7e Conférence Internationale de MOdélisation et SIMulation - MOSIM'08 - du 31 mars au 2 avril 2008 – Paris- France
« Modélisation, Optimisation et Simulation des Systèmes : Communication, Coopération et Coordination.».

UN MODÈLE BASÉ SIMULATION-OPTIMISATION POUR UN SYSTÈME DE DISTRIBUTION À DEUX STOCKS INTÉGRANT LE TRANSSHIPMENT

M. TLILI, M. MOALLA, Z. BAHROUN

LIP2, Faculté des Sciences de Tunis
2092 Manar 2, Tunis, Tunisie
mounira.tlili@fst.rnu.tn, mohamed.moalla@fst.rnu.tn,
zied.bahroun@fst.rnu.tn

J-P. CAMPAGNE

LIESP, INSA de Lyon
19, Avenue Jean Capelle
69621 Villeurbanne Cedex, France
jean-pierre.campagne@insa-lyon.fr

RÉSUMÉ : *Nous nous intéressons à l'optimisation de la gestion d'un système de distribution composé d'un centre de distribution et de deux détaillants et contrôlé par une politique de stock (s, S) à révision périodique. Chaque détaillant est confronté à une demande aléatoire suivant la loi normale. En cas de rupture de stock chez un détaillant, un transshipment latéral d'urgence est tenté pour satisfaire le reste de la demande. Nous proposons une modélisation de ce système qui vise à optimiser le coût total de gestion pour un taux de service minimum ciblé. Étant donné la complexité du modèle, la résolution est approchée par simulation. Une expérimentation est effectuée pour divers scénarios résultant des combinaisons de plusieurs paramètres du problème.*

MOTS-CLÉS : *Chaîne logistique, Gestion de stock à deux échelons, Transshipment latéral d'urgence, Simulation-optimisation*

1. INTRODUCTION

Dans une chaîne logistique, un des soucis majeurs est l'optimisation de la gestion de la distribution des stocks, laquelle gestion doit s'adapter aux variations de la demande des clients par rapport aux prévisions.

En pratique, les systèmes de distribution sont multi-niveaux et un site d'un niveau donné peut avoir plusieurs prédécesseurs et/ou plusieurs successeurs. Le traitement de tels systèmes par les méthodes scientifiques s'avère, cependant, très difficile. Dans la littérature, on étudie le plus souvent des systèmes dits "divergents" dans lesquels chaque site a au plus un prédécesseur. Le système à deux échelons, composé d'un centre de distribution et de N détaillants, est une structure de base fréquemment adoptée. On trouve aussi, mais plus rarement, l'hypothèse inverse des systèmes dans lesquels chaque site a au plus un successeur, qui s'apparente davantage aux chaînes d'assemblage. Un système "série" est un cas particulier d'un système de distribution dans lequel chaque site a au plus un prédécesseur et/ou un successeur (Axsäter, 2003).

Les systèmes de distribution se déclinent différemment suivant deux dimensions principales : information locale versus globale et décision centralisée versus décentralisée. L'information locale implique que chaque site voit la demande uniquement à travers les demandes qui lui parviennent des sites s'approvisionnant directement chez lui. De plus, chaque site a seulement la visibilité de l'état de son stock, de ses coûts et de ses paramètres propres. L'information globale implique que le décideur a la visibilité de la demande, des coûts et de l'état de stock de tous les sites dans le système. La décision centralisée vise une optimisation globale du système entier ; elle est souvent identifiée comme un système à flux poussé, l'échelon supérieur poussant les produits vers les lieux de consommation. La conception décentralisée implique que les décisions sont prises séparément au niveau de chaque site ; elle est identifiée comme un système à flux tiré par les consommateurs (Silver *et al.*, 1998). Les meilleures solutions sont obtenues avec l'information globale et la décision centralisée parce que les décisions sont faites avec la visibilité du système entier utilisant l'information de tous les sites. Cependant, ces solutions nécessitent des mécanismes fiables de coopération et de coordination entre les sites.

Dans une structure de système de distribution plus complexe, on admet les transferts de stocks entre les sites de même niveau (par exemple, entre les détaillants) ; on parle de "transshipment latéral". Le transshipment est effectué quand il y a une rupture de stock à un site et que la demande peut être satisfaite par le surplus de stock d'un autre site du même niveau. L'analyse des politiques de transshipment et le calcul des paramètres de la gestion optimale, pour des configurations courantes dans les chaînes logistiques d'aujourd'hui, s'avèrent aussi très complexes. C'est pourquoi, des hypothèses restrictives diverses ont été adoptées dans les travaux développés à ce jour pour obtenir des modèles mathématiquement solvables. Ainsi, une hypothèse communément utilisée est de considérer le temps de transshipment comme étant nul. Dans le même souci de simplification, quelques travaux considèrent qu'un seul transshipment est possible par cycle d'approvisionnement (Herer et Tzur, 2003), (Xu *et al.*, 2003). On trouve dans (Needham *et al.*, 1998), (Xu *et al.*, 2003) et (Minner *et al.,* 2003-2005) les hypothèses suivantes : une seule commande de réapprovisionnement est permise par cycle et les délais de réapprovisionnement sont identiques pour tous les détaillants. Dans (Archibald *et al.*, 1997) et (Robinson, 1990), les délais de réapprovisionnement sont considérés négligeables. Les travaux rapportés dans (Tagaras, 1999) sont parmi les rares à avoir intégré les hypothèses de délais différents et de demandes différentes. Satyendra et Venkata (2005) ont étudié l'apport du transshipment sous l'hypothèse du partage d'information entre les sites. On trouve aussi des travaux qui considèrent les parties des demandes non satisfaites dans l'immédiat comme définitivement perdues alors que d'autres les traitent comme des demandes différées. Le traitement du cas des demandes perdues est plus difficile (Johansen et Hill, 2000) à cause du fait que la position du stock est constante (égale à zéro) durant la rupture, ce qui oblige à accepter certaines approximations pour la résolution, alors que l'hypothèse des demandes différées permet de considérer une décroissance des stocks vers des valeurs négatives. Cela explique que peu de travaux se sont intéressés aux systèmes avec demandes perdues.

Dans le présent travail, nous considérons la structure de base d'un système de distribution constituée d'un centre de distribution et de deux détaillants, et nous l'étudions sous des hypothèses et des objectifs spécifiques. Nous supposons que les détaillants sont confrontés à des demandes aléatoires qui suivent une distribution normale et qu'ils utilisent une politique de stock (s, S) à révision périodique ; à chaque révision, si le niveau du stock disponible auquel on ajoute les livraisons attendues se trouve égal ou inférieur au seuil s alors une commande est passée pour ramener la position du stock au niveau S. Nous supposons également que les transshipments entre les détaillants sont permis, sans limitation du nombre pour chaque cycle. Toute demande qui n'est pas satisfaite ni par le détaillant auquel elle a été soumise ni par le transshipment est considérée comme perdue. En outre, les détaillants sont considérés comme ayant les mêmes contraintes de coûts et de paramètres de loi de la demande mais les délais de réapprovisionnement pouvant être différents. Dans un premier temps, nous nous intéressons à la résolution du problème d'optimisation de gestion de stock intégrant les transshipments au sein de cette structure de la chaîne de distribution pour le cas où l'on s'impose la contrainte d'un taux de service minimum. Dans un second temps, nous évaluons, pour la même structure de la chaîne, l'écart conséquent sur les performances entre un système sans transshipment et un système avec transshipment. L'exposé est organisé comme suit : La section 2 présente une synthèse de la littérature relative au transshipment. Dans la section 3, nous donnons la description de notre problème ainsi que les hypothèses de base et les notations utilisées et nous montrons comment calculer les valeurs initiales de (s, S). Dans la section 4, nous détaillons une procédure de résolution basée sur un modèle de simulation-optimisation et nous indiquons les conditions qui permettent la convergence vers la solution optimale. Les résultats de l'expérimentation de cette procédure sont analysés dans la section 5.

2. DISTRIBUTION INTEGRANT LE TRANSSHIPMENT

Comme mentionné plus haut, les hypothèses considérées dans les travaux ayant traité du transshipment sont diverses et souvent simplificatrices (structure du réseau de distribution, demande faible/élevée par période, loi de la demande, articles réparables/non réparables …). Nous nous limitons à rappeler les travaux les plus représentatifs de ceux ayant adopté la structure de base à deux échelons.

On relève principalement deux approches pour mesurer l'impact du transshipment entre détaillants. La première approche est celle du transshipment d'urgence ; elle n'envisage les transshipments qu'en cas de rupture de stock chez un détaillant suite à l'arrivée d'une demande. La deuxième approche est celle des transshipments préventifs ; ceux-ci sont utilisés comme une redistribution d'équilibrage des stocks au début de chaque cycle d'approvisionnement (après l'allocation originale ou l'arrivée de la commande mais avant que la demande des clients ne soit observée). Le transshipment d'urgence résout une situation effective de rupture. Le transshipment préventif, quant à lui, vise à prévenir les futures ruptures.

Diks *et al.* (1996) ont étudié le transshipment préventif en supposant que le centre de distribution ainsi que les détaillants utilisent la politique de recomplètement calendaire S. Ils considèrent un modèle où le centre de distribution alloue le stock aux différents détaillants selon une politique de rationnement « *consistent appropriate share* » et ils se fixent comme objectif de maintenir un taux de service ciblé pour chacun des détaillants.

Les travaux ayant étudié le transshipment d'urgence sont les plus fréquents dans la littérature. On se réfère généralement à deux critères principaux : le niveau de stock qui autorise le transshipment et la politique de gestion du stock. Concernant le premier critère, on distingue entre :

- le *Complete pooling* : le détaillant accepte de transférer tout son stock disponible en cas de besoin ; autrement dit, il accepte de mettre en commun tout son stock, sans restriction (Tagaras et Cohen, 1992), (Tagaras, 1999) et
- le *Partial pooling* : le transshipment est effectué en préservant un niveau de stock ciblé. On trouve les variantes suivantes (Evers, 2001) :
    - o le détaillant accepte le transshipment à concurrence du stock en surplus à son point de commande ;
    - o le détaillant accepte le transshipment à concurrence du stock en surplus à son stock de sécurité ;

- o le détaillant accepte le transshipment à concurrence du stock en surplus à la demande estimée pour la période suivante.

Concernant le critère de gestion du stock, la plupart des travaux supposent une politique de révision périodique. À la fin de chaque période, le stock est évalué, une commande de réapprovisionnement est passée s'il s'agit d'une période de révision, et les transshipments d'urgence possibles sont alors effectués simultanément entre les sites. Ces travaux utilisent typiquement la politique de recomplètement calendaire S et adoptent l'hypothèse des demandes différées. Dans (Tagaras et Cohen, 1992), un modèle est proposé pour le cas d'un système de stock composé de deux détaillants identiques en délais et paramètres de la demande mais différents en coûts, visant à minimiser les coûts liés aux stocks pour les différentes stratégies du complete pooling et du partial pooling. Ils démontrent, pour ce cas, l'efficacité de la stratégie du complete pooling. Tagaras (1999) étend ce résultat au cas de trois détaillants identiques en coûts mais différents en délais et paramètres de la demande et évalue, sous ces hypothèses, l'amélioration induite par le transshipment avec complete pooling sur les performances du système. Banerjee *et al.* (2005) ont étudié, par le biais des coûts et pour les configurations à 2, 4 et 8 détaillants, les apports du transshipment basé sur la disponibilité (complete pooling) et ceux du transshipment préventif. Lee *et al.* (2006) ont démontré, comparativement aux résultats de Banerjee *et al.*, l'efficacité d'une nouvelle approche ("service level ajustement") qui mixe l'utilisation du transshipment préventif et du transshipment d'urgence de façon à réduire le temps moyen de réponse aux demandes clients ; à chaque transshipment, les quantités (en préventif) et les seuils (en urgence) sont déterminés en conséquence.

Dans les travaux ayant adopté la politique de révision continue, c'est le système (r, Q) qui est le plus communément utilisé, considéré comme relativement simple. Des investigations ont été menées sous les deux hypothèses des systèmes à demandes perdues et des systèmes à demandes différées. Sur la base d'une analyse des différents coûts, Needham et Evers (1998) concluent que le principal paramètre qui détermine l'opportunité du transshipment latéral dans les systèmes à demandes perdues est le coût de rupture. Plus tard, Evers (2001) a développé une heuristique qui permet de déterminer le niveau de stock critique à partir duquel le transshipment peut être réalisé.

Dans le modèle de Evers, un transshipment n'est effectué que s'il satisfait entièrement le reste de la demande qui est à l'origine de la requête de transshipment. Aussi, le coût du transshipment est linéaire, dépendant uniquement de la quantité transférée. Minner *et al.* (2003) ont relaxé ces hypothèses en acceptant des transshipments par des quantités inférieures à celles demandées et en ajoutant un coût fixe par requête satisfaite. Ils ont aussi complété le modèle par la prise en compte des coûts de réapprovisionnement ainsi que des coûts de rupture éventuels conséquents à la décision du transshipment. Une étude effectuée par Xu *et al.* (2003) avait précédé celle de (Evers, 2001) pour le cas des systèmes à demandes différées.

L'étude du transshipment pour un système de stock (s , S) a suscité relativement moins de travaux, sans doute à cause de sa nature plus complexe. Les travaux de kurkreja et Schmidt (2005) sont les plus proches des préoccupations que nous considérons pour le présent travail, à savoir :

- la recherche de la meilleure solution (s, S) minimisant le coût total et garantissant un taux de service donné,
- une approche de résolution sous forme d'un problème d'optimisation utilisant une procédure de recherche basée sur la simulation.

Les similitudes dans les hypothèses se résument comme suit :

- la distribution porte sur un seul type de produit,
- la stratégie de transshipment est de type complete pooling,
- les transshipments sont instantanés,
- les passations de commandes durant le cycle de réapprovisionnement ne sont soumises à aucune contrainte,
- Méthode de résolution similaire.

Cependant, les modèles considérés diffèrent considérablement en plusieurs caractéristiques récapitulées dans le tableau ci-dessous :

	Kurkreja et Schmidt	Présent travail
# Echelon	Un	Deux
Type de produit	Réparable	Non réparable
Politique de gestion	(s, S) continue	(s, S) périodique
Loi de la demande	Compound Poisson process	Loi normale
Demande/période	Faible	Elevée
Type de décision	Demandes différées	Demandes perdues
# Endroits	N détaillants	Deux détaillants
Délais	Distribution de Weibull	Constants

Tableau 1. Les différences d'hypothèses entre le modèle étudié dans (kurkreja et Schmidt, 2005) et celui considéré dans le présent travail

Une autre différence importante se situe au niveau de la profondeur de l'optimisation. En effet, dans la procédure proposée par kurkreja et Schmidt, uniquement la valeur de s est déterminée par la simulation ; la valeur de S est alors calculée en ajoutant à s une quantité économique de commande fixe Q. Deux raisons principales sont invoquées pour justifier ce choix : (a) dans un système à un seul site de stockage, il est souvent constaté que la quantité économique de commande est presque indépendante du taux de service exigé (Brown, 1967), (Silver *et al.*, 1998) et (b) la réduction de l'espace de recherche par le biais de cette simplification est conséquente.

Dans la contribution objet du présent travail, nous visons une optimisation plus poussée pour la détermination des deux seuils s et S. Nous nous intéressons, à l'instar des travaux de Tagaras (1999), à évaluer les apports de la stratégie complete pooling dans des groupes de pooling équilibrés (i.e. demandes identiques) mais aussi dans des groupes pouvant admettre des délais de réapprovisionnement différents. Nous étudions aussi la politique « tout ou rien » (Evers, 2001), (Minner *et al.*, 2005) selon laquelle on ne peut accepter qu'un transshipment soit effectué que s'il permet de satisfaire entièrement le reste de la demande qui en est à l'origine.

3. DESCRIPTION DE LA PROBLÉMATIQUE

3.1. Notations et hypothèses

Nous considérons une chaîne de distribution constituée d'un centre de distribution et de deux détaillants. Chaque détaillant i contrôle sa position de stock ($IP_{i,t}$=stock disponible+quantité en commande) périodiquement selon la politique (s_i, S_i) ; à la fin de chaque période de révision, si la position se trouve égale ou inférieure à s_i alors une commande est passée pour ramener la position du stock au niveau S_i. Les commandes du détaillant i sont livrées par le centre de distribution après un délai de réapprovisionnement de L_i périodes. A chaque ordre de réapprovisionnement est associé un coût de commande fixe K. De plus, les détaillants traitent les demandes clients pour un seul type de produit. La demande $d_{i,t}$ chez le détaillant i à la période t est une variable aléatoire qui suit la distribution normale de moyenne μ_i et d'écart type σ_i. Nous faisons l'hypothèse que les demandes sont indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d). Quand une demande $d_{i,t}$ provoque une rupture ($d_{i,t}$ supérieure au stock disponible $IL_{i,t}$ chez le détaillant i) et qu'un transshipment est effectué depuis le détaillant j, la quantité $X_{j,i,t}$ de ce transshipment est fonction de la partie de la demande non satisfaite, du stock disponible ($IL_{j,t}$) chez le détaillant j et de la politique de transshipment considérée (complete pooling ou tout ou rien). Nous supposons également que le temps de transshipment est négligeable (i.e. zéro) et que le coût de transshipment c_t est un coût par unité de transshipment. Des transshipments multiples durant un cycle de réapprovisionnement sont permis. Les demandes ou fractions de demandes qui ne peuvent être satisfaites ni par le stock disponible ni par la politique de transshipment considérée sont traitées comme perdues et font l'objet d'un coût de pénalité c_p par unité perdue. En outre, à la fin de la période de révision, le stock restant est sujet d'un coût de possession c_h par unité et par période.

La relation fondamentale entre le niveau de stock et la position de stock est :

$$IL_{i,t+L_i} = IP_{i,t} - \sum_{z=t+1}^{L_i} d_{i,z}$$

Nous ajoutons les notations suivantes :

$B_{i,t}$	variable booléenne qui prend la valeur 1 si le détaillant i passe une commande au centre de distribution à la fin de la période t et 0 sinon
dL_i	variable aléatoire correspondant à la demande chez le détaillant i durant L_i périodes
$E(X_{j,i,t})$	Espérance mathématique de la quantité de transshipment depuis le détaillant j vers le détaillant i à la période t, j≠i
$E(X_{j,i})$	Espérance mathématique de la quantité de transshipment depuis le détaillant j vers le détaillant i durant un cycle de réapprovisionnement, j≠i
$E(QD_{i,t})$	Espérance mathématique de la quantité disponible chez le détaillant i à la fin de la période t après le transshipment
$E(QR_i)$	Espérance mathématique de la quantité en rupture durant un cycle de réapprovisionnement du détaillant i (système sans transshipment)
$E(QP_{i,t})$	Espérance mathématique de la quantité perdue par le détaillant i à la période t (système avec transshipment)
$E(QP_i)$	Espérance mathématique de la quantité perdue par le détaillant i durant un cycle de réapprovisionnement (système avec transshipment)
k_i	facteur de sécurité du détaillant i
Q_i	quantité économique de commande pour le détaillant i
D_i	demande totale du détaillant i sur l'horizon de temps T
SD	taux de service désiré
β^b	taux de service réalisé par le système (deux détaillants) durant un cycle de réapprovisionnement (système sans transshipment)
β^a	taux de service réalisé par le système (deux détaillants) durant un cycle de réapprovisionnement (système avec transshipment)
E(CT)	coût total du système
$f_i(.)$	fonction densité (p.d.f) de dL_i
$g_j(.)$	fonction densité (p.d.f) de $IL_{j,t}$
$G_u(.)$	fonction déterminant les ruptures par cycle, définie dans (Silver *et al.*, 1998) comme suit :

$$G_u(k_i) = \int_{k_i}^{\infty} (u-k_i)\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\exp[u^2/2]du \tag{1}$$

La quantité économique de commande Q_i est déterminée par la formule de Wilson suivante :

$$Q_i = \sqrt{\frac{2KD_i}{h}} \tag{2}$$

avec $D_i = \sum_{t=1}^{T}\mu_i$ et h le coût de possession par unité de l'horizon de temps T.

3.2. Les mesures de performance

En ce qui concerne le coût total, nous présentons ici seulement les termes liés aux coûts de transshipment et de pénalité (les autres coûts sont intuitifs).

3.2.1 Les quantités de transshipment

La quantité de transshipment par période depuis le détaillant j vers le détaillant i dépend de la politique de transshipment considérée.

Politique « complete pooling » :

$$X_{j,i,t}\left(d_{i,t},IL_{j,t}\right)=\begin{cases}d_{i,t}-IL_{i,t} & si\ 0<d_{i,t}-IL_{i,t}<IL_{j,t}\\ IL_{j,t} & si\ d_{i,t}-IL_{i,t}>IL_{j,t}\geq 0\\ 0 & si\ d_{i,t}-IL_{i,t}<0\end{cases}$$

$$=\min\left\{\left[d_{i,t}-IL_{i,t}\right]^{+},IL_{j,t}\right\}$$

(3)

Avec $[x]^{+}=\max(0,x)$

Politique « tout ou rien » :

$$X_{j,i,t}\left(d_{i,t},IL_{j,t}\right)=\begin{cases}d_{i,t}-IL_{i,t} & si\, 0<d_{i,t}-IL_{i,t}<IL_{j,t}\\ 0 & si\, d_{i,t}-IL_{i,t}>IL_{j,t}\geq 0\, ou\, d_{i,t}-IL_{i,t}<0\end{cases} \quad (4)$$

La quantité de transshipment durant un cycle de réapprovisionnement du détaillant i est alors :

$$X_{j,i}\left(d_{i,t},IL_{j,t}\right)=\sum_{z=t}^{t+L_i-1}X_{j,i,z}\left(d_{i,t},IL_{j,t}\right) \quad (5)$$

On en déduit l'espérance mathématique de la quantité de transshipment durant un cycle de réapprovisionnement du détaillant i :

$$E(X_{j,i})=\int_{s_i}^{\infty}\int_{0}^{S_j}X_{j,i}(x,y)g_j(y)f_i(x)\,dy\,dx \quad (6)$$

3.2.2 Les quantités de rupture

Dans un système de stock indépendant (s, S), la quantité de rupture dans un cycle de réapprovisionnement est donnée par :

$$E(QR_i)=E[(dL_i-s_i)^{+}]=\int_{s_i}^{\infty}(x-s_i)f_i(x)dx \quad (7)$$

En permettant les transshipments entre détaillants, le niveau de stock chez le détaillant i durant un cycle n'est plus s_i mais $s_i+X_{j,i}$. L'espérance mathématique de la quantité perdue devient :

$$\begin{aligned}E(QP_i)&=E[(dL_i-s_i-X_{j,i})^{+}]\\&=\int_{s_i}^{\infty}\int_{0}^{S_j}(x-s_i-X_{j,i}(x,y))g_j(y)f_i(x)\,dydx\\&=E(QR_i)-E(X_{j,i})\end{aligned} \quad (8)$$

Cette équation montre que la quantité de rupture est réduite par la quantité de transshipment.

3.2.3 Le taux de service réalisé du système

Nous l'interprétons comme le pourcentage de demandes clients immédiatement satisfaites durant le cycle de réapprovisionnement. Dans le cas d'une demande perdue, le taux de service β est exprimé par :

$$\beta=1-\frac{E[demande\ perdue]}{E[demande]}=\frac{E[demande\ satisfaite]}{E[demande]} \quad (9)$$

Or, nous distinguons entre le taux de service avant et après le transshipment, β_i^{b} et β_i^{a}, respectivement.

$$\beta_i^{b}=1-\frac{E(QR_i)}{S_i-s_i+E(QR_i)}=\frac{S_i-s_i}{S_i-s_i+E(QR_i)} \quad (10)$$

Afin de déterminer le taux de service après le transshipment nous devrons estimer la demande moyenne durant un cycle d'approvisionnement. Soit ℓ_i la longueur d'un cycle d'approvisionnement du détaillant i. La quantité de transshipment $E(X_{i,j})$ désigne une requête de transshipment par le détaillant j et ne s'agit pas d'une demande directe du détaillant i. Ainsi, l'espérance mathématique de la quantité de transshipment par unité de temps chez le détaillant i est $E(X_{i,j})(\ell_i/\ell_j)$. Dans un modèle des demandes perdues, la demande moyenne durant un cycle du détaillant i est $S_i-s_i+E(QP_i)+E(X_{j,i})-E(X_{i,j})(\ell_i/\ell_j)$.

Cependant, cette expression complique la modélisation du problème. Pour cela, nous supposons que $E(X_{i,j})$ et $E(X_{j,i})$ sont des quantités faibles par rapport à S_i-s_i durant un cycle de réapprovisionnement et que ces deux quantités tentent à annuler l'une l'autre nous pouvons ainsi les négliger. La demande moyenne par cycle du détaillant i est alors approchée par $S_i-s_i+E(QP_i)$. Néanmoins, cette simplification reste compliquée due aux quantités de rupture et de transshipment au dominateur. Pour ce faire, nous proposons une autre approximation basée sur l'hypothèse que $E(X_{j,i})$ est faible au regard de S_i-s_i nous obtenons, ainsi, la demande moyenne par cycle est $S_i-s_i+E(QR_i)$.

Finalement, le taux de service après le transshipment est :

$$\beta_i^{a}=1-\frac{E(QP_i)}{S_i-s_i+E(QR_i)}=\frac{S_i-s_i+E[X_{j,i}]}{S_i-s_i+E(QR_i)}=\beta_i^{b}+\frac{E[X_{j,i}]}{S_i-s_i+E(QR_i)} \quad (11)$$

De manière visible, le transshipment latéral d'urgence augmente le taux de service.

3.3. Le problème d'optimisation

Les variables de décision :

Dans notre modèle d'optimisation, les variables de décision sont le point de commande s_i et le niveau de recomplètement S_i pour chaque détaillant i.

La fonction objectif :

L'objectif est de minimiser le coût total du système de distribution sur un horizon de temps fini de T périodes. Ce coût inclut les coûts de commande, de possession, de pénalité et de transshipment :

$$E(CT)=\min_{\substack{(s_i,S_i)\\ i=1,2}}\left(\sum_{i=1}^{2}\left(\sum_{t=1}^{T}\left(B_{i,t}K+E(QD_{i,t})c_h+E(QP_{i,t})c_p+\sum_{j=1,j\neq i}^{2}E(X_{j,i,t})c_t\right)\right)\right) \quad (12)$$

Les contraintes :

s_i, S_i : entiers positifs (13)

Par ailleurs, nous cherchons à déterminer les paramètres (s, S) qui minimisent le coût total et ce, sous contrainte de satisfaction du taux de service désiré SD.

$$\beta^{a}\geq SD \quad (14)$$

4. LE MODÈLE BASÉ SIMULATION-OPTIMISATION

4.1. Le modèle de simulation retenu

Notre modèle de simulation du système de gestion de stock (sans/avec transshipment) prend en compte des demandes probabilistes. Il s'agit d'une distribution continue suivant la loi normale. Parmi les techniques d'échantillonnage qui permet une exploration des demandes clients, nous avons retenu la simulation de Monte Carlo. Le principe est de sélectionner pour chaque demande des valeurs aléatoires déterminées selon une moyenne et un écart-type. De plus, la demande est générée de manière indépendante dans le temps et par rapport à l'autre détaillant.

La simulation permet de mesurer les performances du système de gestion. Cependant, notre objectif est celui de l'optimisation. Il nous faut, donc, compléter la simulation par une étape d'optimisation. En fait, l'optimisation via simulation est l'utilisation de procédures de recherche afin de trouver l'ensemble des paramètres d'entrée qui améliorent les mesures de performance. C'est dans cette direction que s'oriente notre proposition décrite ci-après.

4.2. La procédure de recherche proposée

La procédure proposée est basée sur une grille de recherche. Dans cette grille, plusieurs politiques (s_i, S_i), pour chaque détaillant i, sont évaluées. Notre but est de déterminer la combinaison optimale de (s_i, S_i) réalisant l'objectif visé. Ainsi, afin de déterminer les ensembles des valeurs possibles (la grille) pour chacune des variables s_i et S_i nous proposons de les cadrer entre deux bornes ; $s_i \in [LB_{1,i}, UB_{1,i}]$ et $S_i \in [LB_{2,i}, UB_{2,i}]$. Ces bornes sont choisies comme suit :

- Les bornes inférieures sont calculées en exécutant le modèle dans le cas déterministe ; i.e. demandes constantes. En fait, $LB_{1,i}$ est égal à la demande durant L_i périodes et $LB_{2,i}$ est égal à la demande durant le cycle de réapprovisionnement (L_i+1 périodes);
- Les bornes supérieures sont les valeurs initiales du point de commande et du niveau de recomplètement.

Sur la base de l'hypothèse de la distribution normale de la demande, on trouve dans (Schneider et Ringuest, 1990), (Silver *et al.*, 1998) une approximation du point de commande qui est exprimée par :

$$s_i^0 = \mu_i\left(L_i + 1\right) + k_i \sigma_i \sqrt{L_i + 1} \qquad (15)$$

Sous la contrainte du taux de service désiré SD et de l'hypothèse de demandes perdues, le facteur de sécurité k_i est solution de l'équation suivante (Silver *et al*, 1998) :

$$G_u(k_i) = \frac{Q_i}{\sigma_i \sqrt{L_i + 1}} \left(\frac{1 - SD}{SD} \right) \qquad (16)$$

Ainsi, le niveau de recomplètement est :

$$S_i^0 = s_i^0 + Q_i \qquad (17)$$

A titre d'illustration, nous considérons les paramètres de l'exemple 1 (Tableau 2) : SD=98%; μ_i=200;σ_i=20; L_i=1; c_h =1; c_c =20; c_p =100; c_t=10. Ce qui donne :
Q_i=89.44≈89 ; k_i=1.30
$LB_{1,i}$=200; $UB_{1,i}$= s_i^0=437
$LB_{2,i}$=400; $UB_{2,i}$= S_i^0=526

A noter que les bornes inférieures ne vérifient pas la contrainte du taux de service ciblé alors que cette contrainte est complètement satisfaite par les bornes supérieures. Ainsi, nous sommes sûrs que la combinaison optimale de (s_i, S_i), pour les deux détaillants, se trouve dans ces intervalles. Comme l'indiquent Wagner *et al.* (1965), le critère de minimisation n'est pas une fonction convexe pour le système (s, S) ; i.e. présente plusieurs minima relatifs distincts. C'est pourquoi notre recherche est poussée pour déterminer l'optimum global dans ces intervalles. Cependant, le nombre des combinaisons possibles des politiques (s_i, S_i) dans la grille est très combinatoire. Pour couvrir toutes les combinaisons possibles dans la grille et à moindre itérations, notre procédure de recherche se déroule en deux étapes. La première étape, part de la solution initiale et évalue un grand nombre de politiques (s_i, S_i) dans les intervalles [$LB_{1,i}$, $UB_{1,i}$] et [$LB_{2,i}$, $UB_{2,i}$] selon un pas de discrétisation égal à 5. Un traitement automatique via OptQuest du logiciel Crystal Ball permet de déterminer la meilleure politique parmi celles évaluées en terme de coût et satisfaction du taux de service désiré. La deuxième étape effectue la recherche autour de cette solution trouvée en restreignant les bornes des intervalles et ce, en réduisant le pas de discrétisation à l. A la fin de cette phase, nous retenons la meilleure des combinaisons des politiques (s_i, S_i) obtenues, pour les deux détaillants, réalisant notre objectif.

Les résultats finaux de la politique sans transshipment seront considérés comme des bornes supérieures pour les deux politiques de transshipment. Notre choix se justifie par le fait que le transshipment ne peut que réduire (ou garder) les niveaux de stocks et également améliorer le taux de service (équation (11)).

5. LES RESULTATS NUMERIQUES

5.1. Contexte général d'expérimentation

Pour expérimenter notre procédure sur un large nombre de cas représentant divers aspects du système de stock, 30 exemples différents sont évalués dont les paramètres d'entrée sont détaillés dans le Tableau 2. Ces exemples sont les résultats de la combinaison des délais (identiques/différents), des demandes clients stochastiques (loi normale : identiques) et des coûts de pénalité et de transshipment (égaux/différents). Nous considérons aussi, dans tous ces exemples : SD=98%, c_h =1, c_t =10 et c_c =20. Étant donné que la demande considérée est élevée par période (μ=200), la période peut être considérée comme étant la semaine et un horizon de 100 périodes correspond à quasiment deux années de planification. Dans l'évaluation, chaque période est simulée 1000 fois.

Exple	L_1	L_2	μ_1,σ_1	μ_2,σ_2	c_p respectifs des exple
1-5	1	1	200,20	200,20	100, 75, 50, 25, 10
6-10	1	1	200,75	200,75	100, 75, 50, 25, 10
11-15	1	3	200,20	200,20	100, 75, 50, 25, 10
16-20	1	3	200,75	200,75	100, 75, 50, 25, 10
21-25	3	3	200,20	200,20	100, 75, 50, 25, 10
26-30	3	3	200,75	200,75	100, 75, 50, 25, 10

Tableau 2. Les paramètres d'entrée

5.2. Analyse des résultats généraux

Nous nous limitons, dans le Tableau 3, à présenter les résultats (coût total et taux de service) de quelques exemples. Etant donné que nous avons deux systèmes à comparer et que notre modèle de simulation est stochastique, nous avons calculé un intervalle de confiance égal à 95% pour toutes les mesures de performance considérées. Il ressort de cette analyse que, dans 76,67% des cas étudiés, la borne supérieure des deux politiques de transshipment est inférieure à la borne inférieure de celle de la politique sans transshipment. Ces résultats nous indiquent que si le détaillant parvient à maintenir les niveaux des stocks proposés, il obtient un gain dans les coûts de 21,38% pour la politique complete pooling et de 19,16% pour la politique tout ou rien.

Exple	Sans Tr	Complete pooling		Tout ou Rien	
	E(CT)	E(CT)	β^a	E(CT)	β^a
1	1017,81	495,43	99,67	543,03	99,67
5	316,12	349,96	99,55	345,49	99,36
6	1320,33	769,61	99,67	815,58	99,50
10	548,27	637,97	99,55	626,50	99,35
11	1164,31	643,79	99,74	673,79	99,64
15	487,33	550,88	99,69	529,87	99,52
16	1427,76	1135,36	99,28	1171,28	99,14
20	718,90	851,92	99,53	842,03	99,28
21	1309,01	854,00	99,63	893,36	99,48
25	605,00	694,93	99,41	693,00	99,34
26	1599,81	1246,23	99,48	1400,33	99,14
30	889,02	1082,86	99,14	1107,39	98,62

Tableau 3. Evaluation des E(CT) des politiques de transshipment versus sans transshipment

La comparaison que nous faisons dans la suite permet de mesurer l'enjeu du transshipment dans la réduction des stocks. Nous considérons tout d'abord le cas où les détaillants sont identiques en paramètres de demande et de délais. Dans un système sans transshipment, nous avons défini le point de commande pour chaque détaillant par $s_i = \mu_i\sqrt{L_i+1} + k_i\sigma_i\sqrt{L_i+1}$. Comme exemple illustratif, le facteur de sécurité correspondant au taux de service désiré 98% est égal à 1.30 (selon l'équation (16)). Dans le cas du complete pooling, la demande du système est normale avec une moyenne de $2\mu_i\sqrt{L_i+1}$ et un écart type de $\sqrt{2}\sigma_i\sqrt{L_i+1}$. L'effet de la racine carrée réduit la variation des demandes sur le stock commun (pooled stock). Ainsi, le point de commande de chaque détaillant devient :
$\frac{1}{2}\left(2\mu_i\sqrt{L_i+1} + \sqrt{2}*1.30*\sigma_i\sqrt{L_i+1}\right) = \mu_i\sqrt{L_i+1} + 0.919*\sigma_i\sqrt{L_i+1}$,

et sa diminution se répercute par une réduction du stock de sécurité. Le tableau 4 retrace cette réduction pour les cas étudiés. On constate que les valeurs de s_i et S_i sont réduites davantage grâce à la combinaison optimale de (s, S) obtenue par la procédure proposée. De plus, au regard de la politique sans transshipment, la réduction des stocks dans le complete pooling est de 10.59% pour s et de 1.14% pour S et le taux de service du système peut atteindre jusqu'à 99.74%. La politique tout ou rien, quant à elle, aboutit à une réduction de 9.19% pour s et de 0.77% pour S, avec un taux de service allant jusqu'à 99.67%.

La qualité des valeurs initiales (s_i^0, S_i^0) est confirmée acceptable. Les niveaux de stock (s, S) sont réduites, respectivement, à 20.45%-21.20% pour la politique sans transshipment, à 24.60%-21.59% pour la politique complete pooling et à 24.03%-21.52% pour la politique tout ou rien. Cette réduction peut s'expliquer par l'ajout d'une valeur élevée de Q_i à S_i^0.

μ	σ	L_i	s_i^0	S_i^0	Réduction
200	20	1	437	526	426
200	20	3	862	951	844
200	75	1	602	691	543
200	75	3	1118	1207	1025

Tableau 4. Comparaison des niveaux de stock dans les cas sans transshipment et complete pooling

5.3. Les paramètres influents

Nous avons testé des combinaisons de paramètres afin de ressortir des conditions nécessaires permettant de qualifier la performance de la politique de transshipment. Cette étude a abouti à l'identification de deux facteurs importants. Le premier concerne la différence des délais de réapprovisionnement. Le deuxième facteur concerne le déséquilibre des coûts de pénalité et du transshipment.

5.3.1 Impact des délais de réapprovisionnement

Nous avons examiné la politique complete pooling dans les systèmes où les détaillants sont identiques/différents en délais. Pour les exemples 1 à 4 où σ_i=20, L_i=1 et le coût de transshipment est inférieur au coût de pénalité, le gain moyen en coût est de 36.25%. Pour les exemples 21 à 24 où σ_i=20, L_i=3 et le coût de transshipment est inférieur au coût de pénalité, le gain moyen en coût est de 19.52%. Nous appelons ce type de système "système symétrique" puisqu'il inclut des détaillants identiques en paramètres des demandes et des délais. Dans les exemples 11 à 14 où nous avons considéré les valeurs σ_i=20, L_1=1 et L_2=3 (délais différents), le gain obtenu est 26.27% qui est inférieur à 27.89% (36,25/2+19,52/2) dans le système symétrique. Nous appelons ce type de système "système asymétrique". En reprenant les mêmes exemples mais avec σ_i=75, nous avons obtenus des gains en coût de 22,26% pour L_1=1 et de 12,34% pour L_2=3 et un gain moyen de 11.82% pour le système asymétrique σ_i=75, L_1=1 et L_2=3, donc un gain moyen inférieur à la moitié de la somme des deux premiers. La différence en gains est de 5.80% pour σ_i=20 et de 31.69% pour σ_i=75. On en déduit que l'asymétrie des délais réduit les gains et cette réduction s'accentue avec l'augmentation de l'écart-type. Il est donc avantageux de former un système symétrique plutôt qu'un système asymétrique. Tagaras (1999) a démontré un résultat similaire en considérant des systèmes à délais identiques mais avec des écarts-types différents sous une politique de recomplètement calendaire S.

5.3.2 Impact des coûts de pénalité et du transshipment

Dans notre étude, nous nous intéressons également à l'influence que les coûts de pénalité et de transshipment ont sur les mesures de performance du système de stock. Dans ce but, nous avons considéré le ratio $0.1 \leq c_t/c_p \leq 1$. Les résultats obtenus nous permettent de conclure que le bénéfice du transshipment n'est pas toujours garanti. Le cas du ratio égal à 1 (exemples : 5, 10, 15, 20, 25 et 30) est considéré afin de déterminer les limites des bénéfices de transshipment. Pour ces exemples, la politique sans transshipment s'avère plus avantage que celles utilisant la politique du complete pooling ou la politique du tout ou rien. Signalons que ce constat est conforme avec la l'hypothèse $c_h+c_t \leq c_p$ avancée dans (Robinson, 1990) pour garantir un bénéfice du transshipment. De plus, dans les exemples 19 et 29, nous avons constaté une dégradation du bénéfice du transshipment et ceci s'explique par la variation élevée de la demande durant un cycle long. Dans les autres exemples, la politique du complete pooling donne un gain moyen de 21.41% tandis que la politique tout ou rien donne un gain de 19.34% Ici, la différence de gain est plutôt marginale et signifie que la politique de transshipment n'a pas une influence considérable sur la performance du système. De plus, nous remarquons que le gain en coût décroît lorsque le ratio est élevé. En d'autres termes, des coûts de pénalité moins chers, par rapport au coût de transshipment, entraînent une diminution en gain des transshipments.

6. CONCLUSION

Nous avons analysé un système de stock à deux stocks en intégrant le transshipment. Afin d'élargir le champ d'étude, nous avons examiné deux politiques de transshipment : complete pooling et tout ou rien. La politique de gestion de stock (s, S) avec demandes perdues est utilisée pour contrôler le stock chez chaque détaillant. L'objectif est de trouver les politiques (s, S) qui minimisent le coût total et ce, en satisfaisant un taux de service désiré. Pour ce faire, nous avons proposé une procédure de recherche basée sur un modèle optimisation-simulation dans laquelle les valeurs (s, S) sont évaluées afin d'atteindre l'objectif visé. Les résultats de simulation montrent l'efficacité de la procédure de recherche proposée et fournissent un aperçu des impacts des politiques de transshipment sur le gain en coût ainsi que sur les réductions au niveau du stock et du point de commande. Nous avons aussi identifié les paramètres qui ont un impact important sur la performance de la chaîne lorsque le transshipment fait défaut et tiré, de là, des enseignements sur les paramètres qui dégradent la performance en cas de transshipment. Ces paramètres sont les délais de réapprovisionnement ainsi que les coûts de pénalité et de transshipment.

REFERENCES

Archibald T.W., Sassen S.A., Thomas L.C., 1997. An optimal policy for two depot inventory problem with stock transfer. *Management Science*, 43, p.173-183.

Axsäter S., 2003. Supply chain operations: serial and distribution inventory systems. A. G. de Kok and S. C. Graves, Eds., Handbooks in OR & MS, Vol. 11, chapter 10, p. 525-558.

Banerjee A., Burton J., 2003. A simulation study of lateral shipments in single supplier, multiple buyers supply chain networks. *International Journal of Production Economics*, 81-82, p.103-114.

Burton J., Banerjee A., 2005. Cost-parametric analysis of lateral transhipment policies in two-echelon supply chains. *International Journal of Production Economics*, 93-94, p.169-178.

Brown RG., 1967. Decision rules for inventory management, New York: Holt: Rinehart & Winston, 1967

Diks E.B., de Kok A.G., 1996. Controlling a divergent 2-echelon network with transhipments using the consistent appropriate share rationing policy. *International Journal of Production Economics*, 45, p.369-379.

Evers P., 2001. Heuristics for assessing emergency transhipment. *European Journal of Operational Research*, 129, p. 311-316.

Herer Y.T., Tzur M., 2003. Optimal and heuristic algorithms for the multi-location dynamic transshipments problem with fixed transshipment costs. *IIE Transactions*, 35, p. 419-432,.

Johansen S., Hill R., 2000. The (*r*,*Q*) control of a periodic-review inventory system with continuous demand and lost sales. *Int. J. Production Economics*, 68, p. 279-286.

Kukreja A., Schmidt C., 2005. A model for lumpy demand parts in a multi-location inventory system with transshipments. *Computers & Operations Research*, 32, p. 2059-2075.

Lee Y., Jung J., Jeon Y., 2006. An effective lateral transshipment policy to improve service level in the supply chain. *Int. J. Production Economics*, article in press.

Minner S., Silver E., Robb D., 2003. An improved heuristic for deciding on emergency transhipments. *European Journal of Operational Research*, 148, p. 384-400.

Minner S., Silver E., Robb D., 2005. Evaluation of two extreme transshipment strategies. *International Journal of Production Economics*, 93-94, p. 1-11.

Needham P.M., Evers P.T., 1998. The influence of individual cost factors on the use of emergency transhipments. *Transpn Res.-E (Logistics and transp Rev.)*, 34(2), p. 149-160.

Robinson L., 1990. Optimal and approximate policies in multi-period, multi-location inventory models with transshipments. *Operations Research*, 38, p. 278-295.

Satyendra K., Venkata R., 2005. Evaluating lateral transshipment policy in a two-echelon inventory system. *Journal of Comparative International Management*, 8(2), p. 12-22.

Schneider H., Ringuest J.L., 1990. Power approximation for computing (s, S) inventory policies using service level. *Management Science*, 36(7), p. 822- 834.

Silver E.A., Pyke D.F., Peterson R., 1998. Inventory management and production planning and scheduling. John Wiley & Sons.

Tagaras G., 1999. Pooling in multi-location periodic inventory distribution system. *Omega, International Journal of Management Science*, 27, p. 39-59.

Tagaras G., M.A. Cohen M.A. , 1992. Pooling in two-location inventory systems with non-negligible replenishment lead times. *Management Science*, 38(8), p. 1067-1083.

Xu K., Evers P.T., Fu M.C., 2003. Estimating customer service in a two-location continuous review inventory model with emergency transhipments. *European Journal of Operational Research*, 145, p. 569-584.

Wagner H.M., O'hagan M., Lundh B., 1965. An empirical study of exact and approximately optimal inventory policies. *Management Science*, 11(7), p. 690-723.