerons d'itinéraires pour caractériser le chemin parcouru par les produits. Un itinéraire (noté li) est alors défini par un site origine, un site destination et l'ensemble des arcs qui permettent d'assurer la liaison entre ces deux sites. Dans notre exemple, il existe quatre itinéraires possibles pour relier $s1$ et $s3$, notés de $l1$ à $l4$:

$l1 : a1-a3$

$l2 : a1-a4$

$l3 : a2-a3$

$l4 : a2-a4$

De plus, sur ces différents itinéraires, le transport peut s'effectuer de façons différentes. Il est caractérisé par le mode utilisé, le nombre de moyens utilisés et la fréquence de rotation sur chaque arc de l'itinéraire. Ainsi, le transport de $s1$ vers $s3$ suivant l'itinéraire $l1$ peut se résumer à un périple passant par $s2$ utilisant durant toute la durée le même nombre de moyens du mode $m1$ avec une fréquence de rotation identique. Il en est de même pour l'itinéraire $l4$ avec le mode $m2$. Par contre pour $l2$ et $l3$, il existe une rupture de charge sur le nœud $s2$, due notamment à un changement de mode de transport. Si le site $s2$ est une plate-forme d'éclatement, cette rupture n'entraîne pas de stockage, seulement une manipulation des produits à transporter. Par contre, si les fréquences de rotation sur les arcs en amont et en aval de

s_2 sont différentes, alors cela signifie que les produits sont également stockés.

2.3. Les coûts dans ce réseau logistique

Si nous évaluons le coût associé au transport des produits de s_1 à s_3 , nous avons tout d'abord le coût associé au transport proprement dit sur l'arc s_1-s_2 , celui engendré par une éventuelle rupture et un hypothétique stockage en s_2 , et de nouveau le coût associé au transport proprement dit sur l'arc s_1-s_3 . Ainsi, les coûts sont de trois types différents :

- le coût de transport,
- le coût de rupture,
- le coût de stockage.

2.3.1 Le coût de transport

Le coût de transport n'est pas toujours proportionnel à la quantité transportée, mais dépend de la tranche de tonnage transportée. Par exemple, un envoi par transport routier de vingt fois deux tonnes sera facturé environ trois fois plus cher que deux fois vingt tonnes. En fait, la fonction coût de transport routier est continue par morceaux comme l'illustre la figure 2.

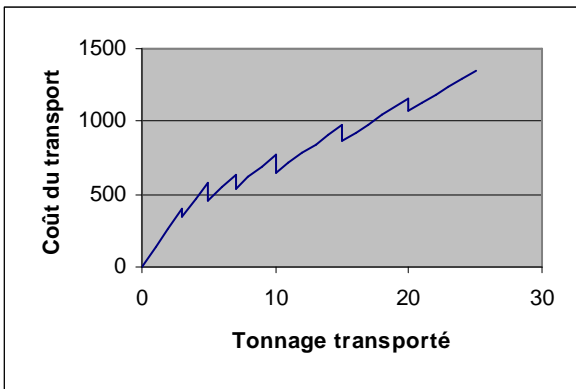


Figure 2 . Coût du transport routier

Nous avons décidé de représenter la fonction coût par tonne, et ceci quel que soit le mode utilisé, sous la forme suivante :

$$\forall a \in A, (AC(a) * D(a) + BC(a)) * \lambda(q)$$

où :

- $D(a)$ représente la longueur de l'arc a ,
- $AC(a)$ est le coût au kilomètre du mode associé à l'arc a ,
- $BC(a)$ est le coût fixe d'utilisation du mode associé à l'arc a ,
- $\lambda(q)$ un coefficient associé à la tranche de tonnage à laquelle appartient la quantité q transportée.

La valeur de ces trois derniers paramètres dépend essentiellement du mode de transport utilisé sur l'arc. Si $\lambda(q)$ est égal à 1 pour toute tranche de tonnage et si b est nul,

nous obtenons un coût uniquement proportionnel à la distance.

De la même manière que dans (Abad et Aggarwal, 2005), nous transformons cette fonction coût en une fonction linéaire par morceau.

2.3.2 Les coûts de rupture et de stockage

Le coût de rupture de charge est lié à la manipulation d'une unité de manutention. Il peut donc être ramené à la pièce. Pour le coût de stockage, celui-ci provient de la différence entre les fréquences d'arrivée et de départ des produits entraînant un stockage sur le site. Le coût engendré sera proportionnel au stock moyen sur la période considérée. Le site où s'effectue la rupture de charge est alimenté sur cette période par des livraisons régulières de quantité égale à Q_{amont} et il livre avec des livraisons régulières de quantité égale à Q_{aval} . Il peut être assimilé à un site alimenté par des livraisons de quantité égale à la valeur absolue de la différence de ces deux quantités de livraison. Le stock moyen s'exprime sous la forme suivante :

$$STOCK_{moyen} = \frac{|Q_{amont} - Q_{aval}|}{2}$$

Les coûts de rupture de stock ne sont pas pris en compte dans notre approche.

3. LE MODELE

Le modèle linéaire que nous proposons exploite les résultats des décisions stratégiques concernant la localisation des sites dans la chaîne logistique dans le but de minimiser la somme des coûts logistiques, pour assurer le transport des quantités de produits échangées entre les différents acteurs.

Nous définissons tout d'abord les notations suivantes :

- P ensemble des produits p ,
- $Po(p)$ poids unitaire du produit p ,
- S ensemble des sites s de la chaîne logistique,
- $\pi(s)$ taux de possession sur le site s ,
- $PR(s,p)$ prix unitaire du produit p sur le site s ,
- T ensemble des transports t à réaliser, défini comme le transport :
 - du produit $p(t)$,
 - avec une quantité $q(t)$,
 - du site de départ $o(t)$ au site d'arrivée $d(t)$,
- L ensemble des itinéraires l entre les sites $orig(l)$ et $dest(l)$,
- $Iti(s,s_1)$ sous-ensemble des itinéraires entre les sites s et s_1 ($Iti(s,s_1) \subset L$),
- $Iti-cont(a)$ ensemble des itinéraires contenant l'arc a ($Iti-cont(a) \subset L$),
- $Inter(l)$ ensemble des sites intermédiaires de l'itinéraire l ($Inter(l) \subset S$),
- M ensemble des modes m ,
- A ensemble des arcs a ,
- $MA(a)$ mode sur l'arc a ,
- $C(a)$ capacité du mode associé à l'arc a ,

$D(a)$ longueur de l'arc a ,
 $NB(a)$ nombre de moyens sur l'arc a ,
 $NMF(a)$ nombre de fréquences de rotation possibles pour le mode associé à l'arc a ,
 $MF(a,i)$ $i^{\text{ième}}$ fréquence de rotation du mode associé à l'arc a ,
 $AL(l)$ ensemble des arcs de l'itinéraire l ($AL(l) \subset A$),
 $AC(a)$ coût kilométrique de la fonction coût associé au mode de l'arc a ,
 $BC(a)$ coût fixe de la fonction coût associé au mode de l'arc a ,
 $CR(s,m1,m2)$ coût de rupture pour passer du mode $m1$ au mode $m2$ sur le site s ,
 $M^+(l,s)$ mode sur l'arc en amont de s dans l'itinéraire l ,
 $M^-(l,s)$ mode sur l'arc en aval de s dans l'itinéraire l ,
 $a^+(l,s)$ arc en amont de s dans l'itinéraire l ,
 $a^-(l,s)$ arc en aval de s dans l'itinéraire l .

Les variables de décision du modèle sont :

$ci(t,l)$ variable associée au choix d'un itinéraire pour chaque transport :
 $ci(t,l)=1$ si l'itinéraire l est choisi pour assurer le transport t ,
 $ci(t,l)=0$ sinon,
 $c(l)$ nombre de fois que l'itinéraire l est choisi,
 $f(a,i,j)$ caractérise la fréquence de rotation de chaque moyen :
 $f(a,i,j)=1$ si le moyen i circulant sur l'arc a assure une rotation avec la $j^{\text{ième}}$ fréquence,
 $f(a,i,j)=0$ sinon,
 $fm(a,j)$ nombre de moyens circulant sur l'arc a avec la $j^{\text{ième}}$ fréquence de rotation,
 $mv(p(t),l,a,j)$ caractérise la fréquence de transport d'un produit sur chaque tronçon de l'itinéraire :
 $mv(p(t),l,a,j)=1$ si le produit $p(t)$ est déplacé sur l'arc a de l'itinéraire l à une fréquence j ,
 $mv(p(t),l,a,j)=0$ sinon,
 $tt(a,j)$ tonnage de tout ce qui est transporté sur l'arc a avec la $j^{\text{ième}}$ fréquence de rotation,
 $tt_{moyen}(a,i,j)$ tonnage de tout ce qui est transporté sur l'arc a par le moyen i avec la $j^{\text{ième}}$ fréquence de rotation,
 $q^+(p(t),l,s)$ et $q^-(p(t),l,s)$ quantités par lesquelles un produit respectivement arrive et repart d'un site s selon l'itinéraire l ,
 $chgt(p(t),l,s)$ spécifie l'existence ou l'absence de rupture de charge :
 $chgt(p(t),l,s)=1$ si il y a rupture de charge au site s lors du transport t sur l'itinéraire l ,
 $chgt(p(t),l,s)=0$ sinon,

Notre modèle s'exprime de la manière suivante :

Minimiser

$$\sum_{t \in T} \sum_{l \in Iti(o(t),d(t))} \sum_{s \in Inter(l)} chgt(p(t),l,s) * q(t) * CR(s,M^+(l,s),M^-(l,s))$$

$$+ \sum_{t \in T} \sum_{l \in Iti(o(t),d(t))} \sum_{s \in Inter(l)} |q^+(p,l,s) - q^-(p,l,s)| / 2 * \mathcal{T}(s) * PR(s,p(t))$$

$$+ \sum_{a \in Ak \leq NMF(a)} \sum_{i \leq NB(a)} MF(a,k) * (AC(a) * D(a) + BC(a))$$

$$* tt_{moyen}(a,i,k) * \lambda(tt_{moyen}(a,i,k))$$

Selon les contraintes suivantes :

$$\forall t \in T, \sum_{l \in Iti(o(t),d(t))} ci(t,l) = 1 \quad (1)$$

$$\forall l \in L, c(l) = \sum_{t \in T} ci(t,l) \quad (2)$$

$$\forall t \in T, \forall l \in Iti(o(t),d(t)), \forall a \in AL(l),$$

$$\sum_{j=1}^{NMF(a)} mv(p(t),l,a,j) = \min(1, ci(t,l)) \quad (3)$$

$$\forall a \in A, \forall k \leq NMF(a)$$

$$tt(a,k) = \sum_{l \in Iti_{cont}(a)} \sum_{t \in T} mv(p(t),l,a,k) * q(t) * Po(p(t)) / MF(a,k) \quad (4)$$

$$\forall a \in A, \forall k \leq NMF(a), tt(a,k) \leq fm(a,k) * C(a) \quad (5)$$

$$\forall a \in A, \sum_{j=1}^{NMF(a)} fm(a,j) \leq NB(a) \quad (6)$$

$$\forall a \in A, \forall i \leq NB(a),$$

$$\sum_{j \leq NMF(a)} f(a,i,j) \leq \min \left(1, \sum_{l \in Iti_{cont}(a)} c(l) \right) \quad (7)$$

$$\forall a \in A, \forall j \leq NMF(a), \sum_{i \leq NB(a)} f(a,i,j) = fm(a,j) \quad (8)$$

$$\forall a \in A, \forall j \leq NMF(a), \forall i \leq NB(a)$$

$$tt_{moyen}(a,i,j) \leq f(a,i,j) * C(a) \quad (9)$$

$$\forall a \in A, \forall j \leq NMF(a),$$

$$\sum_{i \leq NB(a)} tt_{moyen}(a,i,j) = tt(a,j) \quad (10)$$

$$\forall t \in T, \forall l \in Iti(o(t),d(t)), \forall s \in Inter(l),$$

$$q^+(p(t),l,s) =$$

$$q(t) * \sum_{k \leq NMF(a^+(l,s))} mv(p(t),l,a^+(l,s),k) / MF(a^+(l,s),k) \quad (11)$$

$$\forall t \in T, \forall l \in Iti(o(t), d(t)), \forall s \in Inter(l) \quad (12)$$

$$q^-(p(t), l, s) = \sum_{k \leq NMF(a^-(l, s), k)} mv(p(t), l, a^-(l, s), k) / MF(a^-(l, s), k)$$

$$\forall t \in T, \forall l \in Iti(o(t), d(t)), \forall s \in Inter(l)$$

$$chgt(p(t), l, s) = \begin{cases} 1 & \text{si } q^+(p(t), l, s) \neq q^-(p(t), l, s) \\ & \text{ou } MA(a^+(l, s)) \neq MA(a^-(l, s)) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (13)$$

avec:

$$\forall t \in T \quad ci(l, t) \in \{0, 1\}$$

$$\forall l \in L \quad c(l) \in \mathbb{N}$$

$$\forall a \in A, \forall i \leq NB(a), \forall j \leq NMF(a), \quad f(a, i, j) \in \{0, 1\}$$

$$\forall a \in A, \forall j \leq NMF(a), \quad fm(a, j) \geq 0$$

$$\forall p \in P, \forall l \in L, \forall a \in A, \forall j \leq NB(a), mv(p, l, a, j) \in \{0, 1\}$$

$$\forall a \in A, \forall k \leq NMF(a), \quad tt(a, k) > 0$$

$$\forall t \in T, \forall l \in Iti(o(t), d(t)), \forall s \in Inter(l),$$

$$chgt(p(t), l, s) \in \{0, 1\}$$

Minimiser la somme des coûts logistiques revient à minimiser les coûts liés à la rupture de charge (la première somme), les coûts de possession du stock moyen (la deuxième somme) et les coûts de transport à proprement dit.

Pour résoudre ce problème, il faut tout d'abord déterminer comment chaque transport va être assuré. Les contraintes (1) et (2) correspondent au choix d'un itinéraire pour chaque transport à réaliser. Ainsi, tous les produits d'un même transport seront acheminés par un seul et unique itinéraire (1). Si un itinéraire a été sélectionné pour réaliser un transport (2), ce dernier sera donc réalisé par un ensemble de moyens sur chacun des arcs de cet itinéraire.

Une fois les itinéraires choisis, on détermine sur chaque arc la manière dont les transports vont être réalisés, en termes de fréquences (équations (3) à (10)). Tout d'abord, on affecte à un transport t une fréquence donnée pour chaque arc de l'itinéraire (3). L'équation (4) définit le tonnage $tt(a, j)$ de tout ce qui est transporté sur l'arc a avec la $j^{\text{ième}}$ fréquence de rotation. Ensuite, il est nécessaire de mettre en place les moyens pour effectuer ces transports à des fréquences données. La contrainte (5) vérifie la contrainte de capacité sur l'arc a : le tonnage $tt(a, j)$ de tout ce qui est transporté sur cet arc à une fréquence donnée ne peut excéder la capacité des moyens se déplaçant sur cet arc à la même fréquence. La contrainte (6) exprime que le nombre de moyens sur un arc est limité. Puis, sur les arcs de chaque itinéraire, on affecte à chaque moyen i de transport une fréquence de rotation (7). La contrainte (8) définit le nombre $fm(a, j)$ de moyens circulant sur l'arc a avec la $j^{\text{ième}}$ fréquence de rotation. Les contraintes (9) et (10) permettent de répartir

entre les moyens de chaque arc le tonnage à transporter, tout en vérifiant leur capacité.

Les équations (11) à (13) définissent les éléments permettant de calculer les coûts liés à la rupture de charge $chgt(p(t), l, s)$. Ainsi (11) et (12) correspondent à la détermination des variables $q^+(p(t), l, s)$ et $q^-(p(t), l, s)$ qui désignent les quantités par lesquelles un produit arrive et repart d'un site. La contrainte (13) précise que l'on a une rupture sur un site s si la fréquence de retrait de la marchandise p(t) du site est différente de celle d'approvisionnement ou si on change de mode dans ce nœud.

Enfin les dernières équations (non numérotées) définissent le domaine d'appartenance des différents paramètres.

4. RESULTATS

Nous allons tout d'abord préciser les données du modèle. Les distances de tous les arcs sont égales à 500km. Le poids des différents articles est fixé arbitrairement à 1kg. Le coût de rupture en s2 est de 7€ par tonne. Les différentes caractéristiques pour la fonction coût. de chacun des modes sont données dans le tableau suivant.

mode 1			mode 2		
AC_1	0,43 €/t.km		AC_2	0,38 €/t.km	
BC_1	266,79 €/t		BC_2	228,67 €/t	
C_1	25 t		C_2	50 t	
tranche tonnage (t)	$\lambda(q)$	coût unitaire (€/t)	tranche tonnage (t)	$\lambda(q)$	coût unitaire (€/t)
0 - 3	2,46	1.185,20	0 - 6	4,00	1.674,68
3 - 5	2,16	1.040,67	6 - 12	3,00	1256,01
5 - 7	1,69	814,23	12 - 20	2,20	921,07
7 - 10	1,42	684,14	20 - 26	1,50	628
10 - 15	1,20	578,15	26 - 36	1,30	544,27
15 - 20	1,07	515,52	36 - 45	1,05	439,60
>20	1,00	481,79	>45	1,00	418,67

Tableau 1. Les éléments de coût du transport

Le tableau suivant précise les fréquences de rotation pour chacun des modes.

MF	1	2	3	4	5
$m1$	1	2	3	4	5
$m2$	1	2	4		

Tableau 2. Les fréquences de rotation par mode

Dans un premier temps, nous allons uniquement considérer la liaison existant entre les sites s1 et s2. Entre ces deux sites existent deux arcs, a1 avec deux moyens du mode m1 et a2 avec un seul moyen du mode 2. En fonction de ces données, il est possible de tracer l'évolution du coût de transport associé à chacun des modes, sur la figure 3. On remarque qu'à partir d'une certaine quantité il devient plus intéressant d'utiliser le mode le plus capacitair avec un prix de transport à la tonne plus faible. Cette quantité se situe dans un intervalle compris 26 et 29 tonnes. Nous allons vérifier ce résultat à l'aide du modèle.

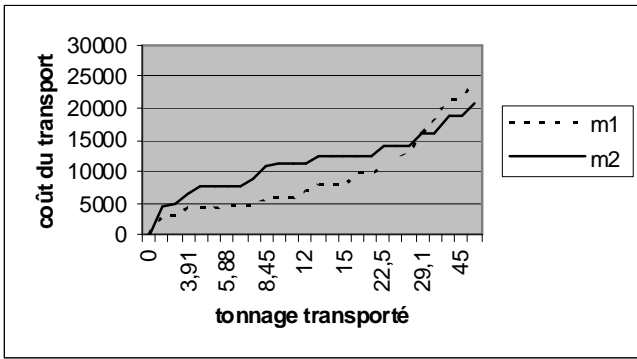


Figure 3. Coût du transport

Le tableau suivant nous donne les résultats obtenus pour un seul transport à réaliser avec une quantité à charger de 25 à 31 tonnes.

quantité	objectif	mode utilisé	répartition
25	12045	m1	25
26	13230	m1	25+1
27	14416	m1	25+2
28	14907	m1	21+7
29	15389	m1	22+7
30	15418	m1	20+10
31	15825	m2	31

Tableau 3. Les coûts sur la liaison s1-s2

Le changement de mode intervient plus tard que la conclusion de la figure 3. L'explication provient de la structure de la fonction coût. En effet, il est plus intéressant de répartir, entre les deux moyens du mode m1, 28 tonnes sous la forme 21+7 que 25+3. Ces résultats sont confirmés par le tableau suivant qui donne le coût du transport sur m1 en fonction de la répartition entre les deux camions. La lecture de ce tableau se fait en diagonale, où nous avons une quantité transportée constante, somme des entêtes de ligne et colonne, pour différentes valeurs de la répartition. L'optimum sur la diagonale est noté en rouge.

	1	2	3	4	5	6
20	10821	12006	12758	13707	13707	14425
21	11303	12488	13240	14189	14189	14907
22	11785	12970	13721	14670	14671	15389
23	12266	13452	14203	15152	15152	15870
24	12748	13933	14685	15634	15634	16352
25	13230	14415	15167	16116	16116	16834

	7	8	9	10	11
20	14425	15109	15417	15417	15995
21	14907	15591	15899	15899	16477
22	15388	16073	16381	16381	16959
23	15870	16554	16863	16863	17441
24	16352	17036	17345	17344	17923
25	16834	17518	17826	17826	18404

Tableau 4. Le coût de transport sur deux moyens de m1

Ainsi, malgré que le mode m2 semble plus intéressant suivant la figure 3, une meilleure répartition entre les deux moyens fait que le mode m1 reste plus longtemps intéressant.

Nous allons maintenant considérer les liaisons entre les trois sites s1, s2 et s3, de façon à mettre en valeur les différents aspects de l'intermodalité. Entre les sites s2 et s3 existent deux arcs, a3 avec deux moyens du mode m1 et a4 avec un seul moyen du mode 2. Contrairement à l'exemple précédent, l'arc a1 n'est parcouru que par un seul moyen. Si l'arc a1 était parcouru par deux moyens, on aurait eu deux sous-problèmes identiques, c'est-à-dire la liaison entre s1 et s2 et celle entre s2 et s3. Ainsi, on répliquerait la solution obtenue pour le premier arc de l'itinéraire sur le second. Ce cas ne présente alors que peu d'intérêt, d'autant plus que chaque sous-problème correspond à l'exemple traité précédemment.

L'idée dans ce nouvel exemple est d'exploiter le fait que le mode m1 sur a1 a une capacité plus faible que les modes sur la liaison s2-s3 pour augmenter la fréquence de rotation sur cette liaison s1-s2. Le tableau suivant nous présente les résultats obtenus pour un seul transport avec un tonnage évoluant entre 25 et 80 tonnes. Le fait que chaque transport est réalisé suivant un seul itinéraire, le tonnage ne peut donc pas être réparti sur les deux modes. La solution, présentée dans le tableau suivant, retiendra le mode le moins cher.

tonnage	objectif	modes	quantité transportée sur s1-s2	quantité transportée sur s2-s3
25	24090	m1+m1	25	25
28	30342	m2+m1	28	21+7
30	30932	m1+m1	15 (X2)	15 (X2)
35	31650	m2+m2	35	35
40	35167	m2+m2	40	40
45	37679	m2+m2	45	45
50	41866	m2+m2	50	50
55	56708	m1+m1	18.33 (X3)	18.33 (X3)
60	57818	m1+m1	20 (X3)	20 (X3)
65	62636	m1+m1	21.67 (X3)	21.67 (X3)
70	63301	m2+m2	35 (X2)	35 (X2)
75	65939	m2+m2	37.5 (X2)	37.5 (X2)
80	70335	m2+m2	40 (X2)	40 (X2)

Tableau 5. résultats sur l'intermodalité

Nous retrouvons des résultats de l'exemple précédent. En effet pour le tonnage de 28 tonnes, on a vu qu'il était plus intéressant de transporter avec le mode m1 sous la forme 21t + 7t que d'utiliser le mode m2. Par contre, pour la première partie de l'itinéraire, le tonnage dépasse la capacité du seul moyen du mode m1. La quantité est alors transportée sur m2 entraînant de ce fait un coût de rupture de charge de 196 euros du fait du changement de mode en s2. Pour les autres valeurs du tableau, le coût de rupture est nul. De plus, on a vu qu'au-delà de 31 tonnes, il était préférable d'utiliser m2, ce que l'on retrouve également dans nos résultats. Le dernier point à souligner est que lorsque la capacité d'un mode est

insuffisante, il est possible de jouer sur la fréquence de rotation pour répondre aux besoins. Ainsi pour transporter 55 tonnes, il est préférable de faire trois rotations avec le mode m1.

Dans les exemples traités précédemment, apparaissait un seul transport. Maintenant, deux transports entre s1 et s3, sont considérés. Le tonnage de chacun de ces transport est donné sous la forme 5 tonnes + 5 tonnes par exemple dans la première colonne du tableau suivant.

Tonnage	objectif	S1-s2	S2-s3
5+5	11564	10 m1	10 m1
5+10	15466	15 m1	15 m1
5+15	19273	20 m1	20 m1
10+10	19273	20 m1	20 m1
5+20	24090	25 m1	25-m1
10+15	24090	25 m1	25 m1
5+25	30932	15 (x2) m1	15 (x2) m1
10+20	30932	15 (x2) m1	15 (x2) m1
15+15	30932	15 (x2) m1	15 (x2) m1
10+25	31650	35 m2	35 m2
15+20	31650	35 m2	35 m2
15+25	35167	40 m2	40 m2
20+20	35167	40 m2	40 m2
20+25	37679	45 m2	45 m2
25+25	41866	50 m2	50 m2

Tableau 6. résultats sur le groupage

Le groupage s'opère sans problème et nous retrouvons les tendances qui se dégagent déjà auparavant dans le choix des modes.

Dans tous nos exemples, le coût de stock n'est jamais apparu. Le prix unitaire des produits étant important, le coût de stock était vraiment important. Dans le tableau suivant, nous présentons les résultats pour un exemple qui met en évidence l'influence du coût de stock. Pour inciter à stocker, nous n'avons plus qu'un moyen m1 entre s1 et s2, et un moyen m2 entre s2 et s3. La quantité transportée est de 40000 produits, soit 40 tonnes.

Prix €	objectif	S1-s2	S2-s3	Stock €
1500	44672	20 (x2) m1	20 (x2) m2	0
150	44672	20 (x2) m1	20 (x2) m2	0
15	44672	20 (x2) m1	20 (x2) m2	0
1.5	38936	20 (x2) m1	40 m2	1800
0.15	37316	20 (x2) m1	40 m2	180

Tableau 7. l'influence des coûts de stocks

Le coût de rupture de charge est constant et égal à 280 €. Lorsque le fait de stocker n'est pas trop pénalisant, le modèle essaie alors d'optimiser le coût du transport. Mais dans le cas inverse, le modèle recherche la meilleure solution évitant tout stockage. On obtient ainsi une solution qui utilise le mode m2 avec deux rotations et un taux de remplissage de 40%.

Nous allons considérer la chaîne logistique suivante présentée sur la figure 4.

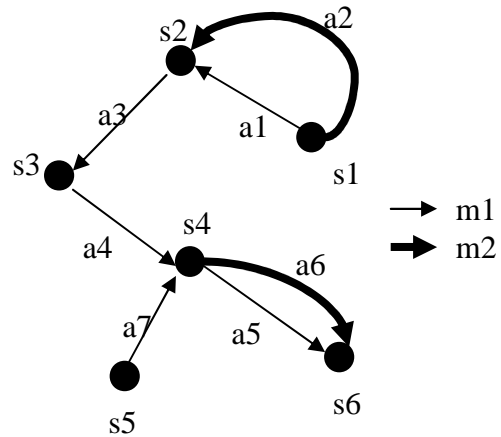


Figure 4. un exemple de chaîne logistique

En fonction des liaisons multimodales existant entre les sites s1-s2 et s4-s6, il est possible de définir neuf itinéraires possibles pour représenter toutes les liaisons entre les nœuds. Le descriptif de ces itinéraires est donné dans le tableau 8. La dernière colonne indique la liste des arcs présents dans l'itinéraire, avec entre parenthèses le mode associé à l'arc. On considère qu'il y a deux moyens sur chaque arc associé au mode m1, alors que pour ceux associés à m2, il n'y en a qu'un seul.

itinéraire	origine	destination	liste des arcs
l1	s1	s3	a1 (m1) - a3(m1)
l2	s1	s3	a2 (m2) - a3(m1)
l3	s2	s3	a3 (m1)
l4	s3	s4	a4 (m1)
l5	s3	s6	a4(m1)-a5(m1)
l6	s3	s6	a4(m1)-a6(m2)
l7	s5	s4	a7(m1)
l8	s4	s6	a5(m1)
l9	s4	s6	a6(m2)

Tableau 8. Le descriptif des itinéraires

Le tableau suivant nous précise les longueurs en kilomètres des 7 arcs du modèle.

nom	distance
a1	270
a2a	180
a3	450
a4	350
a5	900
a6	900
a7	250

Tableau 9. tableau des distances entre sites

La résolution du problème au niveau stratégique nous a fixé sept transports à réaliser dont les caractéristiques sont données dans le tableau suivant, sous la forme du produit à transporter, du site d'origine, du site de destination, de la quantité à transporter et du tonnage respectif.

transport	produit	origine	destination	quantité	tonnage
t1	p1	s2	s3	20000	20
t2	p2	s2	s3	35000	35
t3	p1	s1	s3	80000	80
t4	p2	s3	s4	15000	15
t5	p2	s3	s6	10000	10
t6	p1	s5	s4	50000	50
t7	p2	s4	s6	60000	60

Tableau 10. Les transports à réaliser

Les résultats ont été obtenus grâce à l'implémentation de notre modèle sur le logiciel ILOG OPL-CPLEX Development System. Le temps nécessaire pour obtenir les résultats est de 9.38 secondes. A titre de comparaison, les résultats des autres exemples ont été obtenus après un temps d'environ 5 secondes. Le tableau suivant nous présente comment les sept transports ont été assurés. La seconde colonne nous indique l'itinéraire sélectionné pour effectuer le transport. Les quatre colonnes suivantes nous donnent les fréquences et les quantités transportées pour chacun des arcs.

transport	itinéraire	freq1	qté1	freq2	qté2
t1	13	3	6.67		
t2	13	3	11.67		
t3	12	2	40	3	26.67
t4	14	2	7.5		
t5	16	2	5	2	5
t6	17	2	25		
t7	19	2	30		

Tableau 11. le groupage dans notre chaîne logistique

Les arcs a1 et a5 ne sont pas utilisés. Le transport t3 entre les sites s1 et s2 est assuré par le mode m2 avec une fréquence de rotation de 2 avec un chargement de 40 tonnes. Entre les sites s2 et s3, sont concernés les transports t1, t2 et t3 pour un tonnage total de 135 tonnes. C'est le mode m1 qui assure la rotation avec une fréquence de 3, d'où une quantité de 45 tonnes par livraison. Pour cela, on utilise les deux moyens disponibles. Le premier est chargé entièrement avec le transport t3 (25 tonnes), et malgré cela, il reste encore 1.67 tonnes de t3 à grouper avec les 6.67 tonnes de t1 et les 11.67 tonnes de t2 pour une charge totale de 20 tonnes. Ainsi, pour le transport t3, on assiste à une rupture de charge car non seulement on change de mode et de fréquence sur le site s2. Le coût de rupture de charge est obtenu en multipliant le tonnage par 7, soit 560 €. Le coût de stock est obtenu en multipliant le stock moyen par le taux de possession de 0.12 et le prix de l'article p1 de 0.15€, soit $(40000-26666.67)/2 * 12 * 0.15 = 120$ €. Pour la liaison s3-s4, sont concernés les transports t4 et t5 pour un tonnage total de 25 tonnes. Ici, le transport est assuré par le mode m1 avec une fréquence de rotation de 2 et une quantité transportée de 12.5 tonnes. L'explication de cette valeur de la fréquence vient de la liaison entre les sites s4 et s6. Dans ce cas, on considère les transports t5 et t7 pour un tonnage total de 70 tonnes. Cette liaison est assurée par le mode m2. Or d'après sa capacité de 50 tonnes et le

nombre unitaire de moyens, la seule possibilité pour assurer la liaison est justement d'avoir une fréquence de deux, soit 35 tonnes par livraison (5t de t5 et 30t de t7). Ainsi, pour éviter d'avoir des coûts de stockage pour le transport t5 en s4 sur le produit p2 dont le prix est de 2000€, on a imposé une fréquence de 2 sur s3-s4. Par contre, on garde un coût de rupture de charge lié au changement de mode, soit $10 * 7 = 70$ €. Le transport t6 sur la liaison s5-s4 est assuré par le mode m1 et une fréquence de rotation de 2, soit 25t par livraison. Soit un coût total logistique de 162220.8€, dont 630€ de rupture de charge et 120€ de stock. Le kilométrage total parcouru est 4710km, le tonnage moyen de 33.84t, soit un peu plus de 1 euros pour transporter une tonne sur un kilomètre.

Au vu de ces résultats, on remarque que le mode m2 est utilisé sur les liaisons s1-s2 et s4-s6 avec une fréquence de 2. Il pourrait alors être envisageable de réaliser un service de fréquence 2 reliant les sites s1, s2, s4 et s6. De même pour les liaisons s3-s4 et s5-s4 avec le mode m1, il serait possible d'envisager une tournée s3, s4, s5, s4 et s3. Reste bien sûr à vérifier pour la mise en place de tels services que l'ensemble des contraintes temporelles soient bien respectées.

5. CONCLUSION

Dans cet article, nous proposons une modélisation sous forme de programmation linéaire du problème de la détermination des services de transport à mettre en place au sein de la chaîne logistique. En effet, un service est défini comme un ensemble d'arcs consécutifs utilisant le même mode de transport et avec la même fréquence de rotation. Ces services ont été obtenus en groupant différents produits sur les mêmes moyens de transport dans le but de bénéficier au maximum des économies d'échelle pour minimiser les coûts logistiques.

Toutefois, l'hypothèse d'avoir sur chaque arc un ensemble de moyens totalement indépendant peut manquer un peu de réalisme. En effet, on pourrait utiliser ce modèle pour résoudre le problème d'un transporteur qui possède une flotte de moyens et qui se pose la question de savoir comment répartir sur ces différents arcs ses ressources de transport. Une autre extension envisageable serait de considérer le problème dynamique, c'est-à-dire multi-périodes, et de s'intéresser au repositionnement des ressources de transport en fin de chaque période.

REFERENCES

- Abad, P. L. and V. Aggarwal, 2005. Incorporating transport cost in the lot size and pricing decisions with downward sloping demand. *International Journal of Production Economics*, 95(3), p.297-305,.
- Canel, C., B. M. Khumawala, J. Law, and A. Loh, 2001. An algorithm for the capacitated, multi-commodity multi-period facility location problem. *Computers & Operations Research*, 28, p.411-427.

- Crainic, T. G., 2000. Service network design in freight transportation, *European Journal of Operational Research* Volume, 122(2), p.272-288.
- Crainic, T. G., 2003. *A Survey of Optimization Models for Long-Haul Freight Transportation.*, in *Long Haul Freight Transportation*, Handbook of Transportation Science, R.W. Hall (Ed.), 2nd Edition, Kluwer, p415-516.
- Crainic, T. G. and Y. Lic, M. Toulouse, 2006. A first multilevel cooperative algorithm for capacitated multicommodity network design. *Computers & Operations Research*, 33, p.2602–2622.
- Ertogral, K., M. Darwish and M. Ben-Daya, 2007. Production and shipment lot sizing in a vendor-buyer supply chain with transportation cost. *European Journal of Operational Research*, 176 (3), p1592-1606.
- Goetschalckx, M., C. J. Vidal and K. Dogan, 2002. Modeling and design of global logistics systems: A review of integrated strategic and tactical models and design algorithms. *European Journal of Operational Research*, 143(1), p.1-18.
- Klose, A. and A. Drexler, 2005. Facility location models for distribution system design. *European Journal of Operational Research*, 162(1), p.4-29.
- Mahalean, M., H. Manier, M. A. Manier, and A. El Moudni, 2006. Intégration du transport dans la conception des chaînes logistiques. 6^{ème} Conférence Francophone de Modélisation et Simulation (MOSIM'06), Rabat, Maroc.
- Mahalean, M., H. Manier, and A. El Moudni, 2006. Consolidation in a Multicommodity Network. *IEEE International Conference on Service Systems and Service Management (SSSM'2006)*, Troyes, France.
- Martel, A., 2001. *Un modèle général pour l'optimisation de réseaux logistiques*. Rapport interne, Centre de recherche sur les technologies de l'organisation réseau (CENTOR), Université Laval, Québec, Canada.
- Martel, A., 2004. *The design of production – distribution networks: A mathematical programming approach*. Working Paper DT-2004-AM-2. Centre de recherche sur les technologies de l'organisation réseau (CENTOR), Université Laval, Québec, Canada. In J. Geunes and P.M. Pardalos (eds.), *Supply Chain Optimization*, Kluwer Academic Publishers, 2005, p265-308.
- Masami, A., Y. Takayuki, and O. Hiroyuki, 2003. The modal-shift transportation planning problem and its fast steepest descent algorithm. *Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference*, IBM Research, Tokyo Research Laboratory.
- Smilowitz, K. R., A. Atamturk, and C. F. Daganzo, 2003. Deferred item and vehicle routing within integrated networks. *Transportation Research Part E*, (39), p.305-323.
- Slats, P. A., B. Bhola, J. J. M. Evers, and G. Djkhuisen, 1995. Logistic chain modelling. *European Journal of Operational Research*, 87(1) p.1-20.
- Talluri, S. and R. C. Baker, 2002. A multi-phase mathematical programming approach for effective supply chain design. *European Journal of Operational Research*, 141(3) p. 544-558.