

UNE RESOLUTION BASEE SUR LA THEORIE DES POSSIBILITES DU PROBLEME DE TOURNEES DE VEHICULES AVEC FENETRES DE TEMPS ET DEMANDES FLOUES

XU Jian, GONCALVES Gilles, HSU Tienté

Laboratoire Génie Informatique et Automatique d'Artois, Faculté des Sciences Appliquées, Université d'Artois, Béthune, France

xujianfr@yahoo.com, goncalves.gilles@fsa.univ-artois.fr, hsu@iut-lens.univ-artois.fr

RESUME : Cet article s'intéresse au problème de tournées de véhicules avec fenêtres de temps et demandes floues (VRPTWFD), où un nombre limité de véhicules ayant la même capacité, partent d'un unique dépôt, effectuent des tournées pour desservir un ensemble de clients, avant de retourner au dépôt. Chaque client possède une fenêtre de temps dans laquelle il préfère être servi et une demande à satisfaire. La quantité de la demande est représentée par un nombre flou et n'est connue effectivement que lorsque le véhicule arrive chez le client et commence à le servir. L'objectif ici est de déterminer un ensemble de tournées qui minimise la distance totale parcourue et la somme des retards chez les clients, en respectant la contrainte de capacité des véhicules et en satisfaisant au mieux les contraintes temporelles liées aux fenêtres de temps.

Nous proposons dans cet article un modèle de programmation stochastique à deux étapes avec recours basé sur la théorie des possibilités. Ce modèle est intégré dans un algorithme génétique pour résoudre le problème. Cette résolution est validée sur une adaptation du benchmark de Solomon.

MOTS-CLES : tournées de véhicules, demandes floues, théorie des possibilités, algorithme génétique.

1. INTRODUCTION

Le problème de la gestion des tournées de véhicules (VRP : Vehicle Routing Problem) est un sous problème important dans la communauté scientifique Recherche Opérationnelle (RO). Le VRP consiste à trouver des chemins avec un coût minimum pour que les véhicules puissent visiter exactement une fois chaque client géographiquement distribué en respectant des contraintes. Le problème de la gestion des tournées de véhicules avec fenêtres de temps (VRPTW : Vehicle Routing Problem with Time Windows) constitue une extension du VRP dans la mesure où on ajoute une contrainte temporelle sur le service demandé.

Beaucoup d'efforts ont été consacrés en recherche sur les divers aspects du VRP. Cependant, une grande partie de ces travaux sont essentiellement portés sur le contexte déterministe qui suppose que les données du problème sont précisément et totalement connues. Or dans beaucoup de situations pratiques, les données du VRP ne sont pas complètement connues au moment de la planification. Depuis une dizaine d'années, les problèmes stochastiques de tournées de véhicules (SVRP : Stochastic Vehicle Routing Problem) intéressent aussi bien les chercheurs que les industriels. Le problème VRP est dit *stochastique* lorsque certains paramètres du problème sont aléatoires. Ce pourrait être les demandes (i.e. quantités à livrer ou à ramasser) des clients, le temps, le coût de transport ou l'ensemble des clients à visiter. Le VRP avec demandes stochastiques (VRPSD) est le cas le plus étudié. Les demandes des clients ne sont pas connues avec certitude à l'avance,

c'est-à-dire au moment de la planification. Deux approches de modélisation de ces demandes sont possibles : les demandes suivent une loi de distribution connue telle que la distribution normale dans la plupart des études (Tan et Cheong. 2007), ou alors l'incertitude des demandes est modélisée à l'aide de nombres flous (Teodorovic et Pavkovic. 1996, Werners et Drawe. 2003). Dans ces travaux les auteurs s'intéressent à une autre variante du VRP : VRPFD (Vehicle Routing Problem with Fuzzy Demand)

Dans cet article, nous nous intéressons au problème VRP avec fenêtres de temps et demandes floues (VRPTWFD). Chaque client possède une fenêtre de temps dans laquelle il préfère être servi. Les demandes des clients sont représentées par des nombres flous. Elles ne sont connues avec certitude qu'au moment où les véhicules arrivent chez les clients et commencent les services. Cet article est organisé de la façon suivante : après avoir présenté les spécifications du VRPTWFD, nous proposons dans la section 2 un modèle à deux étapes avec recours dans le cadre de la programmation stochastique. La section 3 présente un algorithme génétique pour la méthode de résolution en intégrant ce modèle. Les solutions respectives obtenues avec ce modèle pour le problème à traiter sont évaluées d'un point vu qualitatif dans la section 4. Une conclusion et des perspectives terminent cet article.

2. SPECIFICATIONS DU PROBLEME

2.1. Description du problème

Le problème est défini dans un graphe complet $G=(S, A)$, où $S=\{0,1,\dots,n\}$ représente l'ensemble des sommets et $A = \{(i, j) \text{ tel que } i \neq j, i, j \in S\}$ représente l'ensemble des arcs entre les sommets. A chaque sommet est associé une position de coordonnées. Le sommet 0 représente le dépôt et les autres sommets représentent l'ensemble des clients, noté $C = \{1,\dots,n\}$, qui désirent obtenir une livraison de marchandises provenant du dépôt. Donc on a $S = C \cup \{0\}$. A chaque arc $(i, j) \in A$ est associé une valeur positive c_{ij} qui correspond au coût pour aller du sommet i au sommet j . Pour simplifier notre problème, ce coût est égal à la distance Euclidienne entre les sommet i et j . Donc la matrice des coûts est symétrique où le coût c_{ij} est égal au coût c_{ji} . L'inéquation triangulaire ci-dessous est toujours vérifiée.

$$c_{ij} \leq c_{ik} + c_{kj}, \forall i, j, k \in S.$$

On associe un client i à chaque sommet $i \in S$. Un client est caractérisé par une fenêtre de temps pendant laquelle il souhaite être servi. Une fenêtre de temps est représentée par un couple $[e_i, l_i]$, e_i est la borne inférieure de la fenêtre de temps, l_i est la borne supérieure. Le dépôt central possède lui aussi une fenêtre de temps qui représente l'horizon de service. A chaque client i est associé un temps de service $s_i \geq 0$. En général, cette valeur est identique pour tous les clients et elle est égale à 0 pour le dépôt.

La contrainte de fenêtres de temps considérée ici est du « type souple » (soft time windows). Autrement dit, lorsqu'un véhicule arrive en dehors de la fenêtre de temps d'un client, il peut le servir dans certains cas. Lorsqu'un véhicule arrive en avance, il doit attendre l'ouverture de la fenêtre (e_i) pour commencer le service, dans ce cas l'instant de début du service $b_i = \max \{e_i, a_i\}$, où a_i est l'heure d'arrivée chez le client i . Par contre lorsqu'un véhicule arrive en retard ($a_i > l_i$), il le sert quant même mais avec une pénalité proportionnelle au retard. Cette pénalité de retard p_i chez un client i est définie comme étant $p_i = \max \{0, b_i - l_i\}$. La minimisation de la somme des pénalités de retard est un des objectifs de notre résolution.

A chaque client i est associé une quantité positive de demande de marchandise, elle est représentée par un nombre flou noté \tilde{d}_i . Ce nombre flou est composé d'un triplet de nombres réels $(\underline{d}_i, \hat{d}_i, \bar{d}_i)$ avec $\underline{d}_i < \hat{d}_i < \bar{d}_i$. Une fonction d'appartenance μ est associée à chaque nombre flou, elle a une représentation triangulaire (voir la figure 1). Les termes \bar{d} et \underline{d}_i sont respectivement les bornes inférieure et supérieure, leurs degrés d'appartenance correspondants sont égaux à 0. Le terme \hat{d}_i est la normalisation qui correspond au degré d'appartenance maximal égal à 1.

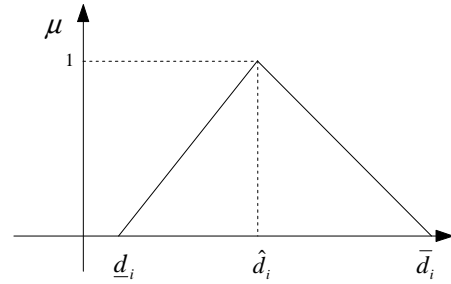


Figure 1. Modélisation d'une demande floue

Une flotte de véhicules $V = \{1,\dots,m\}$ démarre du dépôt pour desservir les clients. Tous les véhicules possèdent la même capacité Q (flotte homogène). En considérant que la demande du client est indivisible, la capacité d'un véhicule doit être au moins supérieure à la plus grande demande des clients.

Le nombre d'objectifs à optimiser pour notre problème est de 2 : minimiser la distance totale parcourue (f_D) et la somme des pénalités de retard chez les clients (f_R).

Housroum (Housroum 2005) a utilisé, dans le cadre de ses travaux de thèse, une fonction d'objectif f_{DR} comme étant une agrégation des objectifs de la distance totale parcourue et de la somme des retards chez les clients pour la résolution du VRPTW :

$$f_{DR} = f_D + f_R \quad (1)$$

Notre travail est une extension de ses travaux, nous utilisons la même fonction d'agrégation afin de pouvoir comparer les 2 approches. Nous appellerons dans ce qui suit l'objectif f_{DR} représentant en fait le coût de transport pour simplifier.

2.2. Modélisation du problème

Dans le VRPSD, les quantités réelles des demandes ne sont précisément connues qu'au moment où les véhicules arrivent chez les clients. Malgré ceci, les tournées des véhicules doivent être planifiées à l'avance par un algorithme qui doit prendre en compte cette incertitude. Une des conséquences est qu'il arrive quelquefois que le véhicule ne puisse pas servir un client de la tournée planifiée quand il se présente chez celui-ci : par exemple lorsque la capacité résiduelle du véhicule est insuffisante pour servir ce client. On appelle cette situation un « défaut de tournées » (Dror et Trudeau, 1986). Cette situation se produit surtout pour les clients situés en fin de tournée. C'est une caractéristique importante du VRPSD.

Le VRPSD peut être résolu dans le cadre d'une programmation stochastique avec deux modèles différents (Gendreau et Laporte 1996):

- le modèle de programmation sous contraintes probabilistes (CCP : Chance Constrained Programming), avec lequel on élabore un

ensemble de tournées dans lesquelles les « défauts de tournées » seront inférieurs à un certain seuil, tout en minimisant les coûts. Mais le coût lié aux « défauts de tournées » est ignoré et donc non évalué (Werners et Drawe, 2003).

- le modèle de programmation stochastique avec recours (SPR: Stochastic Programming with Recourse). Dans ce modèle, le VRPSD est résolu en deux étapes : dans la première étape une solution a priori est planifiée sur la base des données incertaines, puis un recours ou une action corrective est appliquée dans la deuxième étape pour traiter les situations de « défauts de tournées » (Tan et Cheong, 2007). Dans ce modèle, l'objectif est de minimiser le coût prévisionnel en tenant compte du coût supplémentaire généré par les recours déterminés lors de la deuxième étape.

Il est à noter que ce coût supplémentaire est lié à la politique de recours choisie. Il existe trois politiques de recours :

- la politique simple : le véhicule rentre au dépôt pour décharger ou se réapprovisionner lorsqu'un défaut de capacité se produit chez le client. Puis il retourne chez le client mis en défaut pour le servir et il poursuit sa tournée initialement planifiée (Teodorovic et Pavkovic, 1996).
- la politique avec réapprovisionnement préventive : le véhicule anticipe le retour au dépôt quand il arrive chez un client proche du dépôt et que sa capacité résiduelle est bientôt épuisée. On planifie de cette façon un réapprovisionnement préventif aux points stratégiques, au lieu d'attendre l'apparition du « défaut de tournée » (Yang et Mathur, 2000)
- la politique avec re-optimisation : on améliore la portion restante des tournées initialement planifiées dès que la demande réelle du client est connue ou dès l'apparition du « défaut de tournée » (Secomandi, 2000).

Bien que le modèle CCP soit plus simple par rapport au modèle SPR pour résoudre le VRPSD, la plupart des travaux sur le VRPSD utilisent le modèle SPR car la fonction d'objectif est plus significative. Nous formulons ci-dessous le traitement du problème VRPTWFD à l'aide d'un modèle de programmation stochastique à deux étapes avec recours ou modèle SPR pour simplifier.

2.2.1 La formulation mathématique

La formulation mathématique du modèle SPR s'écrit :

$$\text{Minimiser } f_{DR}^{Pr ev} = f_{DR}^{Plan} + f_{DR}^{Supp} \quad (2)$$

$$\text{où } f_{DR}^{Plan} = \sum_{v \in V} \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} c_{ij} x_{ij}^v + \sum_{i \in C} p_i \quad (3)$$

Sujettes aux contraintes :

$$x_{ij}^v \in \{0, 1\}, \forall i, j \in S, v \in V \quad (4)$$

$$\sum_{v \in V} \sum_{j \in S} x_{ij}^v = 1, \forall i \in C \quad (5)$$

$$\sum_{j \in S} x_{ij}^v - \sum_{j \in S} x_{ji}^v = 0, \forall i \in C, \forall v \in V \quad (6)$$

$$\sum_{j \in C} x_{0j}^v = 1, \forall v \in V \quad (7)$$

$$\sum_{j \in C} x_{j0}^v = 1, \forall v \in V \quad (8)$$

$$\sum_{i \in C} \sum_{j \in S} \tilde{d}_i x_{ij}^v \leq Q, \forall v \in V \quad (9)$$

$$x_{ij}^v = 1 \Rightarrow a_j = b_i + s_i + t_{ij}, \forall i, j \in S, v \in V \quad (10)$$

$$b_i = \max\{e_i, a_i\}, \forall i \in C \quad (11)$$

$$p_i = \max\{0, (b_i - l_i)\}, \forall i \in C \quad (12)$$

$$e_0 \leq b_0^v \leq l_0, \forall v \in V \quad (13)$$

$$b_0^v \leq b_i, \forall i \in C \quad (13.1)$$

$$e_0 \leq b_{n+1}^v \leq l_0, \forall v \in V \quad (14)$$

$$b_i \leq b_{n+1}^v, \forall i \in C \quad (14.2)$$

L'équation 2 représente la fonction d'objectif de notre modèle à deux étapes. L'objectif est de minimiser le coût prévisionnel de transport ($f_{DR}^{Pr ev}$), qui est la somme du coût planifié de transport (f_{DR}^{Plan}) et du coût supplémentaire de transport (f_{DR}^{Supp}).

Le coût planifié de transport (f_{DR}^{Plan}) des tournées planifiées lors de la première étape est l'agrégation de la distance totale parcourue ($\sum_{v \in V} \sum_{i \in S} \sum_{j \in S} c_{ij} x_{ij}^v$) et la somme de retards chez les clients ($\sum_{i \in C} p_i$). Les formules de 4 à

14 constituent les contraintes à satisfaire du problème à la première étape. La formule 4 est la définition des types de variables utilisées. La variable x_{ij}^v est égale à 1 si le véhicule v visite le sommet j après le sommet i , 0 sinon. L'équation 5 impose que chaque client soit desservi en une et une seule fois par un seul véhicule. L'équation 6 assure que le véhicule qui arrive chez un client est le même que celui qui part de ce client. L'équation 7 assure que chaque véhicule ne sort qu'une seule fois du dépôt. L'équation 8 assure un retour unique au dépôt pour chaque véhicule.

L'inéquation 9 définit la contrainte de capacité qui impose que la demande totale des clients de chaque tournée ne doit pas dépasser la capacité Q du véhicule. Nous remarquons qu'elle est adaptée pour le VRPTWFD puisque les demandes sont représentées par des nombres flous. Le symbole « \leq » est utilisé pour désigner la comparaison entre les demandes floues et un nombre ordinaire Q . Nous allons exprimer cette contrainte de capacité floue précisément dans la section suivante.

La formule 10 calcule l'instant où le véhicule arrive chez le client j en supposant qu'il sert le client j après le client i. L'équation 11 définit l'instant où le service débute chez le client i. L'équation 12 définit le retard chez le client i. Les inéquations 13 et 14 représentent les contraintes d'ouverture liées au dépôt. Le terme b_0^v représente l'instant où le véhicule v quitte le dépôt. Le terme b_{n+1}^v est l'instant où le véhicule v retourne au dépôt. L'application de l'indice n+1 distingue le retour au dépôt de son départ. Les équations 13.1 et 14.1 indiquent que la journée de service commence par le départ au dépôt et se termine par le retour et que tout début de service commence après la date de départ du dépôt et avant la date de retour au dépôt.

Le coût supplémentaire de transport (f_{DR}^{Supp}) des recours dus aux « défauts des tournées » est estimé lors de la deuxième étape en réalisant les tournées planifiées. Il dépend du moment où se produit le défaut de capacité lors de la réalisation de la tournée. En général, il ne peut pas être décrit à l'aide d'une fonction linéaire sur les termes x_{ij}^v (Laporte et Louveaux. 1998). Le calcul de ce coût supplémentaire de transport est une des difficultés principales du VRPSD.

Nous présentons dans ce qui suit la contrainte de capacité floue et une méthode qui permet d'estimer le coût supplémentaire de transport.

2.2.2 Contrainte de capacité floue

Lors de la planification, la demande totale des clients servis par le véhicule v, notée \tilde{D}_v est un nombre flou, qui est défini par :

$$\begin{aligned} \tilde{D}_v &= \sum_{i \in C} \sum_{j \in S} \tilde{d}_i x_{ij}^v \\ &= \left(\sum_{i \in C} \sum_{j \in S} \underline{d}_i x_{ij}^v + \sum_{i \in C} \sum_{j \in S} \hat{d}_i x_{ij}^v + \sum_{i \in C} \sum_{j \in S} \bar{d}_i x_{ij}^v \right) \\ &= (\underline{D}_v, \hat{D}_v, \bar{D}_v) \end{aligned} \quad (15)$$

La contrainte de capacité indique que la demande totale des clients de chaque tournée ne doit pas dépasser la capacité Q du véhicule réalisant la tournée. On ne peut vérifier ici directement si la contrainte de capacité floue est satisfaite ou non. Par exemple, si $Q = 100$ et $\tilde{D}_v = (90, 100, 110)$, comment vérifie-t-on cette contrainte ?

Nous exprimons la contrainte de capacité floue à l'aide de la théorie des possibilités, elle a été introduite par Zadeh (Zadeh 1978) et développée par Dubois et Prade (Dubois et Prade. 1988) en liaison avec la théorie des sous-ensembles flous. La mesure de possibilité et la mesure de nécessité de l'évènement, correspondant à la

satisfaction de la contrainte de capacité floue, sont définies de la manière suivante :

$$Pos(\tilde{D}_v \leq Q) = \sup_{x \leq Q} \mu_{\tilde{D}_v}(x) = \begin{cases} 1, \hat{D}_v \leq Q \\ \frac{Q - \underline{D}_v}{\hat{D}_v - \underline{D}_v}, \underline{D}_v \leq Q < \hat{D}_v \\ 0, Q \leq \underline{D}_v \end{cases} \quad (16)$$

$$Nec(\tilde{D}_v \leq Q) = 1 - Pos(\tilde{D}_v > Q) = \begin{cases} 1, \bar{D}_v \leq Q \\ \frac{Q - \hat{D}_v}{\bar{D}_v - \hat{D}_v}, \hat{D}_v \leq Q < \bar{D}_v \\ 0, Q \leq \hat{D}_v \end{cases} \quad (17)$$

Ces deux mesures ont des valeurs comprises entre 0 et 1. Un exemple de mesures de possibilité et de nécessité pour la satisfaction de la contrainte de capacité floue est représenté dans la figure 2 pour une capacité Q et une demande floue données.

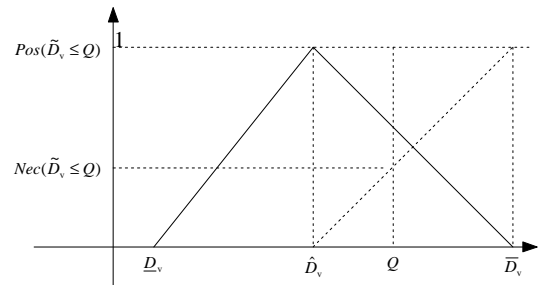


Figure 2. La satisfaction de la contrainte de capacité floue : possibilité et nécessité

La contrainte de capacité floue peut alors être exprimée par les deux inéquations ci-dessous :

$$Pos(\tilde{D}_v \leq Q) \geq \alpha \quad (18)$$

$$Nec(\tilde{D}_v \leq Q) \geq \beta \quad (19)$$

L'inéquation 18 indique que la mesure de possibilité liée à l'évènement satisfaction de la contrainte de capacité doit être supérieure à un seuil α . L'inéquation 19 indique que la mesure de nécessité liée à l'évènement satisfaction de la contrainte de capacité doit être supérieure à un seuil β . Ces seuils sont choisis entre 0 et 1. Plus ils sont grands, plus grande est la contrainte de capacité floue et moins il y aura de risque de défauts de capacité, mais plus grand sera alors le coût engendré.

Les mesures de possibilité et de nécessité satisfont les propriétés suivantes :

$$Pos(\tilde{D}_v \leq Q) < 1 \Rightarrow Nec(\tilde{D}_v \leq Q) = 0 \quad (20)$$

$$Nec(\tilde{D}_v \leq Q) > 0 \Rightarrow Pos(\tilde{D}_v \leq Q) = 1 \quad (21)$$

D'après ces propriétés, nous pouvons défuzzifier la contrainte de capacité floue de la façon suivante :

$$\alpha \hat{D}_k + (1 - \alpha) \underline{D}_k \leq Q, \text{ Si } 0 < \alpha \leq 1, \text{ et } \beta = 0 \quad (22)$$

$$\beta \bar{D}_k + (1 - \beta) \hat{D}_k \leq Q, \text{ Si } \alpha = 1, \text{ et } 0 < \beta \leq 1 \quad (23)$$

2.2.3 Méthode d'estimation des défauts de tournées

Dans cette partie, nous proposons une méthode pour estimer le coût supplémentaire de transport ainsi que le coût prévisionnel de transport. L'idée générale de notre méthode d'estimation est de « rejouer » les tournées planifiées en simulant des situations réelles à l'aide de scénarios d'apprentissage. Nous présentons ci-dessous les scénarios d'apprentissage et la procédure « rejouer » que nous avons utilisés.

Un scénario d'apprentissage contient un ensemble de données qui a pour but de décrire l'une des nombreuses situations futures possibles. Ces scénarios pourraient être construits en analysant des bases d'historiques ou à l'aide de tirages aléatoires conjugués à des lois de distribution. Nous pouvons trouver une première utilisation de scénarios pour le problème stochastique dans (Jagannathan 1985). Dans notre cas, les demandes des clients sont représentées par des nombres flous. Chaque scénario d'apprentissage contient les demandes réelles des clients. Ces valeurs ne sont connues qu'au moment où les véhicules commencent à servir les clients.

Teodorovic et Pavkovic (Teodorovic et Pavkovic. 1996) ont présenté une méthode de tirage des demandes réelles à partir de demandes floues. Pour une demande floue \tilde{d}_i représentée par un triplet de nombres réels $(\underline{d}_i, \hat{d}_i, \bar{d}_i)$, la demande réelle est générée de la façon suivante : on tire aléatoirement un nombre d suivant la loi uniforme, avec $d \in [\underline{d}_i, \bar{d}_i]$. On calcule la possibilité ($Pos_{\tilde{d}_i}^d$) que la valeur d est la demande réelle de ce client par la formule 24 :

$$Pos_{\tilde{d}_i}^d = \begin{cases} \frac{d - \underline{d}_i}{\hat{d}_i - \underline{d}_i}, & \underline{d}_i \leq d < \hat{d}_i \\ \frac{\bar{d}_i - d}{\bar{d}_i - \hat{d}_i}, & \hat{d}_i < d \leq \bar{d}_i \end{cases} \quad (24)$$

On tire aléatoirement un nombre $r \in [0,1]$, suivant la loi uniforme. Si $r \leq Pos_{\tilde{d}_i}^d$, le nombre d est pris comme étant la demande réelle, sinon on recommence le tirage.

La troisième colonne du tableau 1 représente un exemple des demandes réelles issues des demandes floues de la deuxième colonne.

Client	Demande floue	Demande réelle
1	(36, 40, 44)	42
2	(17, 20, 23)	22
3	(27, 30, 33)	31
4	(28, 40, 52)	51

5	(9, 10, 11)	10
6	(7, 10, 13)	12
7	(30, 40, 50)	49
8	(21, 30, 39)	38
9	(8, 10, 12)	11
10	(28, 40, 52)	51

Tableau 1. Un exemple du tirage de demandes réelles

Nous générons les demandes réelles pour tous les clients en utilisant cette méthode de tirage afin de construire un scénario d'apprentissage. Pour tenir compte de la variabilité de demandes, nous avons créé un ensemble de scénarios d'apprentissage de demandes réelles pour chacun des problèmes à traiter.

Afin de simuler la réalisation des tournées pour déterminer les coûts associés, nous « rejouons » les tournées planifiées sur un scénario d'apprentissage de demandes réelles de la façon suivante : chaque véhicule part pour accomplir la tournée qui lui a été affectée. L'ordre de visite des clients respecte l'ordre de leur apparition dans la tournée. Chaque véhicule cumule, au fur et à mesure du parcours, les demandes réelles des clients issues de ce scénario d'apprentissage. Lorsque la somme des demandes dépasse la capacité du véhicule, c'est que le véhicule ne peut plus servir le client courant, on a alors un « défaut de tournée ». Le véhicule doit réinitialiser sa capacité en rentrant au dépôt pour décharger ou se réapprovisionner, puis revenir chez le client pour poursuivre sa tournée. Une fois que tous les véhicules ont terminé leur tournée, nous obtenons un coût de transport simulé qui intègre le coût supplémentaire de transport dû aux « défauts de tournées » correspondant à ce scénario d'apprentissage.

Nous donnons un exemple pour illustrer la procédure « rejouer » des tournées (voir la figure 3). Soit trois véhicules ayant chacun une capacité de 100. Le problème ici consiste à livrer des produits à 10 clients. Les flèches en trait continu indiquent les tournées planifiées. Les tournées sont « rejouées » avec un scénario d'apprentissage. Les valeurs mises entre parenthèses représentent les demandes réelles des clients issues de ce scénario.

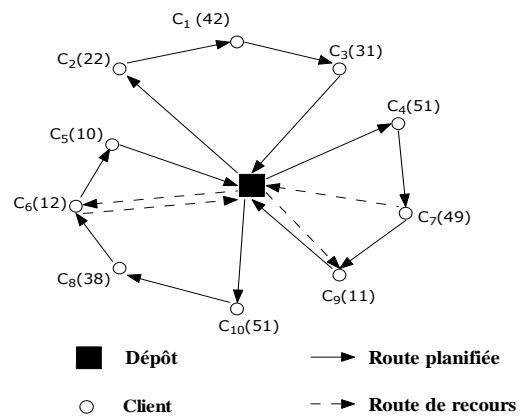


Figure 3. Un exemple de la procédure « rejouer »

Le véhicule 1 dessert les clients 2, 1 puis 3 pour une demande respective de 22, 42 et 31. Le véhicule 1 réalise sa tournée sans défaut puisque la demande totale (95) n'excède pas la capacité du véhicule (100).

Le véhicule 2 dessert les clients 4, 7 puis 9. Après avoir servi le client 4 (quantité demandée : 51), puis le client 7 (49), le véhicule a atteint sa capacité maximale (100) : il doit donc faire un détour par le dépôt pour se reapprovisionner, avant de reprendre sa tournée vers le client 9. Le bilan de la simulation est que le trajet du client 7 vers le client 9 est remplacé par le trajet du client 7 vers dépôt et du dépôt vers client 9. Ce détour engendre une distance supplémentaire à parcourir ainsi que la possibilité d'augmenter le retard chez client 9.

Le véhicule 3 doit desservir les clients 10, 8, 6 puis 5. Après avoir servi les clients 10 (51) et 8 (38), la capacité résiduelle du véhicule n'est plus que de 11 au moment où il arrive chez le client 6. Etant donné que la quantité nécessaire est de 12, le véhicule est obligé de faire un aller-retour au dépôt. Le bilan de la simulation est que le véhicule 3 parcourt un trajet supplémentaire (un aller-retour client 6 et dépôt) par rapport à la tournée planifiée. Ce défaut de tournée engendre donc une distance supplémentaire et peut retarder les services chez les clients restants (6 et 5).

De cette façon, la procédure « rejouer », simule le coût de transport qui comprend le coût initial planifié et le coût supplémentaire de transport (distance + retard) provoqué par les « défauts de tournées » correspondant à ce scénario de demandes réelles.

Pour estimer le coût de transport supplémentaire, nous rejouons l'ensemble de tournées planifiées a priori de la première étape sur chacun de ces scénarios d'apprentissage générés et nous calculons les coûts de transports simulés correspondants. Nous prenons alors la valeur moyenne des coûts de transports simulés correspondants à ces scénarios comme étant le coût prévisionnel de transport (f_{DR}^{Prev}). La différence entre le coût prévisionnel et le coût planifié de transport représente le coût supplémentaire de transport estimé dû aux « défauts de tournées » (f_{DR}^{Supp}).

3. ALGORITHME GENETIQUE POUR LE VRPTWFD

Pour résoudre le modèle précédent, nous utilisons une approche de type métaheuristique basée sur l'algorithme génétique (AG). Nous intégrons nos travaux sur la prise en compte de demandes floues dans le cadre d'une plateforme Java évolutionnaire développée initialement dans les travaux de Housroum (Housroum 2005). Nous reprenons ci-dessous les éléments impactés par cette intégration ainsi que les éléments nécessaires à la compréhension générale du modèle.

3.1. Codage et décodage

Dans notre plateforme, nous avons opté pour un codage indirect des solutions de notre problème. Ce choix initial a permis de traiter facilement et efficacement le VRPTW en mode dynamique. Il nous a contraint d'utiliser une heuristique d'insertion de tournées (HIT) pour réaliser la phase de décodage. C'est au sein de cette phase de décodage que nous avons dû intégrer la prise en compte des demandes floues.

Le codage indirect que nous avons choisi, repose sur l'utilisation de deux structures de données. Un vecteur "chromosome" qui représente une liste ordonnée de clients à servir (voir la figure 4). La taille du chromosome correspond au nombre de clients à servir. L'ordre des clients dans le chromosome a une importance car il correspond à l'ordre dans lequel la phase de décodage va insérer les clients dans les tournées en cours d'élaboration au moyen d'une heuristique d'insertion.

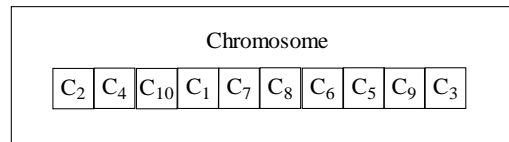


Figure 4. Le codage du chromosome

Un ensemble de vecteurs "tournées planifiées", qui représentent les tournées obtenues après la phase de décodage du chromosome (voir la figure 5). Chaque vecteur de cet ensemble représente la tournée d'un véhicule, et contient l'ensemble de clients rangés dans l'ordre où ils seront servis par ce véhicule.

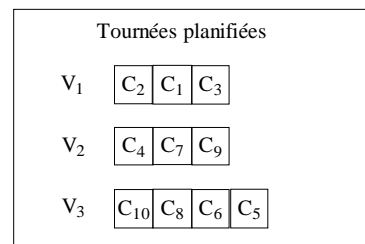


Figure 5. Tournées planifiées obtenues après la phase de décodage

Dans la phase de décodage, l'heuristique d'insertion HIT traite les clients selon l'ordre de leur apparition dans le chromosome. L'insertion d'un client se fait en fin de chaque tournée du véhicule. Un client ne peut être inséré dans la tournée d'un véhicule que si la satisfaction de la contrainte de capacité représentée par les équations (22) et (23) est vérifiée. Pour chaque position d'insertion possible, on calcule le coût de transport correspondant. On choisit finalement la position d'insertion qui donne le meilleur coût de transport (voir la figure 6).

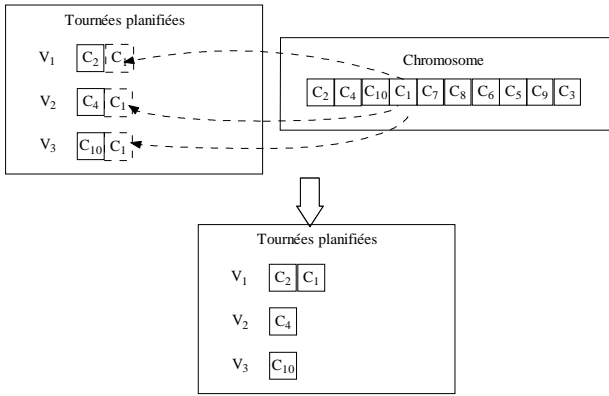


Figure 6. Une étape du décodage d'un chromosome

A la fin de la phase de décodage, on obtient l'ensemble des tournées planifiées et le coût planifié de transport associé (f_{DR}^{Plan}).

3.2. Evaluation du chromosome

L'évaluation du chromosome va dépendre du type de modèle à résoudre et elle est liée à la fonction d'objectif utilisée. L'objectif de notre modèle SPR est de chercher à minimiser le coût prévisionnel de transport qui est la somme du coût de transport des tournées planifiées et le coût supplémentaire de transport induit par les recours dus aux « défauts des tournées ».

La phase de décodage nous permet d'obtenir l'ensemble de tournées planifiées ainsi que le coût planifié de transport. Nous utilisons une phase de simulation de tournées pour estimer le coût supplémentaire de transport et le coût prévisionnel de transport. Dans cette phase, les tournées planifiées lors de la phase de décodage sont « rejouées » avec un ensemble de scénarios d'apprentissage de demandes réelles. Nous calculons la valeur moyenne des coûts de transports correspondants à ces scénarios d'apprentissage comme étant le coût prévisionnel de transport. Le fitness du chromosome est

égal à ce coût prévisionnel ($fitness = f_{DR}^{Prev}$). Chaque chromosome fournit après la phase de décodage et la phase de simulation de tournées une solution potentielle du problème (voir figure 7).

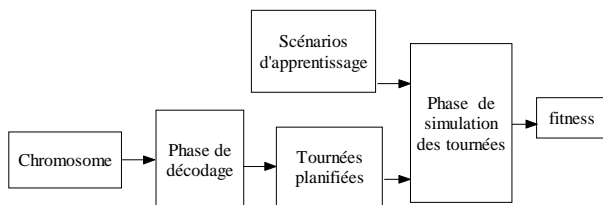


Figure 7. L'évaluation d'un chromosome

4. SIMULATION ET EVALUATION

Nous évaluons la qualité de notre modèle en résolvant des instances d'un benchmark pour le VRPTWFD. Il n'existe pas de benchmark commun pour le problème

SVRP dans la littérature. Nous avons créé un benchmark pour le VRPTWFD en adaptant le jeu de problèmes avec 100 clients fournis par Solomon pour le VRPTW. Nous nous intéressons dans ce qui suit à des instances du type RC1, dans lesquelles une partie des clients est répartie uniformément tandis que l'autre partie est regroupée dans des zones (clusters).

4.1. Benchmark

La modification du benchmark concerne les demandes des clients et la capacité des véhicules. Les demandes des clients sont des nombres flous ayant une représentation géométrique de forme triangulaire symétrique. Nous ajoutons un nouvel attribut à chaque client pour exprimer l'incertitude sur sa demande. Cet attribut est appelé le taux d'incertitude, et noté tIn_i . La valeur du taux d'incertitude du client est tirée aléatoirement suivant une loi uniforme entre 0 et 1, où 1 est un paramètre exprimant le degré d'incertitude. Nous définissons la normalisation (\hat{d}_i) égale à la demande initiale de ce client dans le benchmark de Solomon. La borne inférieure et la borne supérieure sont définies par $\underline{d}_i = \hat{d}_i \times (1 - tIn_i)$ et $\bar{d}_i = \hat{d}_i \times (1 + tIn_i)$.

Il est à noter que dans le benchmark de Solomon, la capacité des véhicules est fixée à une valeur assez grande. La contrainte de capacité jouant un rôle important dans le domaine du VRP avec demande stochastique, l'étude du VRP avec demande stochastique n'est justifiée que si la capacité des véhicules est une contrainte forte du problème. De ce fait, nous avons dû réduire la capacité des véhicules. La capacité totale des véhicules est définie comme étant la demande totale des clients plus 10%. Rappelons que dans notre problème, le nombre de véhicules utilisés n'est pas un objectif à minimiser. Nous utilisons la valeur qui a été fixée par Gendreau (M. Gendreau et F. Guertin 1999) comme étant le nombre optimal de véhicules obtenu dans Taillard (Taillard et Badeau 1999). Donc la capacité de véhicules homogène peut être calculée selon la capacité totale des véhicules et le nombre de véhicules. Nous ajoutons un préfixe « S » sur les noms des instances du benchmark modifié pour le VRPTWFD.

4.2. Solutions

Nous résolvons 4 instances (SRC101, SRC104, SRC106, SRC107) par le modèle SPR en exécutant l'algorithme génétique. Le nombre de scénarios d'apprentissages est un nouveau paramètre, il a été fixé à 20. Nous analyserons son influence sur la résolution du problème dans la section suivante.

Le réglage des seuils α et β a une influence importante sur le coût de transport des tournées. Nous déterminons le réglage des seuils α et β en simulant l'instance à résoudre. Autrement dit, nous cherchons plusieurs solutions correspondantes aux différentes combinaisons

des seuils α et β en exécutant l'AG, et choisissons la combinaison qui donne la meilleure solution, c'est-à-dire qui porte le coût prévisionnel de transport minimal. Compte tenu du caractère stochastique des algorithmes génétiques, nous exécutons l'algorithme génétique cinq fois pour chaque essai (i.e. combinaison) et nous calculons la moyenne de chaque réponse. Le nombre maximal de générations a été fixé à 10000. Le réglage des seuils α et β dépend des caractéristiques de l'instance à traiter, comme par exemple les demandes des clients, le nombre de véhicules, la capacité du véhicule, etc.

Nous reportons les meilleures solutions obtenues ainsi que les valeurs de seuils α et β correspondantes pour les instances dans le tableau 2. Le coût planifié de transport, le coût prévisionnel de transport et le coût supplémentaire de transport dû aux « défauts des tournées » sont indiqués

Problème	Solution du modèle SPR					Solution du modèle Nor
	α	β	f_{DR}^{Plan}	f_{DR}^{Prev}	f_{DR}^{Supp}	f_{DR}^{Plan}
SRC101	1	0.2	1909.33	1929.02	19.68	1830.88
SRC104	1	0.1	1383.95	1394.86	10.91	1298.10
SRC106	1	0.1	1631.95	1645.64	13.68	1628.72
SRC107	1	0.1	1425.94	1435.24	9.29	1491.59

Tableau 2. Solutions trouvées par deux modèles pour les instances à traiter

A titre de comparaison, nous résolvons aussi le VRPTWFD comme un VRPTW déterministe où toutes valeurs des demandes floues des clients sont ramenées à des nombres exacts égaux aux valeurs normalisées (modèle Nor). La planification des tournées se fait alors en faisant une estimation sur les quantités des demandes. La plateforme AG initiale de Housroum (Goncalves, et Hsu. 2007) pour la résolution du VRPTW (noté DAG) nous permet d'obtenir les résultats présentés dans la dernière colonne du tableau 2.

Le problème présenté ici est une variante du VRP, nous ne pouvons pas comparer nos solutions avec celles présentées dans la littérature par manque de benchmark commun. C'est pourquoi nous proposons dans ce qui suit une autre approche d'évaluation basée sur des scénarios représentant des situations réelles.

4.3. Evaluation de solutions

Dû à l'incertitude des demandes des clients, le coût réel de transport (f_{DR}^{Reel}) de la solution trouvée ne peut être connu qu'au moment où les tournées planifiées sont réellement effectuées par les véhicules. Nous générons pour chaque instance quatre scénarios « test » comportant les demandes réelles qui représentent les valeurs connues lorsque les véhicules arrivent chez les clients. Chaque scénario « tests » correspond à une

réalisation possible des variables floues au moment où les tournées planifiées sont réellement effectuées par les véhicules. Ils sont différents des scénarios d'apprentissage utilisés par le modèle SPR. Pour une solution donnée, on aura donc un coût réel de transport qui sera différent en fonction du scénario « test » utilisé. Ce coût réel de transport est obtenu en utilisant toujours la procédure « rejouer ».

Par ailleurs, pour évaluer les qualités des solutions obtenues par les deux modèles, nous comparons leur performance avec celle d'un modèle déterministe où les demandes des clients sont connues avec certitude dès le début de la planification. On se place donc dans la « meilleure condition » possible pour chacun des scénarios « test » du problème. La solution de ce modèle de référence est obtenue en exécutant l'algorithme génétique nommé DAG. Cette solution nous donne le coût déterministe de transport (f_{DR}^{Det}) de référence.

Le tableau 3 représente les résultats de ce comparatif pour le problème SRC101. La deuxième colonne (f_{DR}^{Det}) est le coût déterministe de transport correspondant à chaque scénario « test ». Pour chacune des solutions fournies par les deux modèles, nous avons le coût réel de transport (f_{DR}^{Reel}) correspondant à chaque scénario « test ».

	VRPTW	VRPTWFD			
	Réel de référence	Solution du SPR ($f_{DR}^{Plan}=1909.33$)		Solution du Nor ($f_{DR}^{Plan}=1830.88$)	
scénario « test »	f_{DR}^{Det}	f_{DR}^{Reel}	t^{SPR}	f_{DR}^{Reel}	t^{Nor}
test 1	1862.12	1909.33	2.54%	1840.02	-1.19%
test 2	1854.52	1909.33	2.96%	1912.04	3.10%
test 3	1896.37	1933.89	1.98%	1951.59	2.91%
test 4	1866.32	1909.33	2.30%	1985.13	6.37%
Moyenne			2.45%		2.80%

Tableau 3. Comparaison des solutions fournies par les deux modèles de SRC101 avec la version déterministe

Nous remarquons que la solution fournie par le modèle Nor comporte le coût réel de transport plus grand à la réalisation de tournées planifiées sur trois scénarios « tests », par rapport à celui de la solution fournie par le modèle SPR.

Pour chaque scénario « test », nous calculons les valeurs t^{SPR} et t^{Nor} par les formules 25 et 26 :

$$t^{SPR} = \frac{f_{DR}^{Reel} \text{ de la solution du SPR} - f_{DR}^{Det}}{f_{DR}^{Det}} \times 100\% \quad (25)$$

$$t^{Nor} = \frac{f_{DR}^{Reel} \text{ de la solution du Nor} - f_{DR}^{Det}}{f_{DR}^{Det}} \times 100\% \quad (26)$$

Ils représentent les pourcentages d'augmentation du coût réel de transport des solutions obtenues par les deux modèles par rapport au coût déterministe de transport obtenu par le modèle de référence.

Nous indiquons la valeur moyenne correspondante aux quatre scénarios pour les pourcentages t^{SPR} et t^{Nor} sur la dernière ligne du tableau 3. La synthèse des valeurs moyennes des t^{SPR} et des t^{Nor} correspondantes aux quatre scénarios « test » pour chaque instance est présentée également dans le tableau 4.

	Moy(t^{SPR})	Moy(t^{Nor})
SRC101	2.45%	2.80%
SRC104	4.26%	14.45%
SRC106	1.58%	6.74%
SRC107	1.96%	7.46%
Moyenne	2.56%	7.86%

Tableau 4. Comparaison avec la version déterministe

A travers ce tableau, nous voyons que pour chaque instance résolue, la valeur moyenne des t^{SPR} est plus petite que la valeur moyenne de t^{Nor} . Ceci montre que la solution trouvée par le modèle SPR est de meilleure qualité.

Nous remarquons aussi que les valeurs moyennes t^{SPR} correspondantes aux quatre scénarios « test » sont inférieures de 5%. Cela signifie que la solution du modèle SPR est proche de la solution déterministe de référence qui est obtenue en supposant que toutes les informations sont connues parfaitement à l'avance. Autrement dit, le modèle SPR nous permet de trouver des solutions de bonne qualité pour le VRPTWFD.

4.4. Réglage du nombre de scénarios d'apprentissage

Nous étudions ici l'influence du nombre de scénarios d'apprentissage dans le modèle du SPR sur la qualité de la solution trouvée. Nous résolvons l'instance SRC101 par le modèle SPR en utilisant un ensemble de p scénarios d'apprentissage. Nous faisons varier la valeur de p avec les valeurs 1, 10, 20, 30, 40. Nous reportons les meilleures solutions et les combinaisons de seuils α et β correspondantes aux différentes valeurs de p dans le tableau 5.

P	Solution du modèle SPR					
	α	β	f_{DR}^{Plan}	$f_{DR}^{Pre v}$	f_{DR}^{Supp}	Moy(t^{SPR})
1	1	0.2	1894.77	1906.12	11.35	6.88%
10	1	0.2	1924.61	1942.77	18.16	3.36%
20	1	0.2	1909.33	1929.02	19.68	2.45%
30	1	0.2	1903.82	1932.58	28.76	2.96%
40	1	0.2	1900.4	1923.29	22.89	2.23%

Tableau 5. Solutions du modèle SPR correspondantes au nombre de scénarios d'apprentissage pour SRC101

Pour chacune des solutions obtenues, nous calculons le coût réel de transport des tournées correspondant à chaque scénario « test ». Nous comparons l'écart entre ce coût réel de transport et le coût déterministe de la solution de référence. Nous calculons les valeurs moyennes t^{SPR} correspondantes aux scénarios « test » en fonction de la valeur p et les indiquons dans la dernière colonne du tableau 5.

Nous illustrons les valeurs moyennes t^{SPR} par rapport au nombre de scénarios d'apprentissage p dans la figure 8. Nous constatons que la valeur moyenne t^{SPR} est grande lorsque le nombre de scénarios d'apprentissage est faible (pour p=1). La variation des valeurs moyennes t^{SPR} n'est pas significative lorsque le nombre de scénarios d'apprentissage est supérieur à 20. Par contre, plus le nombre de scénarios d'apprentissage est grand, plus le temps d'exécution de l'algorithme génétique sera grand. De ce fait, nous utilisons la valeur 20 comme étant le nombre de scénarios d'apprentissage pour le modèle SPR.

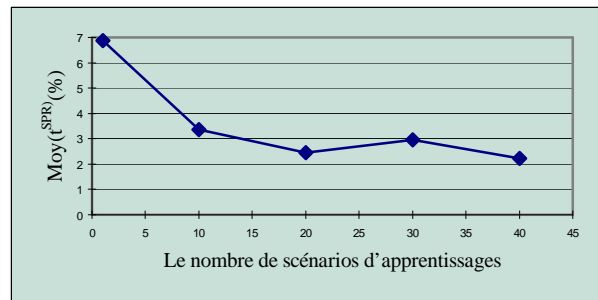


Figure 8. L'influence du nombre de scénarios d'apprentissage

5. CONCLUSIONS

Dans cet article nous avons résolu le VRPTWFD dans lequel la quantité demandée d'un client est exprimée à l'aide d'un nombre flou afin d'avoir une plus grande souplesse d'utilisation.

La théorie de possibilité nous a permis de définir la contrainte de capacité en fixant les valeurs des seuils. En utilisant cette contrainte de capacité floue, un modèle à deux étapes basé sur la programmation stochastique avec recours (SPR) a été proposé pour la résolution du VRPTWFD. Ce modèle SPR nous a permis de planifier un ensemble de tournées à priori en prenant compte du coût supplémentaire de transport des recours dus aux « défauts des tournées » à l'aide d'une méthode de simulation de tournées basée sur des scénarios d'apprentissage. Un algorithme génétique intégrant le modèle SPR a été utilisé pour la recherche de bonnes solutions.

Pour évaluer la performance de notre modèle, nous avons dans un premier temps déterminé les solutions sur

des instances du VRPTWFD à l'aide de notre modèle de résolution. Nous avons ensuite élaboré un ensemble de scénarios « test » contenant des valeurs exactes représentant des situations réelles par rapport à ces instances. Chaque solution obtenue est ensuite « rejouée » avec des scénarios correspondants. Chaque résultat obtenu est comparé au résultat issu d'une résolution déterministe en supposant connues toutes les informations à l'avance (i.e. en utilisant dès le départ les scénarios). Les résultats de ces comparaisons montrent que les solutions obtenues par le modèle SPR sont proches de celles des solutions déterministes

En perspective de ces travaux, nous allons étendre le problème VRPTWFD dans un contexte dynamique, en prenant en compte l'arrivée de nouvelles demandes au cours de la journée.

REFERENCES

- Dror M. and Trudeau P., 1986. *Stochastic vehicle routing with modified savings algorithm*. European Journal of Operational Research 23(2), pages 228–235.
- Dubois D. and Prade H. 1988. *Possibility Theory: An Approach to Computerized Processing of Uncertainty*, Plenum, New York.
- Gendreau M., Laporte G. and Séguin R. 1996. *Stochastic vehicle routing*. European Journal of Operational Research 88(1), pages 3–12.
- Gendreau M., Guertin F., Potvin J.Y. and Taillard E. 1999. *Parallel Tabu Search for Real-Time Vehicle Routing and Dispatching*. Transportation Science 33(4), pages 381–390.
- Goncalves G., Hsu T., Dupas R. and Housroum H. 2007. *Plateforme de simulation pour la gestion dynamique de tournées des véhicules*. European Journal of Operational Research (JESA) juin.
- Housroum H. 2005. *Une approche génétique pour la résolution du problème VRPTW dynamique*. Thèse de doctorat en informatique, Béthune, Mai.
- Jagannathan R. 1985. *Use of Sample Information in Stochastic Recourse and Chance-Constrained Programming Models*, Management Science 31, pages 96-108.
- Laporte G. and Louveaux F.V. 1998. *Solving stochastic routing problems with the integer L-shaped method*. In: Crainic, G., Laporte, G. (Eds.), *Fleet Management and Logistics*. Kluwer Academic Publishers, Boston, pages 159–167.
- Secomandi N. 2000. *Comparing neuro-dynamic programming algorithms for the vehicle routing problem with stochastic demands*. Computers and Operations Research 27(5), pages 1201-1225.
- Taillard E., Badeau P., Gendreau M., Guertin F. and Potvin J.Y.. 1997. *A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Soft Time Windows* ». Transportation Science 31, pages 170–186.
- Tan K.C., Cheong C.Y., and Goh C.K. 2007. « *Solving multiobjective vehicle routing problem with stochastic demand via evolutionary computation*. European Journal of Operational Research 177(2), pages 813-839.
- Teodorovic D. and Pavkovic G. 1996. *The fuzzy set theory approach to the vehicle routing problem when demand at nodes is uncertain*. Fuzzy Sets and Systems 82(3), Pages 307-317.
- Werners B. and Drawe M. 2003. *Capacitated Vehicle Routing Problem with Fuzzy Demand*. In José-Luis Verdegay *Fuzzy Sets Based Heuristics for Optimization*. Berlin, Springer.
- Yang W., Mathur K. and Ballou R.H. 2000. *Stochastic vehicle routing problem with restocking*. Transportation Science 34(1), pages 99-112.
- Zadeh L.A. 1978. « *Fuzzy sets as a basis for a theory of possibility* ». Fuzzy Sets and Systems 1, pages 3–28.