

CONTRIBUTION AU DEVELOPPEMENT D'UNE POLITIQUE DE MAINTENANCE INTEGREE SELON UNE STRATEGIE DE COMMUTATION DES SOUS-TRAITANTS

S. DELLAGI, N. REZG

LGIPM / INRIA/UFR-MIM
Université Paul Verlaine-Metz, Ile de Saulcy
57045 Metz
dellagi@univ-metz.fr, rezg@univ-metz.fr

A.GHARBI

École de technologie supérieure, GPA,
1100 rue Notre-Dame Ouest, montreal,
Québec, canada, H3C 1K3,
ali.gharbi@etsmtl.ca

RESUME : Dans ce papier, on s'est intéressé à une problématique industrielle liée à la sous-traitance de la production. Le problème étudié consiste en une machine M qui fait appel à la sous-traitance pour satisfaire une demande à débit et à périodicité constants. L'objectif est de gérer économiquement le soutien productique de deux machines sous-traitantes qui diffèrent par leur taux de service et leur coût de production. Une des deux machines possède un taux de services faible et un coût de production moins élevé et l'autre dispose d'un taux de service et d'un coût de production élevés. Du point de vue fiabilité, la machine M , qui possède un taux de pannes croissant, est soumise à une politique de maintenance préventive. Dans un premier temps, on a considéré la stratégie du sous-traitant unique. Le choix économique du sous-traitant, selon des critères de disponibilité et de coût, est justifié par une étude analytique. Dans un second temps, on a défini une politique de commutation entre les sous-traitants, qui consiste à compter sur une des deux machines sous-traitantes, puis commuter à l'autre. On a optimisé cette stratégie en déterminant la date optimale de commutation.

MOTS-CLES : Maintenance, disponibilité, taux de service, coût, optimisation, sous-traitance

1. INTRODUCTION

La réduction des coûts et des délais de production pour garantir la satisfaction du client a intéressé beaucoup d'auteurs. Parmi les stratégies adoptées pour atteindre cet objectif, on trouve le couplage production/maintenance. En effet, l'impact des stratégies de maintenance sur la production au juste à temps est étudié dans les travaux de (Abdelnour et al, 1995). (Chan et al, 2001) propose un modèle de simulation pour évaluer les performances d'une ligne de production fonctionnant en flux poussé. Plusieurs stratégies de maintenance sont comparées. Dans ce contexte, il existe aussi les travaux de (Buzacott et al, 1992), (Dallery et al, 1992), (Xie, 1993) et (Van Bracht, 1995) sur l'évaluation des performances des systèmes de production soumis à des pannes. D'autres travaux traitent le contrôle des systèmes de production soumis à la maintenance préventive (Gharbi et al, 2000) et (Kenne et al, 2001). Ils développent des approches analytiques et par simulation intéressantes, basées sur les modèles Markoviens. Il existe aussi quelques travaux sur l'optimisation des stratégies de maintenance et de gestion des stocks, appliqués à un système composé d'une seule machine et réalisant un seul produit. On trouve aussi les travaux de (Dohi et al, 2001) et (Rezg et al, 2004), qui ont examiné la stratégie de construction de stock de sécurité pour faire face aux demandes, pendant les périodes d'interruption de production, dues aux actions

de maintenance. Dans le même contexte, (Ben-Daya, 2002) a étudié les conditions de construction d'un stock de sécurité basé sur la quantité économique de commande, notée EMQ (Economic Manufacturing Quantity). Dans le cas d'une demande aléatoire, le même problème a été traité par (Dellagi et al, 2005). Il est évident que la majorité des stratégies développées dans ces études vise l'optimisation des coûts par le biais de réduction des demandes perdues. En effet, la satisfaction du client est devenue un objectif prioritaire.

De nos jours et afin de gagner de nouveaux marchés, les entreprises cherchent toujours à réduire les coûts et surtout les délais de production pour garantir la satisfaction du client. Malgré la gestion simultanée de la production et de la maintenance, les entreprises trouvent encore des difficultés pour atteindre leurs buts économiques en comptant sur leurs propres moyens. Par conséquent, pour répondre aux objectifs souhaités, certaines entreprises font appel à la sous-traitance.

Dans ce contexte, on trouve les travaux de (Andersen, 1999), (Bertrand et al, 2001) et (Berry, 1997), qui ont prouvé que l'appel à la sous-traitance est justifié par le manque de technologie qui assure la production, en satisfaisant les clients du point de vue délai et quantité. On trouve aussi les travaux de (Amesse et al, 2001), (Lehtinen, 1999), (Cagliano et al, 2002), qui ont formalisé des problèmes de sous-traitance dans les domaines aéronautiques et manufacturiers. Plus récemment, on trouve les travaux de (Dellagi et al,

2007), qui ont développé une stratégie de maintenance préventive intégrant une contrainte de sous-traitance. En effet, ces auteurs ont considéré, comme système de production, une machine fabriquant un seul type de produit. Pour satisfaire une demande constante dans le temps, la machine fait appel à la sous-traitance pour répondre à la totalité de la demande. La sous-traitance est représentée par une deuxième machine. Deux politiques de maintenance préventive pour la machine M sont testées : une politique de maintenance simple ne dépendant pas de l'état de la sous-traitance, et une deuxième politique de maintenance dite améliorée, qui dépend de l'état de la sous-traitance. Dans ce travail, (Dellagi et al, 2007) ont montré l'existence d'une performance optimale de la politique de maintenance améliorée sous certaines conditions par rapport à la politique de maintenance simple. Toujours dans le domaine de la sous-traitance intégrée à la production et à la disponibilité des systèmes de production, on propose dans ce papier une étude analytique de gestion de production de deux sous-traitants. En effet, dans cette étude, on suppose qu'un système de production fait appel à la sous-traitance afin de satisfaire une demande constante au cours du temps. Le problème posé est de gérer économiquement le soutien productique des deux sous-traitants qui diffèrent par leur taux de service et par leur coût unitaire de production. Dans cette étude, deux stratégies sont développées et optimisées. Une première stratégie consiste à adopter un unique sous-traitant, et le problème à résoudre, dans ce cas, est de déterminer le meilleur des deux sous-traitants selon des critères de disponibilité et de coût. La deuxième stratégie consiste à compter sur un sous-traitant puis de commuter à l'autre. La deuxième stratégie est aussi optimisée pour déterminer la date optimale à laquelle on transfère au second sous-traitant.

Le reste du papier est organisé comme suit : La section 2 précise la problématique industrielle. Dans la section 3, on a mis en équation la problématique industrielle pour aboutir à un problème réduit et abordable. Dans la section 4, on a développé et étudié analytiquement la politique du sous-traitant unique. Dans la section 5, on a développé et optimisé une nouvelle politique dite politique de commutation des deux sous-traitants. La conclusion est présentée à la section 6.

2. PROBLEMATIQUE INDUSTRIELLE

L'entreprise considérée fabrique des blocs moteurs pour différents types de voitures. Dans l'objectif d'augmenter sa productivité, réduire ses coûts tout en évitant une délocalisation totale, l'entreprise a adopté une nouvelle stratégie de production basée sur l'appel à la sous-traitance dans des pays où les coûts de production sont moins élevés et elle a varié sa production par de nouveaux blocs moteurs pour d'autres types de voitures. Suite à l'adoption de cette stratégie de sous-traitance, l'entreprise se trouve confrontée à quelques problèmes, tels que le transport, la qualité du produit fabriqué par le sous-traitant et le manque d'informations sur la fiabilité

des systèmes de production du sous-traitant. Suite aux problèmes posés par le sous-traitant, l'entreprise décide de produire à sa cadence maximale et de compléter le reste de la demande en faisant appel à la sous-traitance. Deux entreprises sous-traitantes répondent à l'appel de l'entreprise donneur d'ordre. Seulement, l'entreprise donneur d'ordre doit trancher entre les deux entreprises. Le choix doit être géré selon la disponibilité et le coût de production de chacune des deux entreprises sous-traitantes.

La figure 1 schématise le problème industriel posé :

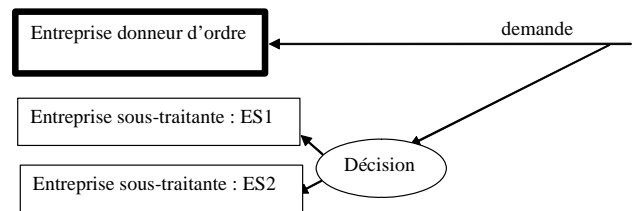


Figure 1. Problématique industrielle

Du point de vue fiabilité, la gestion de maintenance pour l'entreprise donneur d'ordre permet d'améliorer la fiabilité de ses équipements. Contrairement aux entreprises sous-traitantes, la gestion de maintenance de leurs machines n'est pas gérée par l'entreprise donneur d'ordre qui ne peut pas agir pour l'amélioration de la fiabilité. Les seules données connues des deux sous-traitants sont leurs disponibilités et leurs coûts de production. Le problème est de gérer économiquement le soutien productique des deux entreprises sous-traitantes afin de profiter de leurs avantages.

3. MISE EN EQUATION DU PROBLEME INDUSTRIEL

On suppose dans cette étude que l'entreprise donneur d'ordre est présentée par une machine M fabriquant un seul type de produit. La machine M doit satisfaire une demande client à débit et à périodicité constants. Etant donné que la cadence de production maximale U_{max}^M de la machine M est inférieure à la demande client d , on fait appel à la sous-traitance pour compléter le reste de la demande. La sous-traitance est représentée par une des deux machines suivantes: La première machine sous-traitante, notée par MS1, représente la première entreprise sous-traitante, et la deuxième machine sous-traitante, notée MS2, représente la deuxième entreprise sous-traitante. On suppose que la cadence de production maximale assurée par chacune des deux machines sous-traitantes est identique et notée par U_{max}^s sous les conditions suivantes : $U_{max}^M < d$, $U_{max}^s < d$ et $U_{max}^M + U_{max}^s \geq d$. Du point de vue fiabilité, on suppose que la loi de dégradation de la machine M est de type Weibull dont le taux de pannes est croissant avec l'usage. La machine M est soumise à une politique de maintenance préventive dont le but est de réduire l'occurrence de ses pannes. Les machines sous-traitantes MS1 et MS2 ne sont pas sous contrôle du point de vue de la maintenance puisqu'elles

se situent chez les entreprises sous-traitantes. Elles imposent des périodes d'indisponibilité aléatoires dans le temps. Par conséquent, on a supposé dans cette étude que les seules données connues pour les deux machines sous-traitantes sont leurs taux de services et leurs coûts unitaires de production. On suppose que la première machine sous-traitante MS1 possède un taux de service inférieur à la deuxième machine sous-traitante MS2. Par la suite, le coût unitaire de production de la machine sous-traitante MS2 est supposé supérieur à celui de MS1. La figure 2 schématise notre système de production composé de la machine donneur d'ordre M et des deux machines sous-traitantes :

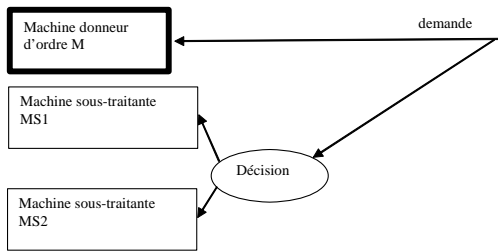


Figure 2. Description du problème

3.1 Notations

f : Fonction de densité de probabilité associée à la durée du temps de bon fonctionnement de la machine M
 F, R : Fonction de défaillance et de fiabilité de la machine M .
 m : L'âge de la maintenance préventive pour la machine M .
 μp : Moyenne de temps pour une action de maintenance préventive pour la machine M .
 μc : Moyenne de temps pour une action de maintenance corrective pour la machine M .
 W : La durée de bon fonctionnement de la machine M .
 D : La durée des actions de maintenance de la machine M .
 $E(W)$: La durée moyenne de bon fonctionnement de la machine M .
 $E(D)$: La durée moyenne des actions de maintenance de la machine M .
 d : La quantité de la demande par unité de temps.
 U_{max}^M : La cadence de production maximale par unité de temps de la machine M .
 U_{max}^s : La cadence de production maximale par unité de temps de chacune des deux machines sous-traitantes.
 Cmc : Coût d'une action de maintenance corrective pour la machine M .
 Cmp : Coût d'une action de maintenance préventive pour la machine M .
 Cpr : Le coût unitaire de production de la machine M .
 $Cpr1$: Le coût unitaire de production de la machine sous-traitante MS1.
 $Cpr2$: Le coût unitaire de production de la machine sous-traitante MS2 ($Cpr1 < Cpr2$).
 β_1 : Le taux de service de machine sous-traitante MS1. MS1, ie, $\beta_1 = ((\text{nombre de demandes satisfaites par MS1} / \text{nombre total de demandes})$ sur une période de temps constante).

constante).

β_2 : Le taux de service de la machine sous-traitante MS2, ie, $\beta_2 = ((\text{nombre de demandes satisfaites par MS2} / \text{nombre total de demandes})$ sur une période de temps constante) ($\beta_1 < \beta_2$)

Cl : Le coût unitaire de demandes perdues.

Etat 1 : Machine disponible.

Etat 0 : Machine non disponible.

3.2 Politique de commande

La politique de commande adoptée pour notre système de production est définie par :

$$U(t) = (u_1, u_2) = \begin{cases} (U_{max}^M, d - U_{max}^M) & \text{Si } \{M, MSi\} \in \{1,1\}, \\ (U_{max}^M, 0) & \text{Si } \{M, MSi\} \in \{1,0\}, \\ (0, U_{max}^s) & \text{Si } \{M, MSi\} \in \{0,1\}, \\ (0, 0) & \text{Si } \{M, MSi\} \in \{0,0\}. \end{cases}$$

Avec

$(u_1, u_2) = (\text{Cadence de production de } M, \text{Cadence de production de } MSi)$ avec $i \in \{1,2\}$

4. ETUDE DE LA STRATEGIE DU SOUS-TRAITANT UNIQUE

4.1 Description de la stratégie

On suppose dans cette stratégie qu'on va adopter un sous-traitant unique. Le but de cette étude est de choisir entre les deux machines sous-traitantes MS1 et MS2. Le choix sera pris selon un critère économique. En effet, on va considérer deux politiques, notées respectivement π^1 et π^2 . Pour la politique π^1 , on adopte MS1 comme machine sous-traitante et pour π^2 , on adopte MS2 comme machine sous-traitante. Par la suite, on compare analytiquement les deux stratégies en terme de coût total moyen par unité de temps des actions de maintenance, de production et des demandes perdues, pour distinguer entre les deux.

4.2 Politique de maintenance

Concernant cette stratégie, la politique de maintenance adoptée pour notre système de production est une politique de maintenance préventive de type âge défini ainsi:

$$PM(m) = \left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} \text{Effectuer les actions de maintenance préventive pour la machine } M \\ \text{à l'âge de la maintenace préventive prévue } m \end{array} \right) \\ \text{ou} \\ \left(\begin{array}{l} \text{Effectuer les actions de maintenance corrective pour la machine } M \\ \text{si elle tombe en panne avant l'âge de la maintenace préventive prévue } m \end{array} \right) \end{array} \right\}$$

Quant aux machines sous-traitantes MS1 et MS2, on a supposé qu'on ne gère pas leurs actions de maintenance. Suite à cette hypothèse et à la politique de maintenance adoptée, on considèrera dans notre étude que le cycle de production commence quand la machine M est en état de fonctionnement et la fin du cycle correspond à la fin de la phase de maintenance effectuée sur la machine M .

4.3 Expression analytique des deux politiques proposées

Pour la première politique, on considère la machine MS1 comme machine sous-traitante. L'expression analytique du coût total moyen par unité de temps des actions de maintenance et des demandes perdues pour cette politique est exprimée ainsi :

$$CT\pi^1 = \frac{Cpr \times E(W) \times U_{\max}^M + Cpr1 \times \beta_1 [E(W)(d - U_{\max}^M) + E(D) \times U_{\max}^s] + Cl [E(W)(1 - \beta_1)(d - U_{\max}^M) + E(D)(d - \beta_1 U_{\max}^s)] + Cmc \times F(m) + Cmp \times R(m)}{\int_0^m R(t)dt + F(m)\mu_c + R(m)\mu_p}$$

Démonstration :

**Concernant le coût de production:*

$E(W)$ représente la durée moyenne du temps de bon fonctionnement de la machine M. On rappelle que pendant cette période, la cadence de production de la machine M est maximale et est présentée par U_{\max}^M . Par conséquent, le coût de production assurée par la machine M pendant sa période de bon fonctionnement est défini par :

$$Cpr \times E(W) \times U_{\max}^M \quad (1)$$

Dans cette même période de bon fonctionnement de la machine M, quand la demande arrive, la machine sous-traitante MS1 est censée assurer le reste de la quantité totale de la demande (ie : $d - U_{\max}^M$). Par contre, la machine sous-traitante MS1 possède un taux de service β_1 . Par la suite, la quantité de la demande satisfaite la machine sous-traitante MS1, pendant la période de bon fonctionnement de la machine M, est de l'ordre de $\beta_1 \times (d - U_{\max}^M) \times E(W)$. Par conséquent, le coût de production assurée par la machine sous-traitante MS1 pendant la période de bon fonctionnement de M est défini par :

$$Cpr1 \times \beta_1 \times E(W) \times (d - U_{\max}^M) \quad (2)$$

Pour chaque demande survenue pendant la période de maintenance D de la machine M, la machine sous-traitante MS1 satisfait une quantité U_{\max}^s de la totalité de la demande d. On rappelle aussi que le taux de service de la machine sous-traitante MS1 est β_1 . Par la suite, la quantité de demandes satisfaites par la machine sous-traitante MS1 est exprimée ainsi: $\beta_1 \times E(D) \times U_{\max}^s$.

Par conséquent, le coût de la production assurée par la machine sous-traitante MS1 pendant la période de maintenance D de la machine M est défini par :

$$Cpr1 \times \beta_1 \times E(D) \times U_{\max}^s \quad (3)$$

En utilisant les équations (1), (2) et (3), on établit le coût total de production pendant tout le cycle. Ce coût est exprimé ainsi :

$$Cpr \times E(W) \times U_{\max}^M + Cpr1 \times \beta_1 [E(W)(d - U_{\max}^M) + E(D) \times U_{\max}^s] \quad (4)$$

**Concernant le coût des demandes perdues :*

Pendant la période de bon fonctionnement de la machine M, les demandes perdues sont causées seulement par la

machine sous-traitante MS1, vu son taux de service β_1 . Il est clair que la quantité des demandes perdues pendant cette période représente le complément de la quantité des demandes satisfaites par rapport à la quantité totale de la demande pendant la période de bon fonctionnement W de la machine M. Par la suite, la quantité de demandes perdues pendant la période de bon fonctionnement W de la machine M est exprimée ainsi :

$$(1 - \beta_1) \times (d - U_{\max}^M) \times E(W) \quad (5)$$

Quant aux demandes survenues pendant la période de maintenance D de la machine M, elles ne sont pas satisfaites par la machine M, étant donné que la machine M est sous action de maintenance. Par contre, la machine sous-traitante MS1 répond à une partie de ses demandes, vu que son taux de service est β_1 . On rappelle que, dans cette période de maintenance D de la machine M, chaque demande que la machine sous-traitante MS1 arrive à traiter, est satisfaite par une quantité U_{\max}^s de la totalité d de la demande. Par la suite, pour chaque demande satisfaite par la machine sous-traitante MS1, on a une quantité de demandes perdues de $(d - U_{\max}^s)$. Quant aux restes des demandes non satisfaites par la machine sous-traitante MS1, la totalité de la demande d est perdue. Par conséquent, la quantité totale des demandes perdues pendant la période de maintenance de la machine M est exprimée ainsi :

$$\begin{aligned} & \beta_1 \times E(D) \times (d - U_{\max}^s) + (1 - \beta_1) E(D) d \\ &= E(D) \left[(d - U_{\max}^s) \beta_1 + (1 - \beta_1) d \right] \\ &= E(D) (d - \beta_1 U_{\max}^s) \end{aligned} \quad (6)$$

A partir des équations (5) et (6), on déduit le coût total des demandes perdues pendant tout le cycle de production :

$$Cl [E(W)(1 - \beta_1)(d - U_{\max}^M) + E(D)(d - \beta_1 U_{\max}^s)] \quad (7)$$

**Concernant le coût des actions de maintenance :*

Etant donné qu'on ne gère pas les actions de maintenance de la machine sous-traitante MS1, on ne prend en considération que le coût des actions de maintenance liées à la machine M. D'après la politique de maintenance adoptée (section 3-2) pour la machine M, ce coût est exprimé ainsi :

$$Cmc \times F(m) + Cmp \times R(m) \quad (8)$$

**Concernant la durée du cycle de production:*

D'après le théorème de (Cox, 1962), la durée moyenne du cycle de production est exprimée ainsi:

$$\int_0^m R(t)dt + F(m)\mu_c + R(m)\mu_p \quad (9)$$

En utilisant les équations 4, 7, 8 et 9, on peut enfin établir l'expression du coût total moyen par unité de temps, intégrant les actions de maintenance, de production et des demandes perdues :

$$CT\pi^1 = \frac{Cpr \times E(W) \times U_{\max} + Cpr1 \times \beta_1 [E(W)(d - U_{\max}^M) + E(D) \times U_{\max}^S] + Cl [E(W)(1 - \beta_1)(d - U_{\max}^M) + E(D)(d - \beta_1 U_{\max}^S)] + Cmc \times F(m) + Cmp \times R(m)}{\int_0^m R(t) dt + F(m)\mu_c + R(m)\mu_p} \quad (10)$$

Pour la deuxième politique, où l'on considère la machine MS2 comme machine sous-traitante, l'expression analytique du coût total moyen par unité de temps des actions de maintenance et des demandes perdues pour cette deuxième politique est exprimée ainsi :

$$CT\pi^2 = \frac{Cpr \times E(W) \times U_{\max} + Cpr2 \times \beta_2 [E(W)(d - U_{\max}^M) + E(D) \times U_{\max}^S] + Cl [E(W)(1 - \beta_2)(d - U_{\max}^M) + E(D)(d - \beta_2 U_{\max}^S)] + Cmc \times F(m) + Cmp \times R(m)}{\int_0^m R(t) dt + F(m)\mu_c + R(m)\mu_p} \quad (11)$$

Démonstration (similaire à celle de la première politique)

4.4 Décision optimale

Pour déterminer lequel des deux sous-traitants choisir, on a comparé analytiquement les coûts totaux moyens établis pour chacune des deux politiques, afin de choisir la politique la plus économique. Par cette étude, on a établi le lemme suivant :

Lemme :

Si $Cl > Cl_{decision}$ la politique π^2 est plus économique que la politique π^1 , avec :

$$Cl_{decision} = (Cpr2 \times \beta_2 - Cpr1 \times \beta_1) / (\beta_2 - \beta_1).$$

Formellement:

$$Cl > Cl_{decision} \Leftrightarrow CT\pi^2 - CT\pi^1 \leq 0$$

\Leftrightarrow la politique π^2 est plus économique que la politique π^1

Avec:

$$Cl_{decision} = \frac{(Cpr2 \times \beta_2 - Cpr1 \times \beta_1)}{(\beta_2 - \beta_1)}$$

Démonstration :

Il est facile d'établir ce lemme en faisant la différence entre les expressions analytiques des coûts totaux moyens des deux politiques (voir section 4-3).

5. LA STRATEGIE DE COMMUTATION DES SOUS-TRAITANTS

5.1 Description de la stratégie

Pour profiter des avantages des deux machines sous-traitantes d'une façon économique, on a développé une nouvelle stratégie basée sur la commutation. Cette stratégie consiste à compter sur la première machine sous-traitante MS1, pendant la période de fonctionnement de la machine M, puis de commuter à la deuxième machine sous-traitante MS2, à partir d'une certaine date x , ne dépassant pas la date de la maintenance préventive prévue pour la machine M.

5.2 Politique de commande

La politique de commande adoptée est identique à celle décrite dans la section 3.2.

5.3 Politique de maintenance

Pour cette stratégie de commutation entre sous-traitants, on va appliquer une politique de maintenance de type block pour la machine M. Quant aux machines sous-traitantes, on ne gère pas leurs actions de maintenance. Formellement, la politique de maintenance est définie par :

$$PM(kT) = \left\{ \begin{array}{l} \left(\begin{array}{l} \text{Effectuer les actions de maintenance préventive} \\ \text{pour la machine M tous les } kT \quad K \in \mathbb{N} \end{array} \right) \\ \text{et} \\ \left(\begin{array}{l} \text{Effectuer les actions de maintenance corrective} \\ \text{pour la machine M pour chaque panne} \end{array} \right) \end{array} \right\}$$

Avec :

kT représente la périodicité des actions de maintenance préventive.

Suite à cette hypothèse et à la politique de maintenance adoptée, on considèrera que le cycle de production commence quand la machine M est en état de fonctionnement et la fin du cycle correspond à la fin de la phase de maintenance préventive effectuée sur la machine M . Ainsi, à partir de la date, x la machine MS2 permet de compléter la demande jusqu'à la fin du cycle de la machine M .

5.4 Données numériques

La loi de dégradation de la machine M est de type Weibull, de paramètres de forme $\alpha = 2$ et d'échelle $\beta = 100$. Les actions de maintenance corrective et préventive suivent des lois exponentielles de moyennes respectives $\mu_c = 20$ ut et $\mu_p = 5$ ut. Les autres données du problème sont présentées ainsi : $Cpr = 2$ um, $Cpr1 = 5.5$ um, $Cpr2 = 18$ um, $Cl = 40$ um, $\beta_1 = 60\%$, $\beta_2 = 90\%$, $d = 30$ /ut, $U_{\max} = 20$ /ut, $U_{\max}^S = 20$ /ut, $Cmc = 3000$ um, et $Cmp = 500$ um, avec um et ut représentant respectivement l'unité monétaire et l'unité de temps.

5.5 Optimisation de la stratégie

L'optimisation de la politique de commutation des sous-traitants consiste à déterminer la date optimale x^* , à laquelle on commute au second sous-traitant et minimisant le coût total moyen par unité de temps intégrant la production, les actions de maintenance et les demandes perdues. On note que la période de la maintenance préventive T considérée serait la période optimale T^* minimisant le coût total moyen par unité de temps des actions de maintenance. On rappelle aussi que la date de commutation optimale x^* doit être inférieure à la période de la maintenance préventive KT^* considérée.

Dans un premier temps, nous allons déterminer la périodicité optimale KT^* de la maintenance préventive. Dans un second temps, nous allons procéder à la détermination

de la date optimale de commutation x^* sous la contrainte $x^* < T^*$.

* Détermination de KT^* :

Il est facile de voir que T^* est la solution de l'équation (12) :

$$\left. \frac{dCTm}{dT} \right|_{T=T^*} = 0 \quad (12)$$

Avec :

$$CTm = \frac{Cmp + N(T)Cmc}{T + \mu_p} \quad (13)$$

CTm : Le coût total moyen par unité de temps des actions de maintenance.

$N(T)$: Le nombre moyen de pannes pendant la période T .

La figure 3 représente la courbe du CTm en fonction de la période de maintenance préventive T .

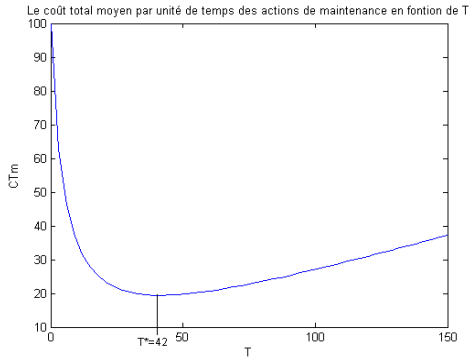


Figure 3. Courbe de CTm en fonction de T

A l'aide de Matlab, on a obtenu $T^*=42$ ut.

* Détermination de x^*

L'expression analytique du coût total moyen par unité de temps intégrant la production, les actions de maintenance et des demandes perdues, CT en fonction de la date x est définie ainsi :

$$CT(x) = \frac{\left(\begin{array}{l} \text{Coût de production} \\ + \text{Coût des demandes perdues} \\ + \text{Coût des actions de maintenance} \end{array} \right)}{\text{Durée moyenne du cycle}} \quad (14)$$

Avec :

Coût de production=

$$\begin{aligned} & Cpr \times U_{\max}^M [T^* - N(T^*) \mu_c] \\ & + \beta_1 \times Cpr1 [N(x) \times \mu_c \times U_{\max}^S + (x - N(x) \times \mu_c)(d - U_{\max}^M)] \\ & + \beta_2 \times Cpr2 \left[\begin{array}{l} (N(T^* - x) \times \mu_c) U_{\max}^S \\ + ((T^* - x) - N(T^* - x) \times \mu_c)(d - U_{\max}^M) + \mu_p U_{\max}^S \end{array} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

Avec

$N(x)$ est nombre moyen de pannes pendant la période x .

$N(T^* - x)$ est nombre moyen de pannes pendant la période $T^* - x$.

Coût des demandes perdues=

$$\left[\begin{array}{l} (1 - \beta_1) N(x) \times \mu_c \times d + (1 - \beta_1)(x - N(x) \mu_c)(d - U_{\max}^M) \\ + \beta_1 N(x) \times \mu_c \times (d - U_{\max}^S) \\ (1 - \beta_2)(N(T^* - x) \times \mu_c \times d) + (1 - \beta_2)((T^* - x) - N(T^* - x) \times \mu_c)(d - U_{\max}^M) \\ + \beta_2 (d - U_{\max}^S) + N(T^* - x) \times \mu_c \\ + \beta_2 (d - U_{\max}^S)(\mu_p) + (1 - \beta_2)(\mu_p d) \end{array} \right] \quad (16)$$

$$\text{Coût des actions de maintenance} = Cmp + N(T^*)Cmc \quad (17)$$

$$\text{La durée moyenne du cycle} = T + \mu_p \quad (18)$$

Démonstration :

Le coût de production et de demandes perdues dans cette partie est similaire au coût établi dans la section 4.2. Seulement, dans cette partie, le calcul des coûts est établi sur trois périodes du cycle : La première période, x , qui correspond à la période de bon fonctionnement de la machine M et pendant laquelle on adopte la machine $MS1$ comme machine sous-traitante, la deuxième période, ' $T-x$ ', où l'on ait toujours dans la période de bon fonctionnement de M ; seulement, on a commuté à la machine $MS2$ pour l'adopter comme machine sous-traitante, et la troisième période, qui correspond à la période de maintenance de la machine M et où l'on continue toujours à adopter la machine $MS2$ comme machine sous-traitante. Dans l'expression du coût, on a considéré, pour chaque période, la machine sous-traitante adoptée selon la stratégie décrite dans la section 5.1.

La date de commutation, optimale, x^* est la solution de l'équation suivante :

$$\left. \frac{dCT}{dx} \right|_{x=x^*} = 0 \quad (19)$$

La figure 4 représente la courbe du coût total moyen par unité de temps intégrant la production, les actions de maintenance et des demandes perdues CT en fonction de la date de commutation x .

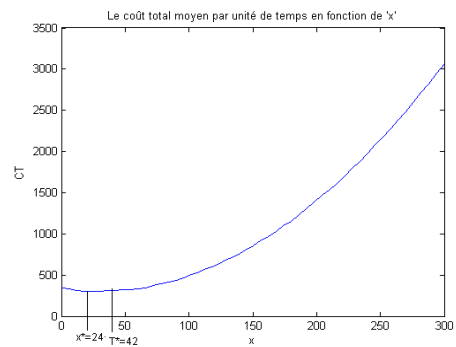


Figure 4. Courbe de CT en fonction x

A l'aide de Matlab, on a déduit que $x^*=24$ ut.

Remarque :

Pour la détermination de x^* , on a tenu compte de la condition $x < T^*$.

Formellement, il est économique de compter sur la machine sous-traitante MS1 et de commuter à la machine sous-traitante MS2 à la date $x^*=24$ ut.

6. CONCLUSION

Dans cette étude, on s'est intéressé à une problématique industrielle contemporaine qui est la sous-traitance de la production. On a mis en équation une problématique générale pour en déduire un problème réduit abordable. En effet, le problème étudié dans ce papier consiste en une machine M fabriquant un seul type de produit. La machine M doit satisfaire une demande client à débit et à périodicité constants. Etant donné que sa cadence de production maximale est inférieure à la demande client, on a fait appel à la sous-traitance pour compléter le reste de la demande. Le problème est de gérer économiquement le soutien productique de machines sous-traitantes qui diffèrent par leur taux de service et leur coût unitaire de production. Une des deux machines possède un taux de services faible et, par conséquent, un coût unitaire de production moins élevé. Par contre, l'autre dispose d'un taux de service et d'un coût unitaire de production élevés. Du point de vue fiabilité, on a supposé que le taux de pannes de la machine M est croissant avec l'usage. La machine M est soumise à une politique de maintenance préventive dont le but est de réduire l'occurrence des pannes. Les machines sous-traitantes ne sont pas sous contrôle du point de vue de la maintenance.

Dans un premier temps, on a considéré la stratégie du sous-traitant unique. A l'aide d'une étude analytique, on a établi un théorème qui prouve que le choix économique du sous-traitant unique, parmi les deux sous-traitants, est conditionné par la valeur de coût unitaire de demandes perdues.

Dans un second temps, on a défini une deuxième politique de commutation entre les sous-traitants, qui consiste à adopter la machine, qui possède un taux de service faible, comme machine sous-traitante jusqu'à une date x inférieure à la période de la maintenance préventive prévue T . A partir de la date x , on commute à l'autre machine sous-traitante pour l'adopter comme machine sous-traitante jusqu'à la fin du cycle. On a optimisé la stratégie développée pour déterminer la date optimale x^* à laquelle on commute à l'autre machine sous-traitante. Dans la perspective de l'approche proposée, nous envisageons d'étendre le problème pour plusieurs sous-traitants.

REFERENCES

Abdelnour G., Duddek R.A., Smith M.L, 1995. Effect of maintenance policies on just-in-time production system. *International Journal of Production Research*, vol. 33, pp 565-585, 1995.

Ben-Daya M, 2002. The Economic Production Lot-sizing Problem With Imperfect Production Processes And Imperfect Maintenance. *International Journal of Production Economics*, vol. 76, pp 257-264, 2002.

Buzacott J.A., Shanthikumar J.G, 1992. Stochastic models of manufacturing systems. *Prentice-Hall, Englewood Cliff, NJ*, 1992.

Chan F.T.S, 2001. Simulation analysis of maintenance policies in a flow line production system. *International Journal of Computer Applications in Technology*, vol. 14, n° 1-3, pp 78-86, 2001.

Dallery Y., Gershwin S.B, 1992. Manufacturing flow line systems: a review of models and analytical results. *Queueing Systems*, vol. 12, pp 3-94, 1992.

Dohi T., Hiroyuki O., Shunji O, 2001. Optimal control of preventive maintenance schedule and safety stocks in an unreliable manufacturing environment. *International Journal of Production Economics*, vol. 74, Issues 1-3, pp 147-155, December 2001.

Dellagi S., Rezg N., Chelbi A, 2005. Contribution à l'élaboration d'une politique de commande optimale intégrant la maintenance : Cas d'une demande aléatoire. 6ème Congrès international de Génie industriel, Besançon, France, Juin, 2005.

Dellagi S., Rezg N., Xie X, 2007. Preventive Maintenance of Manufacturing Systems Under Environmental Constraints. *International Journal of Production Research*, vol. 45, Issue 5, p 1233-1254, Mars 2007

Gharbi A., Kenne J.P, 2000. Production and corrective maintenance planning of FMS through simulation optimisation. 4th International Conference on Engineering Design and Automation, Orlando, Florida, USA, 2000.

Kenne J.P., Gharbi A, 2001. A simulation optimization approach in production planning of failure prone manufacturing systems. *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 12, Issue 5/6, pp 421-431, 2001.

Rezg, N., Xie X., Mati Y, 2004. Joint optimisation of preventive maintenance and inventory control in a production line using simulation. *International Journal of Production Research*, 44, pp 2029-2046. 2004.

Van Bracht E, 1995. Performance analysis of a serial production line with machine breakdowns. *IEEE Symposium on Emerging Technologies & Factory Automation*, vol. 3, pp. 417-424, 1995.

Xie X.L, 1993. Performance analysis of a transfer line with unreliable machines and finite buffers. *IIE Transactions*, vol. 25, n° 1, pp 99-108, 1993.

Fernand Amesse, Liliana Dragoste, Jean Nollet and Silvia Ponce, 2001. Issues on partnering: evidences from subcontracting in aeronautics. *Technovation* 21 (2001) 559-569

Ulla Lehtinen, 1999. Subcontractors in a partnership environment: A study on changing manufacturing strategy. *International Journal of Production Economics*, 60-61 (1999) 165-170

J.W.M. Bertrand and V. Sridharan, 2001. A study of simple rules for subcontracting in make-to-order manufacturing. *European Journal of Operational Research*, 128 (2001) 509-531

Poul Houman Andersen, 1999. Organizing international technological collaboration in subcontractor

relationships: an investigation of the knowledge-stickiness problem. *Research Policy*, 28_1999.625–642

Berry, 1997. SME competitiveness: the power of networking and subcontracting. Washington D.C.: Inter-American Development Bank, (Found In Mitsuhiro Hayashi, 2002).

Raffaella Cagliano and Gianluca Spina, 2002. A comparison of practice-performance models between small manufacturers and subcontractors. *International Journal of Operations & Production Management*; 2002; 22, 12; Academic Research Library pg. 1367

Cox, 1962. *Renewal theory*. Methuen, 1962.