

UN ALGORITHME POUR LA RÉOLUTION D'UN PROBLÈME D'ACCÉLÉRATION DE PROJET AVEC DES RESSOURCES MULTIPLES

H. KANE

S. H. AZONDÉKON

*Département des sciences administratives
Université du Québec (UQO)
Pavillon Lucien-Brault
101, rue Saint-Jean-Bosco*

*Case postale 1250, succursale Hull
Gatineau (Québec) Canada J8X 3X7*

hamdjatou.kane@uqo.ca, sebastien.azondekon@uqo.ca

RÉSUMÉ : *Les problèmes d'accélération de projet sont aujourd'hui non seulement d'actualité mais aussi très importants tant pour la compétitivité des organisations de classe mondiale que pour les petites et moyennes entreprises et industries. Malheureusement, sur la question du compromis nécessaire pour rencontrer les durées accélérées à moindre coût lors de l'accélération de projet sans affecter négativement la qualité des livrables, l'unanimité est loin d'être réalisée. Cet article participe de la résolution de ces problèmes en expliquant les différences entre compromis durée/coût et compromis durée/ressource et suggère une approche de résolution du dernier avec la prise en compte de la rareté des ressources sans pénaliser la réalisation du projet. L'approche suggérée ici est l'Approche Modifiée d'Exploration par Coupe (AMEC).*

MOTS-CLÉS : *Gestion de projet, Planification, Ressources humaines, Algorithme.*

1. INTRODUCTION

La gestion de projet s'appuie sur le temps, le coût et la qualité, trois choses capitales qui combinées forment ce qu'on appelle le "triangle vertueux de la gestion de projet". Pour réussir en gestion de projet, les gestionnaires doivent réaliser les activités à l'intérieur de ce triangle, c'est à dire terminer leurs projets à temps dans le respect des contraintes de coût et de qualité. Cela signifie que la gestion de projet est par dessus tout, la façon de réaliser le meilleur compromis entre ces trois composantes. De ce point de vue, réaliser un projet à temps, à coût minimal et au niveau de qualité requis peut être compris comme réaliser le meilleur compromis en général entre ces trois composantes.

Mais ce compromis peut devenir crucial en contexte d'accélération de projet. Dans un tel contexte, le problème à résoudre n'est plus tout à fait celui évoqué plus haut mais plutôt la façon de terminer le projet plus tôt que prévu par le plan, à un accroissement de coût minimal sans affectation de la qualité. Cela signifie le terminer vite et bien, ce qui n'est pas du tout une tâche facile et nécessite par le fait même, plus d'aptitude dans la manière de réaliser le compromis. Nous poursuivons ici deux objectifs majeurs: l'efficacité et l'efficience.

Le compromis peut être compris de trois façons en gestion de projet :

- Compromis durée/coût, c'est à dire plus tôt avec un accroissement de coût Minimal ;
- Compromis durée/qualité, c'est à dire vite et bien ;
- Compromis coût/qualité, c'est à dire pas très dispendieux mais bien.

Dans cet article nous abordons le premier type de compromis, à savoir le compromis durée/coût en général. En planification de projet, le gestionnaire de projet est intéressé par la détermination du temps de réalisation des activités dans l'optique de minimiser le coût de réalisation du projet. Mais ce coût pour chacune des activités est un coût agrégé résultant de l'utilisation de plusieurs ressources requises pour cette activité. Dans ce cas, comme défini dans Pulat et Horn (1996), un problème de compromis durée/coût génère des plans du projet à coût minimal comme une fonction du temps de réalisation du projet. Cette fonction offre au gestionnaire de projet la possibilité de déterminer l'accroissement minimal du coût du projet permis quand son temps de réalisation diminue d'une unité. Mais il est très important de notre point de vue de noter le fait que l'expression monétaire des différents types de ressources est avant tout une façon de convertir ces ressources en un équivalent commun afin d'en faciliter leur agrégation. La faiblesse d'une telle agrégation réside dans le fait qu'elle ne prenne pas en compte la "criticité" de certaines ressources pour lesquelles il est désirable de minimiser le niveau de consommation. Dès lors que ce niveau de

consommation s'exprime bien seulement physiquement (respect de l'appartenance identitaire des ressources), nous pouvons conclure au fait que, ensemble avec la minimisation du coût du projet, la minimisation du niveau de consommation des ressources est également un objectif souhaitable pour le gestionnaire de projet.

De ce fait, la minimisation du niveau de consommation des ressources devient partie intégrante du problème de compromis durée/coût. Nous suggérons d'aborder ce problème spécifique comme celui du compromis durée/ressource. En accord avec Pulat et Horn (1996), nous pouvons définir le problème du compromis durée/ressource comme celui qui fournit aux gestionnaires de projet l'information quant à combien la consommation de chaque ressource (ou son coût) augmenterait si la durée du projet diminuait d'une unité de temps. Mais il est à reconnaître que, un montant de dix dollars d'une ressource i n'est pas le même qu'un montant de dix dollars d'une ressource j et de ce fait, la sommation de ces deux montants ne facilite en rien la gestion correcte de l'utilisation des deux ressources.

En raison de la criticité des ressources et de leur différence, résoudre le problème du compromis durée/coût par une simple sommation des coûts engagés pour chaque activité sans distinction des ressources auxquelles ils sont associés, peut conduire à une solution d'accélération non réalisable dans la pratique, à moins qu'il n'existe une possibilité de substitution d'un type de ressource critique par un autre type non critique, chose plutôt rare de nos jours. Dès lors, en vue d'éviter une telle infaisabilité, nous ferons une hypothèse : Les différents types de ressources engagés dans la réalisation du projet sont non substituables l'un par l'autre. Une telle hypothèse rend plus actuelle, plus importante et plus pertinente la considération du compromis durée/ressource plutôt que le compromis durée/coût.

Dans cet article, nous présentons en Section 2 l'évolution des travaux qui ont été effectués sur le problème d'accélération de projet. En section 3, nous proposons une approche modifiée d'exploration par coupe qui introduit un certain nombre de modifications dans l'exploration par coupe traditionnelle et qui permet de résoudre le problème d'accélération de projet. En section 4, nous présentons une application de l'approche proposée à un exemple de projet. Enfin, nous concluons l'article en présentant les perspectives de nos travaux futurs.

2. REVUE DE LA LITTÉRATURE

Plusieurs recherches se sont intéressées au problème d'accélération de projet mais la plupart des approches qu'elles suggèrent considèrent de façon implicite la

possibilité de substitution entre les différents types de ressources et agrègent les coûts des différentes activités sans distinction.

Selon Burns, Liu et Feng (1996), étant donné que le temps et le coût constituent les deux principales préoccupations en contexte de projet, la relation entre ces deux facteurs pourrait, lors de la réalisation des activités du projet, conduire à un point où les deux éléments seraient optimisés. L'approche de compromis durée/coût qu'ils suggèrent utilise une programmation à deux étapes: la programmation linéaire et la programmation en nombre entier. Cette approche est connue sous l'appellation de méthode hybride LP/IP d'analyse du compromis durée/coût. Malgré toutes ses mérites, elle ne prend malheureusement en compte ni la criticité ni la diversité des ressources.

Ahn et Erenguc (1998) ont suggéré une procédure heuristique pour un problème de planification de projet sans pré-emption avec contrainte de ressources et qui est une combinaison naturelle du problème de compromis durée/coût et du problème d'ordonnement de projet avec contraintes de ressources. La méthode vise à déterminer la date de début (ou de fin) de chaque activité, son mode ainsi que sa durée, de manière à minimiser le coût total du projet. Dès lors que le coût total du projet dans cette approche est obtenu par la sommation des coûts des activités plus les coûts de pénalités pour avoir terminé le projet au-delà de la date prévue, nous considérons que l'hypothèse de "non substituabilité" des ressources n'est pas respectée. Demeulemeester, Herroelen et Elmaghraby (1996) et Demeulemeester *et al.* (2000) décrivent deux algorithmes basés sur une logique de programmation dynamique pour résoudre de façon optimale le problème discret de compromis durée/coût d'une manière déterministe, mais ils considèrent seulement l'utilisation d'une seule ressource non renouvelable.

Phillips (1996) présente une procédure application-orientée de résolution du problème de compromis durée/ressource en gestion de projet pour la réduction du projet de sa durée normale à sa durée accélérée à un incrément minimal de ressource additionnelle sous l'hypothèse de la linéarité de son utilisation. Sa procédure basée sur une approche graphique d'exploration par coupe pour repérer le niveau minimal de ressource à chaque réduction dans la durée totale du projet considère un seul type de ressource et ne prévoit rien en cas de ressources multiples.

Pulat et Horn (1996) abordent ce problème dans un contexte d'utilisation de ressources multiples via la détermination d'ordonnements efficaces de projet dans un intervalle de temps de réalisation. Leur approche

qui associe à chaque activité sa durée normale, l'intervalle maximal d'accélération permis ainsi que le coût unitaire pour chaque ressource utilise la programmation linéaire multi-objective. Mais malheureusement la solution obtenue par leur approche pourrait ne peut être entière quand bien même elle respecterait l'hypothèse de non substituabilité.

3. L'APPROCHE MODIFIÉE D'EXPLORATION PAR COUPE

S'il existe dans la littérature des approches optimales d'accélération qui prennent en compte le respect de l'appartenance identitaire des ressources (Pulat et Horn, 1996), il n'en existe pas à notre connaissance d'approche heuristique d'accélération traitant de la non substituabilité des types de ressources. Étant donné l'engouement des praticiens pour les approches heuristiques en gestion de projet, combler ce vide devient un problème posé et à résoudre.

Dans cet article, nous suggérons une approche plus réaliste à notre avis pour faire face au compromis durée/ressource. Cette approche intègre un certain nombre d'aspects contenus dans Phillips (1996) et considère séparément la consommation de ressources par type de ressources. Elle évite ainsi l'agrégation compensatrice et respecte alors l'hypothèse de non substituabilité. L'approche que nous suggérons est une approche heuristique qui introduit un certain nombre de modifications dans l'exploration par coupe traditionnelle. Nous l'appelons de ce fait l'Approche Modifiée d'Exploration par Coupe (AMEC).

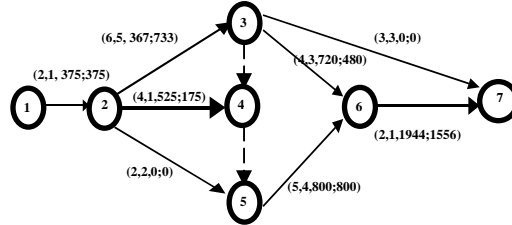
Les principales différences entre AMEC et l'Exploration par Coupe Classique (ECC) sont les suivantes:

- ECC utilise une pente de coût unique pour l'ensemble des ressources, ce qui suppose l'agrégation de leur coût alors que AMEC utilise des pentes de coûts relatives à chaque ressource sur chaque activité, ce qui suppose le respect de l'identité des ressources;
- Dans ECC, la décision d'accélération est basée sur les pentes de coût des activités alors que dans AMEC, la décision d'accélération est basée sur les pentes effectives de coût relatives à chaque ressource sur chaque activité, c'est à dire la pente de coût divisée par le nombre de chemins de durées supérieures à la durée recherchée sur lesquelles se trouve cette activité. AMEC répercute de ce fait l'incrément de coût sur l'ensemble des chemins qu'affecte la réduction de cette activité;
- ECC utilise l'algorithme de Phillips (1996) tandis que l'AMEC utilise un algorithme modifié que nous présentons dans cet article.

Nous utilisons un mode de réseautage avec activités sur flèches et notons les activités sous la forme (i, j) .

Chacune de ces activités a sur chaque ressource k trois paramètres: la durée normale n , la durée accélérée r et le taux d'utilisation de ressource (la pente de coût) c_k ce qui conduit au triplet (n, r, c_k) . L'algorithme que nous suggérons pour AMEC est composé des étapes suivantes:

1. *Construire le réseau avec activités sur flèches*: il s'agit ici de préparer le réseau du projet et de lister les paramètres (n, r, c_k) pour chaque activité et pour chaque ressource. Cela pourrait s'illustrer à l'aide du projet suivant où nous supposons l'utilisation de deux ressources, ce qui s'écrit comme suit $(n, r; c_1, c_2)$:

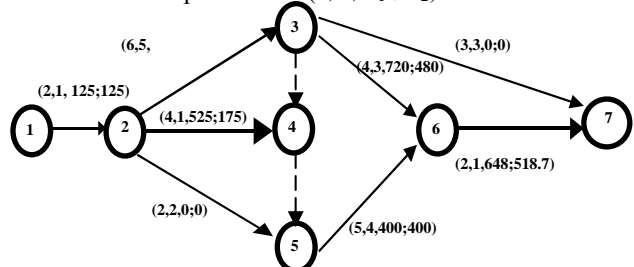


2. *Identifier le chemin critique, fixer la nouvelle durée désirée du projet et tous les chemins de longueur supérieure à cette durée* : le chemin critique est la séquence d'activités déterminant la durée totale du projet et représentant le ou les chemins avec la plus longue durée. Les autres chemins dont la longueur est supérieure à la durée accélérée désirée pour le projet sont également pris en compte parce que nécessitant eux aussi de réduction pour rentrer dans la durée désirée. Dans le cas de notre exemple, nous avons :

Chemin critique: (1,2) (2,3) (5,6) (6,7) = 15 jours ;
 Nouvelle durée désirée pour le projet: 11 jours
 Chemins excédants 11 jours: (1,2) (2,3) (3,6) (6,7) = 14 jours et (1,2) (2,4) (5,6) (6,7) = 13 jours

3. *Déterminer pour chacune des activités ayant une possibilité de réduction la pente effective de coût relative à chaque ressource e_k* : la pente effective de coût relative à chaque ressource sur chaque activité est égale au taux d'utilisation de la ressource divisé par le nombre de chemins identifiés à l'étape 2 sur lesquels se trouve cette activité.

4. *Substituer les pentes effectives de coût aux pentes de coût dans les paramètres de chaque activité* : nous obtiendrons suite à cela dans le cas du réseau précédent les nouveaux paramètres (n, r, e_1, e_2) : suivants :



5. Déterminer les valeurs de paramètres de flux : les valeurs des paramètres de flux seront déterminées avec les paramètres obtenus par substitution des pentes effectives de coût relatives à chaque ressource sur chaque activité aux pentes de coût respectives. Les paramètres de flux sont alors la borne inférieure $l_k(i, j)$ et la borne supérieure $s_k(i, j)$ pour chaque activité (i, j) et sont établis en se basant sur l'état de criticité de l'activité (i, j) dans le réseau actuel, et selon que la durée de cette activité est normale, intermédiaire ou accélérée. Les valeurs de $l_k(i, j)$ et de $s_k(i, j)$ notées (l_k, s_k) sont déterminées à l'aide des règles suivantes :

- (i, j) critique et normale: $(l_k, s_k) = (0, e_k)$
- (i, j) critique et intermédiaire: $(l_k, s_k) = (e_k, e_k)$
- (i, j) critique et accélérée : $(l_k, s_k) = (e_k, \infty)$
- (i, j) non critique: $(l_k, s_k) = (0, 0)$

Les paramètres de flux dans le cas de notre exemple peuvent s'obtenir à partir de cette règle comme suit (Tableau 1) :

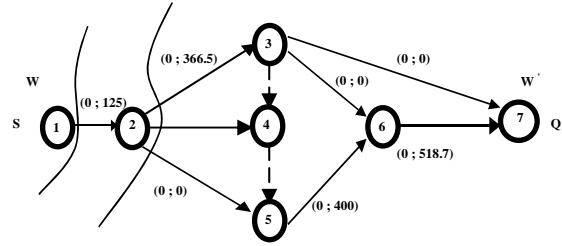
Activités	État	(l_1, s_1)	(l_2, s_2)
(1, 2)	Critique et normale	(0, 125)	(0, 125)
(2, 3)	Critique et normale	(0, 183.5)	(0, 366.5)
(2, 4)	Non critique	(0, 0)	(0, 0)
(2, 5)	Non critique	(0, 0)	(0, 0)
(3, 6)	Non critique	(0, 0)	(0, 0)
(5, 6)	Critique et normale	(0, 400)	(0, 400)
(3, 7)	Non critique	(0, 0)	(0, 0)
(6, 7)	Critique et normale	(0, 648)	(0, 518.7)

Tableau 1. Paramètres de flux

6. Identifier les coupes dans le réseau de flux: le réseau de flux est préparé en utilisant les valeurs (l_k, s_k) . La configuration de réseau de flux est la même que le réseau d'activités sur flèches à la seule différence que les paramètres de durées sont remplacés par les paramètres de flux (l_k, s_k) . Les coupes (W, W') dans le réseau sont opérées graphiquement. La coupe (W, W') est définie comme l'ensemble des activités (i, j) telles que:

- a. W contient la source (S)
- b. W' contient la queue (Q)
- c. Le passage de chaque activité (i, j) entre W et W' empêcherait le flux d'aller de la tête à la queue.

Dans notre exemple, nous pouvons localiser deux coupes comme suit :



7. Localiser la valeur de la coupe minimale: La valeur de la coupe minimale $K_k^*(S, Q)$ est égale à :

$$K_k^*(S, Q) = \min K_k(W, W') \tag{1}$$

Pour chaque ressource k , $K_k(W, W')$ est défini comme la somme des $s_k(i, j)$ pour toutes les flèches allant de W à W' moins la somme des $l_k(j, i)$ pour toutes les flèches allant de W' à W et se calcule comme suit:

$$K_k(W, W') = \sum_{i \in W, j \in W'} s_k(i, j) - \sum_{i \in W', j \in W} s_k(j, i) \tag{2}$$

Dans le cas de notre exemple, les valeurs des coupes sont identifiées dans le tableau 2 ci-après.

Coupes	de W à W'	de W' à W	$K_1(W, W')$	$K_2(W, W')$
1	(1, 2)	aucun	$125 + 0 = 125$	$125 + 0 = 125$
2	(2, 3), (2, 4), (2, 5)	aucun	$183.5 + 0 + 0 = 183.5$	$366.5 + 0 = 366.5$

Tableau 2. Valeurs des coupes pour l'exemple

8. Test du critère de finition de la séquence: si pour chaque ressource k la somme des valeurs de $K_k^*(S, Q)$ à chaque itération est toute au moins égale à un montant (F_k) alors nous allons directement à l'étape 15, sinon on continue. Le montant (F_k) est une limite fixe imposée au total des dépenses supplémentaires allouées à la ressource k pour réduire la durée totale du projet jusqu'à l'itération en cours. Il est soit un montant fixe ou illimité. La fixation de ce montant doit faire l'objet de négociation entre le gestionnaire de projet, son organisation et l'organisation cliente. Dans le cas de notre exemple, nous supposons (F_k) illimité pour chacune des deux ressources et dans ce cas, nous avons: $K_1^*(S, Q) = 125, K_2^*(S, Q) = 125$.

9. Établir l'ensemble de modifications du réseau: Il s'agit d'identifier l'ensemble M_k des activités (i, j) qui existent entre W et W' pour la coupe correspondant à la valeur de $K_k^*(S, Q)$. Dans notre exemple, $M_1 = M_2 = \{(1, 2)\}$.

10. *Vérification des coupes sur lesquelles se trouve chaque K_k^* (S, Q)* : étant donné la multiplicité des ressources, les valeurs des coupes minimales des différentes ressources peuvent soit se retrouver sur la même coupe (dans ce cas, les M_k seront identiques), ou sur des coupes différentes (dans ce cas, les M_k seront différents) à une itération donnée.

11. *Ajustement de la durée de la ou des activités du projet*: la modification des ensembles M_k se fait sur la base de l'état de l'activité (i, j) . Les états de chaque activité (i, j) sont établis à partir du fait que la flèche dans le flux du réseau est une flèche entrante (allant de W à W') ou sortante (allant de W' à W) et du fait que l'activité correspondante est critique ou non critique, en utilisant les règles suivantes:

- (i, j) entrant et critique: réduire sa durée d'une unité ;
- (i, j) sortant et critique: augmenter sa durée d'une unité ;
- (i, j) entrant et non critique : pas de changement ;
- (i, j) sortant et non critique: pas de changement .

Ces règles appliquées à notre exemple donnent: $(1,2)$ entrant et critique: réduire $(1,2)$ d'un jour au coût total de $(375 + 375) = 750\$$.

12. *Ajuster la durée de la ou des activités du projet pour chacune des coupes sur lesquelles se trouvent un K_k^* (S, Q)*: dans le cas où la valeur de la coupe minimale pour chacune des ressources se trouverait sur plusieurs coupes différentes, reprendre l'ajustement de l'étape 11 pour chacune d'elles.

13. *Réviser le réseau avec activités sur flèches*: cette révision consiste à incorporer la ou les activités réduites du ou des ensembles M_k .

14. *Répéter la procédure*: à partir de l'étape 2, répéter toutes les autres étapes.

15. *Déduire la courbe durée/ressource* : pour chacune des différentes réductions faites, donner la durée et le coût total correspondant du projet.

4. APPLICATION

Appliquons cette méthode de façon explicite à notre exemple pour réduire la durée de ce projet (dont le réseau est donné plus haut) de 15 à 11 jours. Les données utilisées sont fournies dans le Tableau 3.

Activité (i, j)	Durée normale (n)	Durée accél. (r)	Coût nor.	Coût accél.	c_1	c_2
(1, 2)	2	1	1500	2250	375	375
(2, 3)	6	5	5400	6500	367	733
(2, 4)	4	1	2400	4500	525	175
(2, 5)	2	2	1200	1200	--	--
(3, 6)	4	3	3000	4200	720	480
(5, 6)	5	4	8000	9600	800	800
(3, 7)	3	3	1200	1200	--	--
(6, 7)	2	1	6000	9500	1944	1556

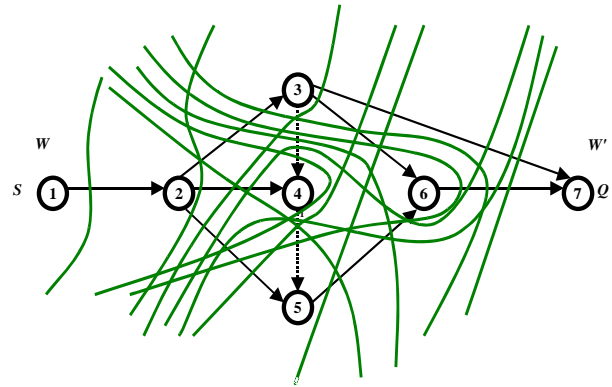
Tableau 3. Données du projet

La pente effective de coût relative à chaque ressource est calculée dans le Tableau 4 ci-après.

Activité (i, j)	Durée normale (n)	Durée accél. (r)	Coût nor.	Coût accél.	e_1	e_2
(1, 2)	2	1	1500	2250	125	125
(2, 3)	6	5	5400	6500	183.5	366.5
(2, 4)	4	1	2400	4500	525	175
(2, 5)	2	2	1200	1200	--	--
(3, 6)	4	3	3000	4200	720	480
(5, 6)	5	4	8000	9600	400	400
(3, 7)	3	3	1200	1200	--	--
(6, 7)	2	1	6000	9500	648	518

Tableau 4. Calcul des pentes effectives

Les paramètres de flux ont été déjà donnés à l'étape 5 de l'algorithme pour cette itération. Les coupes suivantes ont été identifiées dans le flux de réseau suivant :



Le Tableau 5 donne la localisation de la valeur de la coupe minimale à cette première itération.

Coupes	de W à W'	de W' à W	$K_1(W, W')$	$K_2(W', W)$
1	(1, 2)	aucun	$125 + 0 = 125$	$125 + 0 = 125$
2	(2, 3) , (2, 4), (2, 5)	aucun	$183.5 + 0 + 0 = 183.5$	$366.5 + 0 + 0 = 366.5$
3	(2, 5), (3, 6), (3, 7)	aucun	$0 + 0 + 0 = 0$	$0 + 0 + 0 = 0$
4	(2, 4), (2, 5), (6, 7)	(5, 6)	$0 + 0 + 648 - 0 = 648$	$0 + 0 + 518.7 - 0 = 518.7$
5	(2, 5), (3, 6), (3, 7)	aucun	$0 + 0 + 0 = 0$	$0 + 0 + 0 = 0$
6	(2, 5), (3, 7), (6, 7)	(5, 6)	$0 + 0 + 648 - 0 = 648$	$0 + 0 + 518.7 - 0 = 518.7$
7	(3, 6), (5, 6) , (3, 7)	aucun	$0 + 400 + 0 = 400$	$0 + 400 + 0 = 400$
8	(3, 7), (6, 7)	aucun	$0 + 648 = 648$	$0 + 518.7 = 518.7$
9	(2, 3) , (2, 5)	aucun	$183.5 + 0 = 183.5$	$366.5 + 0 = 366.5$
10	(6, 7)	(3, 6), (5, 6)	$648 - 0 - 0 = 648$	$518.7 - 0 - 0 = 518.7$
11	(2, 3) , (2, 4), (5, 6)	aucun	$183.5 + 0 + 400 = 583.5$	$366.5 + 0 + 400 = 766.5$
12	(2, 3) , (5, 6)	aucun	$183.5 + 400 = 583.5$	$366.5 + 400 = 766.5$
13	(2, 4), (6, 7)	(3, 6)	$0 + 648 - 0 = 648$	$0 + 518.7 - 0 = 518.7$

Tableau 5. Localisation de la valeur de la coupe minimale pour la première itération

À cette première itération, les valeurs de la coupe minimale avec les deux ressources sont $K_1^*(S, Q) = 125$, $K_2^*(S, Q) = 125$ et $MI = M2 = \{(1, 2)\}$. Nous allons réduire (1, 2) d'un jour au coût de $(375 + 375) = 750\$$. La durée du projet à cette itération est alors de 14 jours et nous passons à l'itération suivante. Les nouveaux paramètres de flux sont résumés dans le Tableau 6 ci-après.

Activités	État	(l_1, s_1)	(l_2, s_2)
(1, 2)	Critique et accélérée	$(125, \infty)$	$(125, \infty)$
(2, 3)	Critique et normale	$(0, 183.5)$	$(0, 366.5)$
(2, 4)	Non critique	$(0, 0)$	$(0, 0)$
(2, 5)	Non critique	$(0, 0)$	$(0, 0)$
(3, 6)	Non critique	$(0, 0)$	$(0, 0)$
(5, 6)	Critique et normale	$(0, 400)$	$(0, 400)$
(3, 7)	Non critique	$(0, 0)$	$(0, 0)$
(6, 7)	Critique et normale	$(0, 648)$	$(0, 518.7)$

Tableau 6. Nouveaux paramètres de flux

La localisation de la valeur de la coupe minimale à cette deuxième itération est donnée dans le Tableau 7. À cette deuxième itération, les valeurs de la coupe minimale avec les deux ressources sont $K_1^*(S, Q) = 183.5$, $K_2^*(S, Q) = 366.5$ et $MI = M2 = \{(2,3)\}$. Nous allons réduire (2,3) d'un jour au coût de $(367 + 733) = 1100\$$. La durée du projet à cette itération est alors de 13 jours et nous

passons à l'itération suivante. Les nouveaux paramètres de flux obtenus sont données dans le Tableau 8.

La localisation de la valeur de la coupe minimale correspondante à cette troisième itération est décrite dans le Tableau 9.

À cette troisième itération, les valeurs de la coupe minimale avec les deux ressources sont $K_1^*(S, Q) = 400$, $K_2^*(S, Q) = 400$ et $MI = M2 = \{(5, 6)\}$. Nous allons réduire (5,6) d'un jour au coût de $(400 + 400) = 800\$$. La durée du projet à cette itération est alors de 12 jours et nous passons à l'itération suivante. Les nouveaux paramètres de flux correspondants sont donnés dans le tableau 10.

La localisation de la valeur de la coupe minimale à cette quatrième itération est représentée dans le tableau 11.

À cette quatrième itération, les valeurs de la coupe minimale avec les deux ressources sont $K_1^*(S, Q) = 248$, $K_2^*(S, Q) = 118.7$ et $MI = M2 = \{(6, 7)\}$. Nous allons réduire (6,7) d'un jour au coût de $(1944 + 1556) = 3500\$$. La durée du projet à cette itération est alors de 11 jours et l'objectif est atteint. Le coût total de réduction du projet de 15 à 11 jours est de: $(750 + 1100 + 1600 + 3500) = 6950\$$. Le coût total du projet après réduction est alors égal à: $(28\ 700 + 6950) = 35\ 650\$$.

Activités	État	(l_1, s_1)	(l_2, s_2)
(1, 2)	Critique et accélérée	(125,∞)	(125,∞)
(2, 3)	Critique et accélérée	(183.5,∞)	(366.5,∞)
(2, 4)	Non critique	(0, 0)	(0, 0)
(2, 5)	Non critique	(0, 0)	(0, 0)
(3, 6)	Non critique	(0, 0)	(0, 0)
(5, 6)	Critique et normale	(0, 400)	(0, 400)
(3, 7)	Non critique	(0, 0)	(0, 0)
(6, 7)	Critique et normale	(0, 648)	(0, 518.7)

Tableau 8. Nouveaux paramètres de flux

Coupes	de W à W'	de W' à W	$K_1(W, W')$	$K_2(W', W)$
1	(1, 2)	aucun	$\infty + 0 = \infty$	$\infty + 0 = \infty$
2	(2, 3) , (2, 4), (2, 5)	aucun	$183.5 + 0 + 0 = \mathbf{183.5}$	$366.5 + 0 + 0 = \mathbf{366.5}$
3	(2, 5), (3, 6), (3, 7)	aucun	$0 + 0 + 0 = 0$	$0 + 0 + 0 = 0$
4	(2, 4), (2, 5), (6, 7)	(5, 6)	$0 + 0 + 648 - 0 = 648$	$0 + 0 + 518.7 - 0 = 518.7$
5	(2, 5), (3, 6), (3, 7)	aucun	$0 + 0 + 0 = 0$	$0 + 0 + 0 = 0$
6	(2, 5), (3, 7), (6, 7)	(5, 6)	$0 + 0 + 648 - 0 = 648$	$0 + 0 + 518.7 - 0 = 518.7$
7	(3, 6), (5, 6) , (3, 7)	aucun	$0 + 400 + 0 = 400$	$0 + 400 + 0 = 400$
8	(3, 7), (6, 7)	aucun	$0 + 648 = 648$	$0 + 518.7 = 518.7$
9	(2, 3) , (2, 5)	aucun	$183.5 + 0 = \mathbf{183.5}$	$366.5 + 0 = \mathbf{366.5}$
10	(6, 7)	(3, 6), (5, 6)	$648 - 0 - 0 = 648$	$518.7 - 0 - 0 = 518.7$
11	(2, 3) , (2, 4), (5, 6)	aucun	$183.5 + 0 + 400 = 583.5$	$366.5 + 0 + 400 = 766.5$
12	(2, 3) , (5, 6)	aucun	$183.5 + 400 = 583.5$	$366.5 + 400 = 766.5$
13	(2, 4), (6, 7)	(3, 6)	$0 + 648 - 0 = 648$	$0 + 518.7 - 0 = 518.7$

Tableau 7. Localisation de la valeur de la coupe minimale pour la deuxième itération

Coupes	de W à W'	de W' à W	$K_1(W, W')$	$K_2(W', W)$
1	(1, 2)	aucun	$\infty + 0 = \infty$	$\infty + 0 = \infty$
2	(2, 3) , (2, 4), (2, 5)	aucun	$\infty + 0 + 0 = \infty$	$\infty + 0 + 0 = \infty$
3	(2, 5), (3, 6), (3, 7)	aucun	$0 + 0 + 0 = 0$	$0 + 0 + 0 = 0$
4	(2, 4), (2, 5), (6, 7)	(5, 6)	$0 + 0 + 648 - 0 = 648$	$0 + 0 + 518.7 - 0 = 518.7$
5	(2, 5), (3, 6), (3, 7)	aucun	$0 + 0 + 0 = 0$	$0 + 0 + 0 = 0$
6	(2, 5), (3, 7), (6, 7)	(5, 6)	$0 + 0 + 648 - 0 = 648$	$0 + 0 + 518.7 - 0 = 518.7$
7	(3, 6), (5, 6) , (3, 7)	aucun	$0 + 400 + 0 = \mathbf{400}$	$0 + 400 + 0 = \mathbf{400}$
8	(3, 7) , (6, 7)	aucun	$0 + 648 = 648$	$0 + 518.7 = 518.7$
9	(2, 3) , (2, 5)	aucun	$\infty + 0 = \infty$	$\infty + 0 = \infty$
10	(6, 7)	(3, 6), (5, 6)	$648 - 0 - 0 = 648$	$518.7 - 0 - 0 = 518.7$
11	(2, 3) , (2, 4), (5, 6)	aucun	$\infty + 0 + 400 = \infty$	$\infty + 0 + 400 = \infty$
12	(2, 3) , (5, 6)	aucun	$\infty + 400 = \infty$	$\infty + 800 = \infty$
13	(2, 4), (6, 7)	(3, 6)	$0 + 648 - 0 = 648$	$0 + 518.7 - 0 = 518.7$

Tableau 9. Localisation de la valeur de la coupe minimale pour la troisième itération

Activités	État	(l_1, s_1)	(l_2, s_2)
(1, 2)	Critique et accélérée	(125, ∞)	(125, ∞)
(2, 3)	Critique et accélérée	(183.5, ∞)	(366.5, ∞)
(2, 4)	Non critique	(0, 0)	(0, 0)
(2, 5)	Non critique	(0, 0)	(0, 0)
(3, 6)	Critique et normale	(0, 720)	(0, 480)
(5, 6)	Critique et accélérée	(400, ∞)	(400, ∞)
(3, 7)	Non critique	(0, 0)	(0, 0)
(6, 7)	Critique et normale	(0, 648)	(0, 518.7)

Tableau 10. Nouveaux paramètres de flux

Coupes	de W à W'	de W' à W	$K_1(W, W')$	$K_2(W', W)$
1	(1, 2)	aucun	$\infty + 0 = \infty$	$\infty + 0 = \infty$
2	(2, 3) , (2, 4), (2, 5)	aucun	$\infty + 0 + 0 = \infty$	$\infty + 0 + 0 = \infty$
3	(2, 5), (3, 6) , (3, 7)	aucun	$0 + 720 + 0 = 720$	$0 + 480 + 0 = 480$
4	(2, 4), (2, 5), (6, 7)	(5, 6)	$0 + 0 + 648 - 400 = \mathbf{248}$	$0 + 0 + 518.7 - 400 = \mathbf{118.7}$
5	(2, 5), (3, 6) , (3, 7)	aucun	$0 + 720 + 0 = 720$	$0 + 480 + 0 = 480$
6	(2, 5), (3, 7), (6, 7)	(5, 6)	$0 + 0 + 648 - 400 = \mathbf{248}$	$0 + 0 + 518.7 - 400 = \mathbf{118.7}$
7	(3, 6) , (5, 6) , (3, 7)	aucun	$720 + \infty + 0 = \infty$	$480 + \infty + 0 = \infty$
8	(3, 7), (6, 7)	aucun	$0 + 648 = 648$	$0 + 518.7 = 518.7$
9	(2, 3) , (2, 5)	aucun	$\infty + 0 = \infty$	$\infty + 0 = \infty$
10	(6, 7)	(3, 6) , (5, 6)	$648 - 0 - 400 = \mathbf{248}$	$518.7 - 0 - 400 = \mathbf{118.7}$
11	(2, 3) , (2, 4), (5, 6)	aucun	$\infty + 0 + \infty = \infty$	$\infty + 0 + \infty = \infty$
12	(2, 3) , (5, 6)	aucun	$\infty + \infty = \infty$	$\infty + \infty = \infty$
13	(2, 4), (6, 7)	(3, 6)	$0 + 648 - 0 = 648$	$0 + 518.7 - 0 = 518.7$

Tableau 11. Localisation de la valeur de la coupe minimale pour la quatrième itération

4. CONCLUSION

Cet article a élaboré une approche heuristique de résolution du problème de limitations de ressources en gestion de projet, dans un contexte de multiplicité et de non "substituabilité" de ces dernières à partir d'une démonstration de la différence entre compromis durée/coût et compromis durée/ressource. À travers cette recherche, il a été expliqué pourquoi la confusion entre ces deux problèmes peut être fortement préjudiciable au succès du projet en situation de "criticité" des ressources. L'approche AMEC suggérée permet ainsi de résoudre tout problème de compromis durée/ressource à k ressources et pourra grandement éclairer les gestionnaires de projet dans leur recherche quotidienne de voies et moyens pour aborder les problèmes d'accélération des projets avec plus de confiance. Il est à noter ici que le contexte de disponibilité limitée de ressources reste toujours valable dans la mesure où toute décision d'accélération de projet est un processus négocié entre les parties prenantes au projet (organisation, client et gestionnaire de projet). C'est dans ce processus que ces dernières arrivent à un consensus sur les efforts supplémentaires à consentir pour pourvoir aux ressources additionnelles "minimalement" requises pour rencontrer la nouvelle durée sans nuire au succès du projet. Encore une fois, l'emphase est portée sur l'efficacité et l'efficience.

5. RÉFÉRENCES

- Ahn, T. and S.-S. Erenguc, 1998. "The Resource Constrained Project Scheduling Problem with Multiple Crashable Modes : A Heuristic Procedure", *European Journal of Operational Research*, Vol. 107, 250-259.
- Burns, S.A., L. Liu and C. Feng, 1996. "The LP/IP Hybrid Method for Construction Time-cost Tradeoff Analysis", *Construction Management and Economics*, Vol.14, 265-276.
- Demeulemeester, E.L., Herroelen, W.S., et Elmaghraby, S.E., 1996. "Optimal Procedures for the Discrete Time/cost Trade-off Problem in Project Networks", *European Journal of Operational Research*, Vol. 8, 50-68.
- Demeulemeester, E, B. De Reyck and W. Herroelen 2000. "The Discrete Time/Resource Trade-off Problem in Project Networks : A Branch-and-Bound Approach", *IIE Transactions*, 32, 1059-1069.
- Phillips, S.JR., 1996. "Project Management Duration/resource Tradeoff Analysis: an Application of the Cut Search Approach", *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 47, 697-701.
- Pulat, P.S., et Horn, S.J., 1996. "Time-Resource Tradeoff Problem", *IEEE Transactions on Engineering Management*, Vol. 43 No.4, 411-417.