

## PLANIFICATION DU QUARTIER OPÉRATOIRE INTÉGRANT LES PRÉFÉRENCES DES RESSOURCES HUMAINES

Benoît ROLAND, Christine DI MARTINELLI, Fouad RIANE

Louvain School of Management and FUCaM  
151 chaussée de Binche  
7000 Mons, Belgium  
roland@fucam.ac.be, riane@fucam.ac.be

**RÉSUMÉ :** *Dans un contexte économique de plus en plus contraignant, la gestion du quartier opératoire est devenue une activité critique en gestion hospitalière. En effet, de par sa grande consommation de ressources humaines et matérielles, le quartier opératoire est l'une des plus importantes sources de dépenses des établissements hospitaliers. Une organisation moins onéreuse des blocs opératoires passe par une utilisation plus rationnelle des ressources et une programmation optimisée des interventions. Dans un souci de bien être du personnel soignant, nous intégrons le facteur humain à ces considérations d'optimisation en modélisant les préférences des praticiens dans l'élaboration des plannings. Ce processus de programmation est typiquement décomposé en deux phases séquentielles: une étape de planification suivie d'une étape d'ordonnancement. Du fait de cette décomposition, les solutions résultantes peuvent s'avérer sous-optimales. Nous proposons quatre formulations intégrant complètement planification et ordonnancement des opérations chirurgicales et couplant minimisation des coûts et maximisation des préférences des ressources.*

**MOTS-CLÉS :** *Planification et ordonnancement, gestion hospitalière, programmation linéaire, coopération*

### 1. INTRODUCTION

Le monde hospitalier est en proie, ces dernières années, à de profonds remaniements suite à de nombreuses réformes voulues par les pouvoirs publics en vue d'améliorer la qualité de vie des concitoyens. A ces défis structurels s'ajoutent une demande sans cesse croissante en soins de santé, des exigences de la part de la patientèle plus avertie des progrès médicaux et une évolution des pathologies. Tout ceci contraint les établissements hospitaliers à gérer plus efficacement leurs ressources humaines et matérielles, à optimiser leur utilisation afin de réduire les dépenses encourues tout en préservant la qualité des soins prestés.

C'est dans cette optique économique que s'intègre notre travail. Il est en effet de notoriété publique que l'un des plus importants centres de dépenses du milieu médical sont les blocs opératoires. Rendre plus efficace la gestion de ces postes passe par une utilisation plus rationnelle des ressources opératoires et par conséquent par une planification plus affinée des blocs opératoires. Mais les seules préoccupations financières ne peuvent suffire à l'établissement de plannings opératoires. Nous ne pouvons ignorer l'importance de la place des femmes et des hommes entrant dans la réalisation de ces processus médicaux. C'est pourquoi nous souhaitons inclure aux habituels objectifs économiques une dimension humaine encore trop peu présente dans les travaux scientifiques.

En effet, dans la littérature de la planification et de l'ordonnancement, les ressources humaines sont perçues comme passives: seules leurs disponibilités et leur habilité à exécuter certaines tâches sont généralement prises en compte. Mais ces personnes, qui interviennent directement dans la mise en oeuvre de l'objet de la planification, ne participent pas à l'élaboration du planning en question. En particulier, dans le contexte hospitalier qui nous préoccupe, les principales ressources sont des êtres humains critiques vis-à-vis de leurs conditions de travail. Il semble donc opportun de les intégrer dans la prise de décision en leur permettant d'établir un planning de manière conjuguée. L'objet de notre recherche comprend le développement d'une structure autorisant les équipes médicales à faire état de leurs agendas et à négocier un planning en adéquation avec leurs préférences.

Dans ce papier, nous abordons l'élaboration de procédures proposant une planification optimisée des blocs opératoires. Comme nous l'avons mentionné, le quartier opératoire est un point critique du management hospitalier dont les frais proviennent essentiellement de la gestion de ses ressources plus que de dépenses matérielles. Le problème auquel nous nous attaquons est donc un problème d'ordonnancement d'activités chirurgicales défini par des contraintes temporelles et des contraintes de disponibilités de ressources. L'allocation de ces ressources aux dif-

férentes tâches, et donc la détermination des temps de début de ces tâches, se font de façon optimale. Nous développons ici quatre modèles de planification permettant d'utiliser au mieux les ressources à disposition, dont trois intègrent le facteur humain inhérent au monde hospitalier.

La suite de ce papier est organisée de la manière suivante: la section 2 reprend la description complète du problème que nous abordons. Dans la section 3, nous développons quatre formulations mathématiques du problème, se différenciant par la façon dont sont modélisées les préférences des chirurgiens. La section 4 analyse les résultats des expériences numériques menées sur un jeu de données tirées d'un hôpital belge. La section 5 explicite plus en détails notre vision de la coopération dans la gestion du quartier opératoire et finalement la section 6 conclut ce papier.

## 2. PROBLÈME TRAITÉ

Nous nous intéressons à la gestion d'un quartier opératoire composé d'un nombre fixé de blocs nécessaires à la réalisation des opérations chirurgicales. Plus précisément, nous nous focalisons sur la planification en horizon de temps restreint (nous considérons typiquement des plans sur une semaine) de ces tâches médicales. Cet horizon se définit par un nombre  $D$  de jours d'ouverture du quartier opératoire (notés  $d = 1, \dots, D$ ) ainsi que d'un nombre maximum  $T$  de périodes de temps composant chacun de ces jours  $d$  ( $T$  n'est ici qu'une borne supérieure au nombre de périodes dans un jour). Ces divisions temporelles, représentées par  $t = 1, \dots, T$  seront par exemple des quarts d'heure.

Les interventions façonnant une journée en blocs opératoires sont de deux types: il y a d'une part les actions programmées prévues par le planning et d'autre part les urgences qui sont, elles, le fruit du hasard. Ces dernières étant des événements aléatoires, nous n'en tiendrons pas compte, dans un premier temps, dans la conception du calendrier opératoire. Dans ce contexte déterministe, l'objectif est donc de planifier les différentes tâches programmées en leur assignant les ressources disponibles (humaines et matérielles) nécessaires, tout en satisfaisant des contraintes économiques et temporelles.

L'ensemble des tâches médicales (ou opérations) à ordonnancer se compose de  $J$  traitements chirurgicaux (indiqués  $j = 1, \dots, J$ ) qualifiés de «non-préemptifs», ce qui signifie qu'une fois débutés, ils ne peuvent être interrompus. Chaque opération  $j$  est définie par un temps d'exécution déterministe  $p_j$  et par certains besoins en ressources indispensables à son accomplissement, notés  $r_{jk}^\rho$  ou  $r_{jk}^\nu$  selon que la ressource  $k$  soit renouvelable ( $k \in \mathcal{K}^\rho$ ) ou non ( $k \in \mathcal{K}^\nu$ ). Ces con-

sommations  $r_{jk}^\rho$  et  $r_{jk}^\nu$  sont d'application durant la totalité de l'opération  $j$ . Les ressources renouvelables (comme le personnel par exemple) se caractérisent par des disponibilités ou capacités  $R_{kd}^\rho$  périodiques constantes par journée  $d$ , tandis que les ressources non renouvelables (comme les médicaments) se distinguent par des disponibilités  $R_{kd}^\nu$  globales pour toute une journée. Par souci de sécurité et de confort pour le patient, chaque intervention  $j$  doit impérativement être traitée dans un intervalle temporel défini par un jour de début au plus tôt et un jour de début au plus tard, désignés par  $ES_j$  et  $LS_j$  respectivement.

Notre recherche s'axant sur l'intégration du facteur humain dans la planification, nous mettons ici l'accent sur les disponibilités et les préférences des ressources humaines. Nous distinguons deux catégories d'individus parmi les membres des équipes médicales: nous avons d'une part les personnes telles les infirmières ou les anesthésistes que nous qualifierons d'«anonymes» dans le sens où elles peuvent intervenir indépendamment du nom du patient. D'autre part, nous avons les chirurgiens qui ont leurs patients propres et réalisent donc des traitements qui leurs sont spécifiquement réservés.

Notre première contribution réside dans la modélisation du fait que certaines ressources humaines dites «anonymes» puissent quitter une opération avant sa fin. Pour ce faire, outre la consommation en ressources  $r_{jk}^\rho$  qui concerne l'entièreté de l'intervention, nous définissons pour chaque opération  $j$  une extra-consommation  $\Gamma_{jk}^\rho$  d'application pour les  $\lambda_{jk} < p_j$  premières périodes de temps que durera cette opération ( $\lambda_{jk} \geq 0$ ). Cette mesure s'applique tout particulièrement aux anesthésistes dont le nombre est généralement insuffisant pour couvrir l'ensemble des salles d'opération, et peut s'étendre à un modèle plus général où les variations du niveau d'utilisation des ressources ne se produit pas qu'en consommant depuis le début jusqu'à un moment donné.

Chacun de ces traitements chirurgicaux est assigné à un chirurgien  $c = 1, \dots, C$  particulier et l'ensemble des tâches dévolues au chirurgien  $c$  est défini par  $O(c)$ . Les chirurgiens spécifient quant à eux des disponibilités par demi-journées; plus précisément, ils précisent leurs préférences de trois façons différentes:

- soit en fixant le nombre d'opérations qu'ils souhaitent effectuer chaque demi-journée;
- soit en stipulant pour chacune de leurs opérations la demi-journée durant laquelle ils souhaitent la réaliser;
- soit en mentionnant les demi-journées durant lesquelles ils souhaitent être présents.

Ces préférences seront pondérées par des mesures de «désutilité» propres à chaque chirurgien et pénalisant plus ou moins fort le non respect de celles-ci. De même que l'utilité est une notion liée à l'idée de besoin appréciant le bien-être émanant de l'obtention d'un bien ou d'un service, la «désutilité» est l'aptitude à contrarier un besoin (on parle en général de la «désutilité» du travail par rapport au temps libre, désutilité compensée alors par un salaire). Nous percevons la «désutilité» comme une mesure cardinale de l'insatisfaction, de la perte d'utilité. En reflétant les préférences individuelles, elle permet de traduire la hauteur du désagrément encouru par chaque chirurgien lorsque ses choix de prédilection ne sont pas respectés. A titre d'exemple, les courbes d'indifférence de deux biens générant une «désutilité» (c.-à-d. deux biens procurant une utilité marginale négative) sont concaves et la «désutilité» diminue en s'approchant de l'origine de façon à éviter la consommation de tels biens.

Le quartier opératoire est équipé de  $S$  salles d'opérations notées  $s = 1, \dots, S$ . Pour chacune de ces salles  $s$ , nous définissons une disponibilité régulière  $D_{sd}^N$ , pour le jour  $d$ , représentant le nombre de périodes de temps en heures normales d'ouverture. Et puisque nous autorisons les dépassements horaires, chaque salle  $s$  se caractérise également par une disponibilité maximale  $D_{sd}^M \leq T$  exprimant le nombre total de périodes accessibles le jour  $d$  (reprenant donc heures normales et heures supplémentaires). Nous supposons que ces blocs opératoires sont pourvus différemment et ne peuvent supporter tout type de chirurgie. En effet, les salles d'opérations ne sont pas toujours polyvalentes car le matériel requis n'est pas toujours transportable d'une salle à l'autre. Une intervention ne peut dès lors s'accomplir que dans un ensemble fixé de salles dédiées, représenté par la matrice  $Q \in \{0, 1\}^{J \times S}$ . L'entrée  $Q_{js}$  de cette matrice vaudra un si l'activité chirurgicale  $j$  peut avoir lieu dans le bloc  $s$ .

Nous avons pour objectif de minimiser d'une part le nombre de salles ouvertes, et ce afin de minimiser les coûts d'utilisation mais aussi de prévoir des salles libres pour absorber les urgences; et d'autre part nous souhaitons également minimiser les dépenses liées au paiement des heures supplémentaires. Pour ce faire, nous fixons les coûts d'ouverture de salle à hauteur de  $C^{open}$  euros et les coûts d'heures supplémentaires à  $C^{over}$  euros par période de temps de dépassement.

### 3. MODÉLISATION MATHÉMATIQUE

Le problème que nous tentons de résoudre concerne l'ordonnancement d'activités chirurgicales sur un

court horizon de temps (typiquement une semaine). La plupart des travaux constituant la littérature abordent ce problème en le scindant en deux phases distinctes: une première phase de planification durant laquelle un jour d'opération est fixé pour chaque intervention, suivie d'une phase d'ordonnancement déterminant les temps de début de chaque opération programmée dans un même jour en tenant compte des contraintes de mise en œuvre (Chaabane 2004, Fei 2006, Guinet & Chaabane 2003, Jebali et al. 2006). Néanmoins, ces deux étapes interagissent car changer le jour d'une intervention a un impact notamment sur la disponibilité des ressources ce jour-là et, par conséquent, peut également influencer la valeur objectif de l'ordonnancement. C'est pourquoi nous proposons dans ce papier une démarche intégrant ces deux aspects en une procédure unique reflétant à la fois ces problématiques de planification et d'ordonnancement.

Notre approche de modélisation repose sur un modèle très répandu de gestion de projet, à savoir le Ressources-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSPP (Brucker et al. 1999, Demeulemeester & Herroelen 2002, Kolisch & Hartmann 2005)). Un projet, dans ce contexte, est défini comme un ensemble de tâches souvent reliées par des contraintes de précédence, à réaliser à l'aide d'un nombre limité de ressources tout en poursuivant un objectif donné. L'ordonnancement de projet revient donc à déterminer les dates d'exécution de chaque activité en tenant compte des disponibilités des ressources afin de satisfaire au mieux l'objectif fixé (généralement la minimisation de la durée du projet ou «makespan»). Dans un tel problème, une tâche se définit par un temps d'accomplissement et par des consommations en ressources. Ces ressources sont dites «renouvelables», ce qui signifie que leurs quantités sont constantes et renouvelées à chaque période de temps. Pour des raisons techniques ou temporelles par exemple, certaines activités sont également soumises à des contraintes de précédence par rapport à d'autres. Ceci décrit brièvement le modèle générique sur lequel nous nous sommes basés pour débiter notre recherche. Notons cependant que dans le cadre de l'optimisation du quartier opératoire qui nous préoccupe ici, nous ne ferons pas usage de relation de précédence entre les opérations chirurgicales; nous introduisons en revanche un second type de ressources, dites «non-renouvelables», ayant une capacité globale pour l'entièreté d'un projet (ici pour un jour entier), c'est-à-dire que toute unité de ressource consommée n'est plus jamais accessible.

Le problème de planification des blocs opératoires, tel que décrit dans la section précédente, peut se formuler mathématiquement au moyen du programme linéaire suivant. Tout d'abord, rappelons que les in-

dices  $j, s, d$  et  $t$  représentent respectivement les traitements chirurgicaux, les salles d'opérations, les jours de planification et les périodes de temps. Notre formulation comporte trois variables: premièrement, les variables binaires  $x_{jsdt}$ , dédiées aux activités chirurgicales, prennent la valeur 1 uniquement lorsque l'opération  $j$  débute dans le bloc  $s$ , le jour  $d$  au moment  $t$ . Ensuite, les variables binaires  $z_{sd}$ , vouées aux blocs opératoires, valent 1 si l'on procède à l'ouverture de la salle  $s$  le jour  $d$ . Finalement, notre modèle intègre un troisième type de variables entières positives, les variables  $l_{sd}$ , qui décrivent le nombre de périodes en heures supplémentaires de la salle  $s$  le jour  $d$ .

Les contraintes de fonctionnement du quartier opératoire sont décrites dans le tableau 1; l'équation (1) y assure qu'une opération ne démarre qu'une et une seule fois dans une seule salle. Les inégalités (2) et (3) sont des contraintes de disponibilité des ressources dont les premières traitent des ressources renouvelables (infirmières, anesthésistes, etc.) et incluent les extra-consommations, tandis que les secondes abordent les ressources non renouvelables (matériel chirurgical stérilisé, médicaments, etc.). Les contraintes (4) préviennent le chevauchement d'opérations d'un même chirurgien, alors que les contraintes (5) proscrivent, elles, le chevauchement d'opérations dans une même salle. Les inégalités (6), connexes à l'accessibilité des blocs opératoires, vérifient que les interventions se déroulent dans des salles qui leur sont consacrées. Les équations (7) garantissent à chaque traitement de commencer entre les jours de début au plus tôt et au plus tard donnés, en fixant  $x_{jsdt}$  à zéro pour les jours n'appartenant pas à l'intervalle  $[ES_j, LS_j]$  ainsi défini. Les contraintes (8) sont des contraintes de capacité fixant  $x_{jsdt}$  à zéro pour toutes les périodes de temps provoquant un dépassement de la disponibilité maximale du bloc opératoire  $D_{sd}^M$ . Les contraintes (9) interdisent la programmation d'interventions dans une salle fermée; ces contraintes sont des inégalités valides destinées à resserrer la formulation mathématique. Les inégalités (10), de pair avec la minimisation de l'objectif et la positivité des variables  $l_{sd}$ , certifient que ces dernières représentent effectivement le nombre de périodes en heures supplémentaires. Pour finir, les contraintes (11) et (12) définissent d'une part la positivité et l'intégralité des variables  $l_{sd}$ , et d'autre part le caractère binaire des variables  $x_{jsdt}$  et  $z_{sd}$ .

L'objectif d'ordonnement se décrit de trois façons différentes suivant la manière dont sont modélisées les préférences des chirurgiens. Nous pouvons y retrouver un premier terme commun qui est la minimisation des coûts  $\Delta$  inhérents à l'ouverture de blocs opératoires et aux heures supplémentaires:

toires et aux heures supplémentaires:

$$\Delta = \sum_s \sum_d [C^{open} z_{sd} + C^{over} l_{sd}],$$

et un terme variable qui minimise la différence entre les préférences des chirurgiens et le planning effectif. Nous ajoutons une quatrième formulation purement directive du problème dans laquelle les préférences des praticiens ne sont pas considérées.

### Approche directive

Elle constitue notre modélisation initiale du problème traité et n'y intègre pas les préférences. Le but poursuivi dans cette version est uniquement la minimisation des coûts  $\Delta$  sans préoccupation collaborative. Les disponibilités des chirurgiens qui, dans les trois autres formulations, transparaissent au travers de leurs préférences, sont ici modélisées de façon rigide, sous forme de contraintes de disponibilité, par une matrice binaire  $R^C \in \{0,1\}^{C \times 2D}$ . De la sorte,  $R_{c,2d-1}^C = 1$  si le chirurgien  $c$  est présent la matinée du jour  $d$  et  $R_{c,2d}^C = 1$  s'il est disponible l'après-midi de ce même jour. Cette démarche impose ces disponibilités sous forme de contraintes fixes et ne laisse pas place à la flexibilité. L'objectif est donc le suivant:

$$\min_{z,l} \Delta, \tag{F0}$$

sujet aux contraintes (1)–(12) auxquelles nous ajoutons les contraintes de disponibilités des chirurgiens:

$$\sum_s \sum_{j \in O(c)} \sum_{\tau=t-p_j+1}^t x_{jsd\tau} \leq R_{c,2d-1}^C, \quad \forall t \leq \frac{T}{2}, \forall d, \forall c$$

$$\sum_s \sum_{j \in O(c)} \sum_{\substack{\tau=t-p_j+1 \\ \tau > T/2}}^t x_{jsd\tau} \leq R_{c,2d}^C, \quad \forall t > \frac{T}{2}, \forall d, \forall c,$$

qui vérifient respectivement la présence des praticiens le matin et l'après-midi. Notons que, grâce à la restriction  $\tau > T/2$  dans cette seconde équation, une intervention débutée le matin peut se terminer si nécessaire l'après-midi, même lorsque le chirurgien n'est pas disponible l'après-midi.

### Préférences sur le nombre d'opérations par demi-journée

Une première manière de modéliser les préférences des chirurgiens consiste en une matrice  $\mathcal{P} \in \mathbb{Z}_+^{C \times 2D}$  dont chaque ligne contient le nombre d'interventions par demi-journée que souhaite effectuer le chirurgien correspondant. Nous définissons également une mesure de «désutilité»  $\mathcal{D} \in \mathbb{Z}_+^{C \times 2D}$  par laquelle chaque

$$\sum_s \sum_d \sum_t x_{jsdt} = 1, \quad \forall j \quad (1)$$

$$\sum_j \sum_s \left[ r_{jk}^\rho \sum_{\tau=t-p_j+1}^t x_{jsd\tau} + \Gamma_{jk}^\rho \sum_{\tau=t-\lambda_{jk}+1}^t x_{jsd\tau} \right] \leq R_{kd}^\rho, \quad \forall d, \forall t, \forall k \in \mathcal{K}^\rho \quad (2)$$

$$\sum_j \sum_s \sum_t r_{jk}^\nu x_{jsdt} \leq R_{kd}^\nu, \quad \forall k \in \mathcal{K}^\nu, \forall d \quad (3)$$

$$\sum_s \sum_{j \in O(c)} \sum_{\tau=t-p_j+1}^t x_{jsd\tau} \leq 1, \quad \forall t, \forall d, \forall c, \quad (4)$$

$$\sum_j \sum_{\tau=t-p_j+1}^t x_{jsd\tau} \leq 1, \quad \forall s, \forall d, \forall t \quad (5)$$

$$\sum_d \sum_t x_{jsdt} \leq Q_{js}, \quad \forall j, \forall s. \quad (6)$$

$$x_{jsdt} = 0, \quad \forall j, \forall s, \forall t, \forall d \notin [ES_j, LS_j] \quad (7)$$

$$x_{jsdt} = 0, \quad \forall j, \forall s, \forall d, \forall t | (t + p_j) > D_{sd}^M \quad (8)$$

$$x_{jsdt} \leq z_{sd}, \quad \forall j, \forall s, \forall d, \forall t \quad (9)$$

$$l_{sd} \geq (t + p_j) x_{jsdt} - D_{sd}^N, \quad \forall j, \forall s, \forall d, \forall t \quad (10)$$

$$l_{sd} \in \mathbb{N}, \quad \forall s, \forall d \quad (11)$$

$$x_{jsdt}, z_{sd} \in \{0, 1\}, \quad \forall j, \forall s, \forall d, \forall t, \quad (12)$$

Tableau 1: Modélisation des contraintes liées au problème de planification du quartier opératoire

chirurgien associe à chaque demi-journée un poids spécifique traduisant le désagrément que lui procure le non respect des préférences exprimées pour cette demi-journée-là. Plus le poids  $\mathcal{D}_{cd}$  est élevé, plus grand est le désagrément et plus élevé est l'objectif d'ordonnancement, tandis qu'un poids nul traduit une indifférence totale quant au suivi des préférences. Le programme linéaire devient:

$$\min_{z,l} \Delta + \sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^{2D} [\mathcal{D}_{cd} m_{cd}], \quad (F1)$$

soumis aux contraintes (1)–(12) auxquelles nous ajoutons les contraintes suivantes:

$$m_{c,2d-1} = \left( \sum_s \sum_{j \in O(c)} \sum_{t=1}^{T/2} x_{jsdt} \right) - \mathcal{P}_{c,2d-1} \quad \forall c, \forall d$$

$$m_{c,2d} = \left( \sum_s \sum_{j \in O(c)} \sum_{t=T/2}^T x_{jsdt} \right) - \mathcal{P}_{c,2d} \quad \forall c, \forall d$$

$$m \in \mathbb{Z}_+^{C \times 2D}.$$

De cette manière, les variables  $m_{cd}$  représentent le nombre d'opérations par demi-journées du planning effectif ne respectant pas les préférences des chirurgiens.

### Préférences sur la demi-journée de chaque opération

Une alternative à l'approche ci-dessus est de décrire les préférences des chirurgiens au moyen d'une matrice binaire  $\mathcal{P} \in \{0, 1\}^{J \times 2D}$  dont l'entrée  $\mathcal{P}_{jd} = 1$  si le chirurgien attiré souhaite réaliser l'opération  $j$  la demi-journée  $d$ . La mesure de «désutilité» s'exprime dès lors sous la forme d'une matrice  $\mathcal{D} \in \mathbb{Z}_+^{J \times 2D}$  par laquelle chaque chirurgien exprime le désagrément qu'il aurait à effectuer une intervention particulière à une date différente de son choix de prédilection. Le principe est le même que précédemment, plus le poids attribué à une demi-journée est élevé, plus la contrariété est grande. La formulation mathématique est:

$$\min_{z,l} \Delta + \sum_{j=1}^J \sum_{d=1}^{2D} \mathcal{D}_{jd} [m_{jd} (1 - \mathcal{P}_{jd})], \quad (F2)$$

soumis aux contraintes (1)–(12) auxquelles nous ajoutons les contraintes suivantes:

$$m_{j,2d-1} = \sum_s \sum_{t=1}^{T/2} x_{jsdt} \quad \forall j, \forall d$$

$$m_{j,2d} = \sum_s \sum_{t=T/2}^T x_{jsdt} \quad \forall j, \forall d$$

$$m \in \{0, 1\}^{J \times 2D}.$$

Nous définissons de cette façon les variables binaires  $m_{jd}$  qui prendront la valeur 1 si l'opération  $j$  est programmée pour la demi-journée  $d$  dans le plan effectif. L'objectif sera dès lors pénalisé d'un poids  $\mathcal{D}_{jd}$  lorsque le jour effectif de l'intervention  $m_{jd}$  et le jour souhaité  $\mathcal{P}_{jd}$  sont différents.

### Préférences sur les demi-journées de présence

La dernière représentation des préférences des chirurgiens que nous proposons prend la forme d'une unique matrice de «désutilité»  $\mathcal{D} \in \mathbb{Z}_+^{C \times 2D}$  dans laquelle chaque chirurgien stipule le désagrément inhérent à chaque demi-journée de présence. Le modèle mathématique s'écrit alors:

$$\min_{z,t} \Delta + \sum_{c=1}^C \sum_{d=1}^{2D} [\mathcal{D}_{cd} m_{cd}], \quad (\text{F3})$$

soumis aux contraintes (1)–(12) auxquelles nous ajoutons les contraintes suivantes:

$$m_{c,2d-1} = \sum_s \sum_{j \in O(c)} \sum_{t=1}^{T/2} x_{jsdt} \quad \forall c, \forall d$$

$$m_{c,2d} = \sum_s \sum_{j \in O(c)} \sum_{t=T/2}^T x_{jsdt} \quad \forall c, \forall d$$

$$m \in \mathbb{Z}_+^{C \times 2D}.$$

Les variables  $m_{cd}$  représentent alors le nombre d'opérations que le chirurgien  $c$  réalise effectivement la demi-journée  $d$ . Il en découle que l'objectif de planification est augmenté du nombre d'opérations effectuées chaque demi-journée pondéré par la «désutilité» associée à cette demi-journée. Plus cette «désutilité» est importante, plus l'objectif sera pénalisé en cas de non respect des préférences.

## 4. EXPÉRIENCES NUMÉRIQUES

Les différentes formulations du problème introduites dans la section 3 sont comparées ici sur base d'un cas réel d'application. AMPL est langage de programmation retenu, couplé à la version 10 du solveur CPLEX. Certaines options de ce solveur ont été modifiées afin de mettre en œuvre une génération de coupes agressives, de même que de donner une priorité de branchement sur les variables  $z$ . La machine utilisée lors de ces expériences numériques est équipée d'un processeur Pentium M de 1.5 GHz de fréquence et de 1.25 GB de RAM.

Nous traitons ici le cas d'un hôpital belge dont le quartier opératoire se compose de 7 blocs. Les temps de calculs s'annonçant élevés, nous nous limitons dans un premier temps à un unique jour d'opérations. Le

jeu de données comprend 19 interventions, 12 praticiens, 3 ressources renouvelables (anesthésistes, infirmières et instrumentalistes) et d'un unique jour d'ordonnancement composé de 48 périodes de temps (équivalent à des quarts d'heure) dont 12 sont considérées en heures supplémentaires. Les coûts d'ouverture d'une salle d'opérations sont estimés à 2040 euros, tandis que les charges liées aux heures supplémentaires s'élèvent à 50 euros par période de temps. Les chiffres cités ci-dessus sont inspirés des chiffres réels fournis par le gestionnaire du quartier opératoire de l'hôpital contacté. Le planning effectif déterminé manuellement et appliqué à ce quartier opératoire génère des coûts à hauteur de 14980 euros, pour 7 salles ouvertes. Ces résultats valent pour une utilisation polyvalente des blocs opératoires et pour une consommation de ressources que nous qualifions de «régulière».

Nous avons évalué les performances des différentes formulations présentées dans ce papier dans diverses situations faisant varier le nombre d'opérations à réaliser et les quantités de ressources consommées, relaxant également les contraintes d'accessibilité des salles d'opérations. Nous considérons deux niveaux de consommation de ressources: d'une part une consommation dite «régulière» qui reprend les données réelles de l'hôpital, et d'autre part une consommation dite «élevée» qui augmente les demandes réelles en ressources d'un facteur dépendant de la capacité de chaque ressource. Ces résultats sont présentés sous forme de tableaux dans lesquels nous retrouvons les sorties classiques du solveur CPLEX, à savoir des performances en termes de meilleure borne inférieure, d'objectif atteint, d'écart entre ces deux mesures et de temps de calcul. L'écart entre la solution courante et la meilleure borne inférieure se mesure en pourcents, une solution optimale ayant un écart nul. Travaillant sur des données ne reprenant qu'un seul jour de planification et vu l'objectif annoncé d'ordonner une semaine complète du quartier opératoire, les temps de calculs sont ici limités à 1800 secondes maximum.

### 4.1. Relaxation des contraintes d'accessibilité des blocs opératoires

A l'image de l'hôpital analysé, nous considérons, dans un premier temps, des salles d'opérations polyvalentes pouvant accueillir tout type d'intervention. En d'autres termes, nous relaxons les contraintes (6) du tableau 1 pour parcourir un espace de solutions plus vaste. Cette démarche offre plus de flexibilité à la construction de solutions mais nécessite en contrepartie des temps de calcul plus importants.

Nous analysons en premier lieu les résultats obtenus, en fonction des besoins en ressources, pour la plan-

ification de 19 interventions (tableaux 2 et 3); nous décrivons ensuite l'impact sur ceux-ci d'une réduction du nombre d'opérations (tableaux 4 et 5).

En termes de valeur objectif, les performances des quatre formulations proposées sont assez semblables pour une consommation régulière de ressources (tableau 2), l'écart entre ces quatre valeurs étant inférieur à un pourcent. L'effet positif d'une bonne gestion du quartier opératoire se vérifie ici avec, pour les meilleures solutions proposées (F1 et F3 avec un objectif affichant 11550 euros), une réduction de 23 pourcents des coûts du planning réel. Le temps de calcul n'est pas un facteur discriminant dans de telles conditions, aucune formulation ne prouvant l'optimalité de sa solution avant la limite impartie. En revanche, concernant l'écart, la formulation directive F0 prend un net avantage sur les trois autres en proposant un écart inférieur de près de moitié. Ceci suggère que cette formulation sera la plus apte à offrir plus rapidement une solution optimale.

Form.	Borne inf.	Obj.	Ecart	Temps
F0	10348	11600	10.79%	1800 s
F1	9443	11550	18.24%	1800 s
F2	9474	11650	18.67%	1800 s
F3	9445	11550	18.24%	1800 s

Tableau 2: Problème relaxé: résultats pour 19 opérations et une consommation régulière de ressources

Le problème le plus complexe est, sans conteste, celui repris dans le tableau 3. Lorsque nous traitons un nombre élevé d'opérations (19 dans ce cas-ci) générant une grande consommation de ressources, seule la formulation F2 propose une solution réalisable dans le délai accordé. Celle-ci est toutefois de faible qualité, son écart se situant au-delà des 20 pourcents.

Form.	Borne inf.	Obj.	Ecart	Temps
F0	-	-	-	1800 s
F1	-	-	-	1800 s
F2	9374	12050	22.20%	1800 s
F3	-	-	-	1800 s

Tableau 3: Problème relaxé: résultats pour 19 opérations et une consommation élevée de ressources

Lorsque le nombre d'interventions passe à 16 (tableaux 4 et 5), nous obtenons des solutions de valeurs objectif identiques s'élevant à 9260 euros quel que soit le niveau de consommation en ressources. C'est à nouveau l'écart qui différencie les formulations, offrant un certain avantage à F0.

Form.	Borne inf.	Obj.	Ecart	Temps
F0	8646	9260	6.62%	1800 s
F1	8551	9260	7.65%	1800 s
F2	8213	9410	12.72%	1800 s
F3	8550	9260	7.66%	1800 s

Tableau 4: Problème relaxé: résultats pour 16 opérations et une consommation régulière de ressources

Form.	Borne inf.	Obj.	Ecart	Temps
F0	8652	9260	6.56%	1800 s
F1	8096	9260	12.57%	1800 s
F2	8093	9310	13.07%	1800 s
F3	8094	9260	12.58%	1800 s

Tableau 5: Problème relaxé: résultats pour 16 opérations et une consommation élevée de ressources

#### 4.2. Accessibilité restreinte des blocs opératoires

Quel que soit le niveau de consommation de ressources, lorsque nous considérons des salles d'opérations non polyvalentes (c.-à-d. rendre les contraintes (6) actives), il devient nécessaire d'ouvrir les sept salles à disposition pour absorber les 19 opérations de la journée. Ces contraintes offrent effectivement peu de marge de manœuvre. Les résultats suivants ne sont pas comparables au planning réel car les conditions de leur obtention diffèrent.

Pour des problèmes plus contraints, les différentes formulations exhibent des performances similaires. A l'inverse des situations de la section précédente, seul le temps de calcul départage les quatre formulations dans le tableau 6, ces dernières présentant toutes des solutions optimales. La formulation F0 est à nouveau devancière et propose une solution optimale en 194 secondes, alors que F2, assurément la plus consommatrice en ressources temporelles, requiert le triple du temps pour parvenir à ce résultat.

Form.	Borne inf.	Obj.	Ecart	Temps
F0	14430	14430	0%	194 s
F1	14430	14430	0%	330 s
F2	14430	14430	0%	640 s
F3	14430	14430	0%	339 s

Tableau 6: Problème complet: résultats pour 19 opérations et une consommation régulière de ressources

Quand les besoins en ressources sont élevés (tableau 7), les performances se nivellent. Le meilleur objectif proposé est l'œuvre des formulations F1 et F3, tandis

que les écarts des quatre formulations avoisinent les quatre pourcents. Notons que, pour la première fois, F0 offre le plus mauvais écart.

Form.	Borne inf.	Obj.	Ecart	Temps
F0	14621	15330	4.62%	1800 s
F1	14631	15280	4.25%	1800 s
F2	14642	15330	4.49%	1800 s
F3	14632	15280	4.24%	1800 s

Tableau 7: Problème complet: résultats pour 19 opérations et une consommation élevée de ressources

Lorsque la planification ne comprend plus que 16 interventions, nous obtenons des objectifs invariablement identiques indépendamment du niveau de ressources consommées (tableaux 8 et 9). Pour ces problèmes les moins exigeants, les temps de calcul quant à eux n'excèdent jamais neuf secondes et deviennent totalement satisfaisants.

Form.	Borne inf.	Obj.	Ecart	Temps
F0	12290	12290	0%	2 s
F1	12290	12290	0%	4 s
F2	12290	12290	0%	5 s
F3	12290	12290	0%	3 s

Tableau 8: Problème complet: résultats pour 16 opérations et une consommation régulière de ressources

Form.	Borne inf.	Obj.	Ecart	Temps
F0	12290	12290	0%	2 s
F1	12290	12290	0%	4 s
F2	12290	12290	0%	9 s
F3	12290	12290	0%	4 s

Tableau 9: Problème complet: résultats pour 16 opérations et une consommation élevée de ressources

### 4.3. Enseignements des expériences numériques

De manière générale, pour des problèmes de taille réduite (faible consommation de ressources, peu d'opérations, salles non polyvalentes), les formulations linéaires présentées sont suffisamment efficaces pour proposer des solutions optimales dans des délais très courts. Par contre, lorsque les problèmes se complexifient (consommation élevée de ressources, nombre élevé d'interventions, salles polyvalentes), cette complexité rend nos approches exactes inutilisables en pratique et incite au développement de procédures heuristiques capables de trouver des solutions de qualité en des temps acceptables. C'est pourquoi, en

parallèle à cette démarche de résolution exacte, nous développons une approche métaheuristique du problème basée sur des techniques évolutionnistes que sont les algorithmes génétiques. Cette dernière s'avère vigoureusement plus efficace puisqu'elle propose des plannings hebdomadaires réduisant les coûts de dix pourcents en moyenne, pour des temps de calculs avoisinant les deux heures.

Ces résultats nous permettent néanmoins les comparaisons suivantes. La formulation directive F0 offre des performances généralement meilleures, que ce soit en termes d'écart ou de temps de calcul, mais aux dépens d'une certaine flexibilité qu'offrent les trois autres approches. Les apparents bons résultats de l'approche F0 sont toutefois à nuancer. Rappelons qu'elle ne tient pas compte des préférences des acteurs mais impose leurs disponibilités au moyen de contraintes. Dès lors, dans l'éventualité où ces contraintes seraient trop astreignantes, nous ferions face à un problème irréalisable du point de vue de F0, alors que les trois autres formulations, du fait de leur plus grande flexibilité, seraient en mesure de proposer des solutions réalisables minimisant le mécontentement des praticiens. Notons également que les préférences appliquées dans ces expérimentations ne modélisent pas réellement les souhaits des acteurs mais ont été fixées de manière à s'ajuster aux disponibilités définies par contraintes dans F0. De cette manière, les quatre formulations sont à même de produire des solutions de même valeur objectif, ce qui en facilite la comparaison. La satisfaction des préférences ne transparait dès lors pas réellement dans ces expériences.

Parmi les formulations intégrant les préférences, F1 et F3 ont des performances équivalentes. La formulation F2 se positionne légèrement en retrait, excepté pour les problèmes les plus complexes. Notons encore que les formulations F1 et F2 peuvent se rehausser des contraintes de disponibilités des chirurgiens de l'approche directive, rendant les performances de F1 équivalentes à celles de F0 tout en y laissant une part de flexibilité, et améliorant également les performances de F2.

## 5. VERS UNE APPROCHE COOPÉRATIVE

Notre volonté, dans ce travail, est clairement d'apporter de la coopération dans l'établissement des plannings hospitaliers, ceci dans l'optique d'intégrer le facteur humain dans le processus de prise de décision. La littérature propose essentiellement deux écoles abordant les aspects coopératifs: nous avons d'une part la théorie des jeux et d'autre part l'intelligence artificielle distribuée avec les systèmes multi-agents.

La théorie des jeux est une branche des mathématiques, souvent appliquée dans des domaines tels l'économie, la politique ou les sciences sociales, qui étudie les interactions entre des décideurs agissant dans leur propre intérêt. La plupart des modèles en théorie des jeux sont basés sur la théorie du choix rationnel qui stipule qu'un décideur sélectionne une action, parmi toutes les actions qui lui sont disponibles, en fonction de ses préférences. Celles-ci se traduisent au moyen d'une fonction utilité qui associe un «gain» ordinal à chaque action. Un jeu exprime alors une compétition entre différents décideurs dont la prise de décision dépendra des actions des autres décideurs (Osborne 2004).

Les systèmes multi-agents, quant à eux, reposent sur une idée assez simple. Un agent est un système informatique capable d'actions indépendantes au nom de son utilisateur. Il peut déterminer seul ce qu'il a à faire afin de satisfaire les objectifs qui lui sont désignés. Un système multi-agents est constitué de plusieurs agents qui interagissent entre eux, typiquement en s'échangeant des messages au moyen d'une infrastructure définie. Les agents n'ayant pas forcément les mêmes buts poursuivis, leurs interactions seront basées sur des facultés de coopération, coordination et de négociation (Wooldridge 2002).

### Coopération en milieu hospitalier

A notre connaissance, il existe peu de travaux associant coopération et gestion du quartier opératoire comme (Czap et al. 2005) par exemple. Pourtant, certaines phases du processus de planification des blocs opératoires sont propices à l'introduction de collaboration. Plus particulièrement, nous nous intéressons à une forme bien précise de coopération, la négociation. En effet, le problème qui nous occupe se trouve n'être finalement qu'une problématique de ressources partagées: des chirurgiens qui partagent des salles et du personnel afin de procéder à des activités qui leur sont propres. Les besoins en ressources de chacun d'eux peuvent être totalement compatibles ou, au contraire, s'avérer conflictuels et engendrer le mécontentement du chirurgien lésé. C'est pourquoi il nous semble pertinent d'offrir la possibilité aux praticiens de négocier un planning sur base de leurs préférences. Le problème de la négociation, qui est celui de l'obtention d'un accord entre partis, peut se traiter sous différentes formes allant des approches théorie des jeux comme les enchères ou les protocoles de négociation à l'argumentation propre aux systèmes multi-agents (Wooldridge 2002). C'est cette dernière solution que nous avons retenue car c'est la seule capable de retraduire la dynamique d'une négociation où des êtres humains justifient (ou argumentent) leurs positions mais peuvent également se laisser convaincre et changer d'avis (ce qui implique un change-

ment de la fonction d'utilité supposée immuable par la théorie des jeux). De cette manière, les agents, représentant chacun un chirurgien, procéderaient à une négociation argumentée sur base des objectifs qu'ils poursuivent, à savoir satisfaire au mieux les préférences des chirurgiens.

Nous avons envisagé trois situations se prêtant à l'implantation d'un processus de négociation. La première concerne l'allocation préalable des plages horaires («block scheduling») réservant les salles par type de chirurgie généralement par demi-journées. Ce type de programmation s'applique sur du moyen terme (plusieurs mois) et ne tient guère compte des disponibilités hebdomadaires des ressources médicales. La mise en œuvre, dans ce contexte, d'une procédure de négociation des plages horaires entre chirurgiens ne présente pas de difficultés majeures étant donné qu'il n'est pas tenu compte des ressources mais bien des préférences des acteurs.

La négociation peut également intervenir hebdomadairement avant la phase de planification des opérations chirurgicales. Les praticiens parlementeraient afin de déterminer, en fonction de leurs préférences, les disponibilités de chacun sous forme d'une matrice  $R^C$ . Cette matrice alimenterait ensuite la procédure de planification via la formulation directive (F0) du problème (voir section 3). Cette approche doit cependant faire face à certaines contraintes. Il faut tout d'abord pouvoir déterminer le nombre de demi-journées nécessaires à chaque chirurgien pour exécuter l'ensemble de ses interventions, nombre qui ne dépend pas uniquement de la quantité de traitements à effectuer. En effet, le nombre d'opérations que pourra effectuer un chirurgien lors d'une demi-journée dépendra des opérations programmées parallèlement et du niveau de consommation de ressources qu'elles nécessitent. Il faut ensuite s'assurer que la répartition des chirurgiens sur l'ensemble des journées est suffisamment lisse, et que trop de chirurgiens ne sont pas affectés à une même plage horaire.

Nous envisageons un troisième et dernier mode d'intégration d'un processus de négociation à celui de la planification des blocs opératoires. Sur base d'un planning optimisé selon des critères essentiellement économiques, il s'agirait de permettre aux acteurs insatisfaits de négocier et de permuter des dates d'intervention. Cette vision de la négociation est certainement la plus délicate à mettre en place. Il ne suffit pas à deux agents de tomber d'accord pour voir se concrétiser l'inversion de leurs opérations. Il va de soi que des traitements médicaux différents peuvent nécessiter des ressources différentes en quantités différentes et susciter des durées d'accomplissement

disparates. Par conséquent, intervertir deux opérations chirurgicales dans un planning établi peut modifier le nombre de ressources en activité à un moment donné ou retarder d'autres interventions, et tout simplement altérer toute la planification en aval de ces deux opérations. Finalement, une négociation débutée entre deux agents finit par impliquer tous les agents titulaires des interventions perturbées par cette inversion, ce qui risquerait, à terme, de faire boucler le système multi-agents.

## 6. CONCLUSIONS

Nous nous attaquons à un problème de gestion hospitalière bien connu, celui de la planification du quartier opératoire. Dans ce travail, nous avons introduit différentes formulations linéaires en nombres entiers du problème, combinant les habituelles phases de planification et d'ordonnancement, afin d'optimiser l'utilisation des blocs opératoires et d'en minimiser les coûts. Nous souhaitons une approche concentrée autant sur les ressources humaines que sur les facteurs financiers. Par conséquent, nous avons été particulièrement attentifs à la modélisation des disponibilités de ces ressources, en couplant notamment à l'objectif classique de coûts, un objectif tenant compte des préférences des chirurgiens. Ces différentes approches ont ensuite pu être validées au moyen d'un cas réel d'application. Nous avons pu observer que la prise en compte des préférences des chirurgiens dans la fonction objectif n'a que peu d'effet quant à la valeur de cet objectif par rapport à une approche directive, mais peut en revanche influencer les autres performances en termes de temps calcul ou de bornes inférieures. Cependant, quelles que furent les formulations testées, les performances temporelles sont loin de satisfaire nos objectifs. En raison de la complexité du problème, il est en effet peu probable d'obtenir une planification optimale pour des données de taille réelle. Des efforts de reformulation et de résolution doivent être faits pour tenter de réduire ces consommations temporelles (nous pensons aux techniques de génération de colonnes par exemple). Cela dit, dans la problématique qui nous intéresse, la priorité va à de bons plannings obtenus rapidement plutôt qu'à des plannings optimums délivrés trop tard. Ces ordonnancements seront effectivement sujets à modifications au gré des aléas tels les urgences ou les retards. C'est pourquoi nous travaillons également au développement d'une approche métaheuristique du problème. Il serait également indiqué de séparer les deux objectifs antagonistes que sont la minimisation des coûts et la maximisation du bien-être pour passer à un problème d'optimisation multi-critère.

A ce stade de notre recherche, nous travaillons en contexte déterministe, ce qui peut soulever la

question de la validité de notre approche. En effet, les solutions proposées dans ce papier feront face, en pratique, à certains aléas comme des urgences ou des retards. Par conséquent, ces solutions doivent plus être vues comme des plannings de base ayant pour principale fonction d'allouer les ressources nécessaires aux opérations. Cependant notre modèle peut prendre en compte certaines incertitudes. En effet, minimiser la quantité de salles ouvertes nous permet de réserver, autant que possible, des blocs pour le traitement des cas urgents. Nous pouvons également considérer des temps d'accomplissement, bien que déterministes, incluant des «time buffers» afin d'absorber de petits retards.

## RÉFÉRENCES

- Brucker, P., Drexl, A., Möhring, R., Neumann, K. & Pesch, E. (1999). Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models, and methods, *European Journal of Operational Research* **112**: 3–41.
- Chaabane, S. (2004). *Gestion prédictive des blocs opératoires*, PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- Czap, H., Becker, M., Poppensieker, M. & Stotz, A. (2005). Utility-based agents for hospital scheduling: A conjoint-analytical approach, *AAMAS Workshop*, Utrecht.
- Demeulemeester, E. & Herroelen, W. (2002). *Project Scheduling: A Research Handbook*, Kluwer Academic Publishers.
- Fei, H. (2006). *Vers un outil d'aide à la planification et à l'ordonnancement des blocs opératoires*, PhD thesis, Facultés Universitaires Catholiques de Mons.
- Guinet, A. & Chaabane, S. (2003). Operating theatre planning, *International Journal of Production Economics* **85**: 69–81.
- Jebali, A., Hadj Alouane, A. & Ladet, P. (2006). Operating rooms scheduling, *International Journal of Production Economics* **99**: 52–62.
- Kolisch, R. & Hartmann, S. (2005). Experimental investigation of heuristics for resource-constrained project scheduling: An update, *European Journal of Operational Research* .
- Osborne, M. (2004). *an introduction to Game Theory*, Oxford University Press.
- Wooldridge, M. (2002). *An Introduction to Multi-Agent Systems*, John Wiley & Sons.