

# LE MODELE THEORIQUE DU JOB-SHOP COMME OUTIL D'EVALUATION DES FLUX PHYSIQUES ET FINANCIERS DE LA CHAINE LOGISTIQUE

**Pierre FENIES**

Université Blaise Pascal, LIMOS  
(CNRS UMR 6158), BP 10125,  
63173 Aubière Cedex  
Mél : fenies@sp.isima.fr

**Philippe LACOMME**

Université Blaise Pascal, LIMOS  
(CNRS UMR 6158), BP 10125,  
63173 Aubière Cedex  
Mél : placomme@sp.isima.fr

**Alain QUILLIOT**

Université Blaise Pascal, LIMOS  
(CNRS UMR 6158), BP 10125,  
63173 Aubière Cedex  
Mél : quilliot@sp.isima.fr

**RESUME :** Ce papier concerne la planification opérationnelle de la chaîne logistique. L'absence d'outil d'aide à la décision intégrant l'ensemble des flux financiers et physiques nuit à l'organisation de la chaîne logistique car elle ne permet pas une résolution conjointe de problèmes pourtant dépendant les uns des autres (fabrication et gestion de trésorerie). Nous proposons de modéliser la chaîne logistique comme un job-shop en intégrant deux critères financiers : la trésorerie disponible à tout instant durant le processus de fabrication et la trésorerie minimale en dessous de laquelle on ne doit pas descendre faute de quoi la pérennité des sociétés composant la chaîne logistique pourrait être remise en cause. D'un point de vue théorique, notre objectif est d'inclure dans le modèle du job-shop des flux financiers et de construire un graphe disjonctif prenant en compte des contraintes de disponibilités de ressources sur les machines et des contraintes de disponibilités financières. Le problème des disponibilités financière se modélise comme un problème de flot. Ainsi étendu, le job-shop modélise plus fidèlement la chaîne logistique. Ce travail de modélisation est complété par la proposition d'un schéma d'optimisation.

**MOTS-CLES :** *Job-Shop, graphe disjonctif, flux financiers flux physiques, chaîne logistique, supply chain*

## 1. INTRODUCTION

Ce papier propose une approche opérationnelle permettant de relier ordonnancement et gestion de trésorerie dans une optique de Supply Chain Management. La littérature est relativement abondante mais ne concerne que l'analyse des flux physiques sur les flux financiers au niveau stratégique. Au niveau opérationnel comme au niveau tactique, peu de travaux proposent de lier flux physiques et flux financiers au niveau de la planification alors que l'intérêt managérial pour des solutions opérationnelles apparaît évident (Vickery *et al.*, 2003).

L'objectif de notre travail est de mettre en évidence les relations existantes entre flux physiques et flux financiers dans la Supply Chain puis d'intégrer les aspects financiers de gestion de trésorerie dans les problèmes de planification opérationnelle pour une Supply Chain interne (la Supply Chain d'une multinationale). Notre approche est basée sur une généralisation du modèle théorique du *job-shop* par une intégration des critères financiers. Nos travaux intègrent la position de trésorerie (Cash Position en Anglais) dans les travaux classiques relevant du *job-shop*. Nos travaux se situent à la frontière de la gestion de production (domaine des sciences pour l'ingénieur) et de la gestion financière des entreprises (domaine appartenant aux sciences de gestion).

La première section (partie 2) présente une description générale du problème ainsi qu'une revue de la littérature décrivant les problèmes de *job-shop* et les approches de gestion financière pour la gestion de production. La deuxième section (partie 3) présente nos

travaux de modélisation à l'aide du *job-shop* pour l'optimisation du cash flow dans la Supply Chain. La troisième section (partie 4) propose un schéma global d'optimisation pour ce problème intégrant critères financiers et physiques. Nous utilisons tout au long de l'article un exemple très simple pour illustrer nos travaux.

## 2. MODELISATION DES FLUX D'UNE SUPPLY CHAIN.

Une Supply Chain est soumise à une charge (c'est l'ensemble des commandes des clients, l'ensemble des prévisions commerciales) qu'elle doit absorber au mieux pour atteindre les objectifs globaux (disposer rapidement de produits et/ou de services) et des objectifs financiers. Les différents types de problèmes évoqués dans la littérature (*i.e.* conception, configuration, pilotage) demandent des niveaux de détails différents lors des études de modélisation afin d'apporter une aide à la décision. D'un point de vue opérationnel ou tactique, pour un réseau existant, les acteurs collaborent (figure 1) dans la Supply Chain en optimisant la circulation des flux physiques avec comme objectif de satisfaire les demandes des clients dans des délais acceptables, tout en générant de la valeur financière sous forme de cash flows pour les différentes organisations appartenant à la Supply Chain. C'est parce qu'il y a création de valeur financière (cash flow) pour les acteurs qui composent la Supply Chain que celle-ci existe. Une Supply Chain peut se définir comme un ensemble de « business units »

coordonnées par un processus logistique intégré. L'appartenance d'une « business unit » à tel ou tel groupe industriel ne présente pas de caractère d'importance lors de l'analyse des processus logistiques d'une Supply Chain externe, tandis qu'elle permet de contractualiser les relations dans le cadre d'une Supply Chain interne. Un cash flow (CashF) se mesure sur un horizon donné et se calcule comme la différence entre deux positions de trésorerie (CashP) à deux instants différents. Il correspond à l'accroissement des ressources financières du système concerné sur un horizon donné.

$CashF(t_i, t_j) = CashP(t_j, S) - CashP(t_i, S)$  où  $S$  est le système concerné.

Lorsque l'horizon de planification n'est pas borné (absence de due date sur les jobs), le cash flow entre la date de début de production et la date de fin du dernier job sur la dernière machine est constant quelque soit l'ordonnancement proposé. Par contre à chaque ordonnancement est associé une trajectoire différente de la position de trésorerie (CashP). Une position de trésorerie satisfaisante permet d'assurer le paiement des

fournisseurs, mais aussi de réaliser des investissements et des placements financiers.

Une « business unit » (dans la suite nous parlerons aussi de machine) est associée une position de trésorerie. La position de trésorerie de la supply chain à un instant  $t_i$  est la somme des positions de trésorerie de ses « business units ».

$$CashP(t_i, S) = \sum_j CashP(t_i, M_j) \quad \text{où } M_j \text{ est la « business unit » } j.$$

Le  $CashMin(M_j)$  est la position de trésorerie minimale acceptable pour la « business unit »  $M_j$ . Le  $cashmin(S)$  est la position de trésorerie minimale en dessous de laquelle la position de trésorerie de la supply chain ne doit pas descendre. On doit avoir pour la supply chain :

$$\forall i \quad CashP(t_i, S) \geq CashMin(S)$$

$$\text{De même : } \forall M_j, \forall i \quad CashP(t_i, M_j) \geq CashMin(M_j)$$

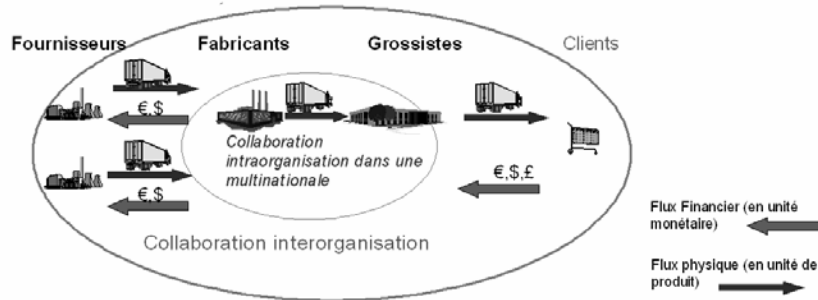


Figure 1. Flux physique et flux financier dans une Supply Chain

La figure 2 montre les liens existant entre les différents facteurs clés de succès (ou directement l'indicateur de

performance) pour une « business unit » de la Supply Chain et le cash flow.

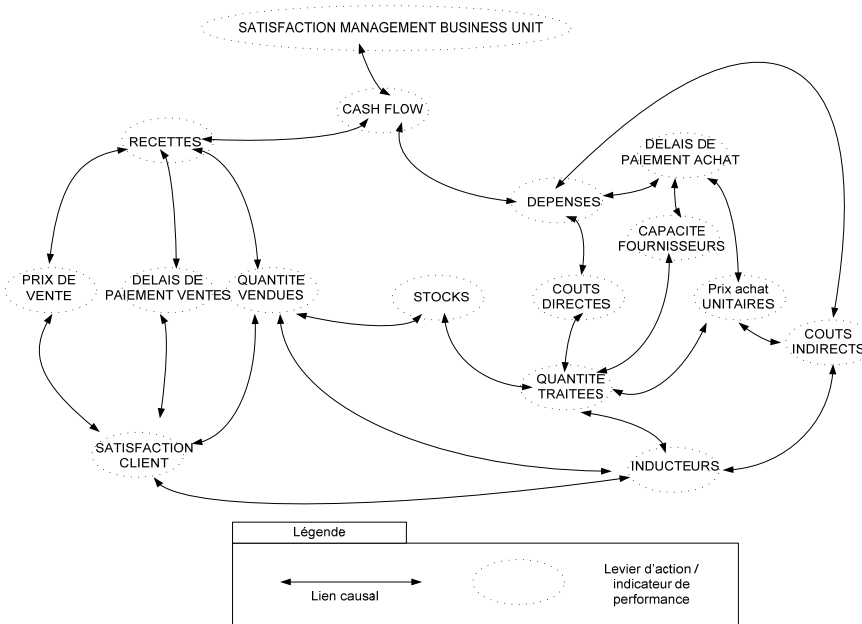


Figure 2. Leviers d'action pour une planification opérationnelle des flux physiques et financiers de la Supply Chain

Le problème du gestionnaire de trésorerie a été simplement formulé par (Baumol, 1952) comme un problème de gestion des stocks en contexte incertain. Le processus de gestion de trésorerie qui est maintenant utilisé dans la plupart des directions financières suppose qu'il est impossible d'avoir une prévision exacte de la position de trésorerie car le flux de recettes dépend des délais clients qui sont aléatoires (Miller and Orr, 1966). (Orgler, 1969) refuse les hypothèses de Miller et Orr. En effet, les dépenses sont stochastiques d'un point de vue date mais déterministes d'un point de vue montant. Il propose de déterminer les décaissements à l'aide d'un modèle déterministe. De plus, si une part des recettes sont incertaines, elles sont néanmoins prévisibles. Aussi, de nombreux programme linéaires optimisent les cash flows mais sont centrés exclusivement sur l'arbitrage placement / conservation des encaisses sur le compte courant (Graham and Harvey 2000, Badell *et al.*, 2005), mais pas centrés optimisation du flux physique alors que c'est lui qui ~~gère les opérations financières~~ gère les opérations financières. Les horizons opérationnels et tactiques de modéliser la Supply Chain comme un job-shop. Nous considérons à cet effet qu'une « business unit » de la Supply Chain peut être modélisée comme une machine, et une commande client par un job. Si les problèmes de flow-shop ont été largement étudiés dans la littérature (Lynn and Zang, 1999), et utilisés pour la modélisation de la Supply Chain (Bertel *et al.*, 2007), leur caractère restrictif ne leur permet pas de modéliser la Supply Chain d'une firme, mais seulement la Supply Chain d'un produit (ou d'une famille de produit). Dès lors, la modélisation de la Supply Chain comme un job-shop, problème plus général que le problème du flow-shop, assure la prise en compte de problématiques de gestion plus larges en permettant une modélisation simultanée de gammes différentes et de relations clients fournisseurs différentes dans la Supply Chain. Ainsi, un client d'une « business unit » pour un produit donné peut tout à fait devenir fournisseur de cette même « business unit » pour ~~le produit~~ le produit. Nous considérons pour le job-shop que des critères liés au flux physiques ( $C_{max}$ ,  $T_{max}$ ,  $L_{max}$ ,...) pour évaluer la qualité d'un ordonnancement. Nous introduisons deux critères financiers qui sont CashP (pour la position de la trésorerie) et CashF (pour le niveau de cash flow généré sur un horizon). Les problèmes d'ordonnancement de type job-shop ont été beaucoup étudiés dans la littérature mais le nombre d'articles abordant des extensions du job-shop est beaucoup plus réduit. Sur le problème du job-shop avec time-lags on peut remarquer que ce problème a été formalisé et identifié dès 1959 par Mitten (Mitten, 1959) et que depuis les articles traitant de cette notion pour le problème du job-shop ne sont pas très nombreux. En ce qui concernent le job-shop avec transport (robots additionnels), on peut remarquer les publications de Huring and Knust ou encore celles plus récentes de (Larabi *et al.*, 2007). D'autre part, la prise en compte de contraintes telles que des limitations sur la capacité des stocks à fait l'objet (par exemple) d'une publication récente par (Caumond *et al.*, 2007). La majorité des publications portent sur le makespan ce qui est aussi vrai pour la plupart des problèmes tels que le RCPSP, le

flow-shop et même l'open-shop. Notons que les critères retenus dans les différentes études sont des critères liés :

- à la durée d'exécution des opérations sur les machines (makespan, somme des retards...); ces durées d'exécution sont d'ailleurs utilisées par la plupart des heuristiques de construction;
- à l'ordre de passage des opérations sur les machines (ceci est aussi vrai pour le job-shop avec transport puisque le(s) robot(s) peut(peuvent) être considérés comme des machines supplémentaires) et obtenir ainsi une solution semi-active.

Que ce soit pour le job-shop ou pour le job-shop avec extensions, les méthodes efficaces utilisent généralement :

- une modélisation du problème sous la forme d'un graphe disjonctif non orienté représentant les contraintes du problème.
- une modélisation d'une solution sous la forme d'un graphe disjonctif orienté (graphe représentant une solution pour chaque disjonction machine).
- une évaluation du graphe par un algorithme de plus long chemin pour la détermination des dates au plus tôt d'exécution de chaque opération (recherche de solutions semi-actives).

Pour obtenir une méthode efficace il faut :

- une méthode permettant de générer des orientations du graphe sans introduire de cycle. Pour le job-shop par exemple, il existe plusieurs moyens de générer des graphes acycliques. L'un d'entre eux, par exemple, est dû à (Bierwirth, 1995) : il introduit la notion de vecteur par répétition dans lequel le numéro d'un job apparaît autant de fois qu'il y a d'opérations dans sa gamme. En parcourant le vecteur de gauche à droite, on introduit un arc disjonctif entre l'opération précédente (utilisant la même machine que l'opération courante) et l'opération courante.
- une méthode permettant de réaliser des améliorations locales. Les améliorations locales proposées dans la littérature sont toutes basées sur l'analyse du chemin critique dans le graphe. On peut citer (sans chercher à être exhaustif) : (Laarhoven *et al.*, 1992) (Grabowski, 1996) (Nowicki et Smutnicki, 1996) (Dell'Amico and Trubian, 1993). Certains auteurs ont étendus ces propositions à des problèmes plus généraux. Citons par exemple la proposition de Hurink et Knust (Hurink and Knust, 2005) qui concernent les problèmes de job-shop avec un robot de transport.
- des méthodes permettant de générer une ou plusieurs solution(s) initiale(s) suivant l'utilisation finale qui est faite : algorithme tabou, algorithme génétique, scatter search.... Les méthodes permettant de générer une ou plusieurs solution(s) initiale(s) reposent pour la plus part sur des principes introduits par Giffler et Thomson (Giffler and Thomson, 1960). L'idée consiste à ordonnancer une opération à la fois et à sélectionner l'opération par des règles de priorité.

Les méthodes proposées dans la littérature du job-shop et de ces extensions, permettent de parcourir l'ensemble des solutions semi-actives puisque ce sous-ensemble contient au moins une solution optimale. Nous montrons par la suite que dans le cas du job-shop avec flux financier,

l'ensemble des solutions semi-actives du job shop n'est plus dominant pour le job-shop avec flux financier, et nous donnons une modélisation efficace de ce problème. L'originalité de la modélisation proposée est d'unifier sur un modèle commun des contraintes portant sur les flux de pièces et des contraintes portant sur les flux financiers.

### 3. DEFINITION D'UN PROBLEME DE JOB-SHOP AVEC FLUX FINANCIERS

Dans cette section dédiée aux flux financiers, nous utilisons indifféremment les termes machines ou « business units » et indifféremment les termes job/produit ou pièce.

#### 3.1. Flux financiers : définition et exemple

Les flux financiers sont générés par des opérations d'achat et de ventes entre les « business units », ainsi qu'à des opérations entre les « business units » et les acteurs externes de la Supply Chain (fournisseurs externes, clients externes). Ces opérations sont liées :

- aux matières premières indispensables à la réalisation d'une opération ;
- aux opérations d'achat et deux ventes entre deux « business units » (opérations successives dans la gamme). Les ventes correspondent à la livraison d'un produit à une « business unit » c'est-à-dire à la fin d'une opération sur une machine. Toutes les opérations financières sont caractérisées par une durée de paiement et un montant. Les clients finaux sont supposés payer les produits finis après un délai fixé et à un prix donné.

Considérons le problème présenté en annexe auquel nous ajoutons 2 types de matières premières notées R1 et R2. Dans le cadre de la modélisation d'une Supply Chain, cela signifie la présence de 2 fournisseurs notés par F1 pour la ressource R1 et F2 pour la ressource R2. Le tableau 1 donne pour chaque opération les consommations de matières premières et les prix correspondants. Ces données complètent les données fournies en annexe qui ne concernent que la description d'un job-shop.

	Produit R1		Produit R2	
	Qté	Prix	Qté	Prix
Op1 Job 1	3	2	4	1
Op2 Job 1	1	1	1	1
Op3 Job 1	2	3	4	1
Op1 Job 2	4	1	1	1
Op2 Job 2	8	2	5	3
Op3 Job 2	2	3	4	1
Op1 Job 3	2	3	4	2
Op2 Job 3	3	2	4	5
Op3 Job 3	1	1	1	1

Tableau 1. Les consommations de matières premières pour chaque opération

Les achats auprès des fournisseurs F1 et F2 se font avec un délai de paiement qui dépend de la machine utilisée par l'opération du job. Cela signifie que les délais de paiement sont négociés par chaque « business unit »

(machine) auprès de chaque fournisseur. Ces délais sont représentés sur le tableau 2.

	Délai F1	Délai F2
Machine 1	2	1
Machine 2	1	1
Machine 3	5	1

Tableau 2. Délais de paiement pour chaque « business unit » pour chaque fournisseur

Chaque « business unit » livre le produit à la « business unit » suivante selon la gamme de fabrication et « facture » le produit semi-fini à un prix fixé en accordant un délai de paiement à la « business unit » suivante qui joue alors le rôle de client. Le tableau 3 donne les prix et les délais entre chaque opération de chaque job. Ainsi après la première opération du job 1, la machine 2 effectue un paiement à la machine 1 d'un montant de 12 après un délai de 2. Notons que le délai de paiement débute dès que la machine 2 (2<sup>ème</sup> opération du job 1) débute l'exécution de la deuxième opération du job 1.

	Mach.	Durée	Prix	Délais
Op1 Job 1	M1	10	12	2
Op2 Job 1	M2	20	24	3
Op3 Job 1	M3	10	40*	8
Op1 Job 2	M2	5	1	8
Op2 Job 2	M1	20	40	2
Op3 Job 2	M3	10	66*	12
Op1 Job 3	M3	10	2	3
Op2 Job 3	M1	10	15	5
Op3 Job 3	M2	5	20*	3

\* : facturation auprès du client final

Tableau 3. Facturation entre opération d'un même job

Les positions de trésorerie initiales et minimales sont données sur le tableau 4 et ceci pour toutes les machines. Remarquons que  $CashMin(S) \neq \sum_i CashMin(M_i)$  : en

effet on définit une position de trésorerie minimale pour une « business unit » qui peut très basse (-40 sur notre exemple) alors qu'on définit une position de trésorerie pour le système qui vaut 0 (on autorise pas de découvert pour l'ensemble de la supply chain).

	Position de trésorerie initiale $CashP(t_0, S)$	Position de trésorerie minimale $CashMin(M_j)$
Machine 1	24	-40
Machine 2	20	-40
Machine 3	24	-40
Supply Chain	68	0

Tableau 4. Position initiale et minimale pour les trois machines

Dans la gestion d'une Supply Chain une opération ne peut commencer que si et seulement si la position de trésorerie de la « business unit » le permet. Trouver une solution telle que la position de trésorerie est suffisante au début d'exécution de chaque opération, ne garantit pas que la position de trésorerie soit respectée pendant la totalité

d'exécution de l'opération. On retrouve ici la même problématique que dans la gestion de production où on réalise un équilibre charge/capacité au niveau mois puis au niveau semaine puis au niveau jour.

### 3.2. Evaluation des flux Financier d'une solution

Les flux financiers peuvent être appréhendés en traçant l'évolution de la position de trésorerie de la Supply Chain. Considérons par exemple la solution de la figure 3. Il s'agit d'une solution du problème de job-shop décrit en annexe qui fournit un makespan de 50.

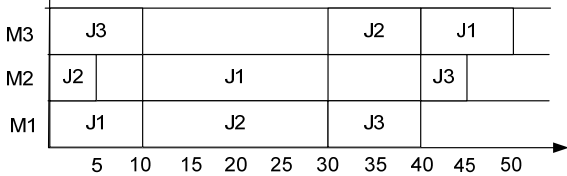


Figure 3. Un exemple de solution au problème de job-shop (cf. Annexes)

La solution de la figure 3 induit l'évolution de la position de trésorerie décrite sur la figure 4. Cette solution génère une position de trésorerie négative (ceci correspond d'un point de vue comptable à un compte déficitaire) qui générera des frais bancaires supplémentaires ou qui placera momentanément la Supply Chain en cessation de paiement. Remarquons qu'un déficit important donnant lieu à des frais bancaires ou nécessitant un recours au crédit diminue d'autant le bénéfice réalisé par la Supply Chain.

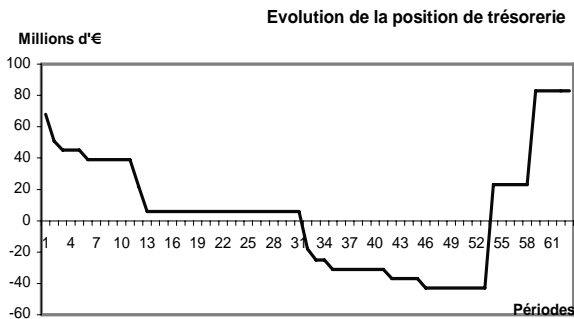


Figure 4. Evolution de la position de trésorerie  $CashP(t_i, S)$

Les bénéfices réalisés par la Supply Chain sont fixes si on considère qu'il n'y a pas de coûts bancaires liés par exemple à un compte déficitaire. Seuls changent, les états transitoires de la position de trésorerie qui, comme le montrent la figure 4, fluctuent en fonction des paiements effectués aux fournisseurs et des paiements reçus des clients.

Sur la figure 4, dès la date 12, la position de trésorerie de la Supply Chain évolue brusquement et défavorablement à la date 12. Ceci correspond au lancement simultané des jobs 1 et 2 sur les machines M1 et M2 sans qu'il y ait d'encaissements. La position de trésorerie n'évolue favorablement qu'à partir de la date 48. Ceci correspond à la livraison du produit 3 au client final à la date 45. Compte tenu du délai de paiement accordé qui est de 3

jours (cf. Tableau 3), le paiement est effectif à la date 48. La baisse brutale de la position de trésorerie à partir de la date 31 s'explique par le début de traitement de la pièce 2 sur la machine 3 et le début de traitement de la pièce 3 sur la machine 1. Le traitement de la pièce 2 sur la machine 3 entraîne une dépense de  $2 \times 3 + 4 \times 1 = 10$  qui donne lieu à un paiement à la date 35 pour une partie (valeur 6) et à la date 31 pour une seconde partie (valeur 4). De même, le début de la pièce 3 sur la machine 1 donne lieu à une dépense globale de  $2 \times 3 + 5 \times 4 = 26$ . Compte tenu des délais accordés par les fournisseurs, la position de trésorerie se trouve alors débitée de 6 à la date 35 et de 20 à la date 31. Ceci explique la baisse brutale de la position de trésorerie qui à la date 31 baisse de 24 à cause du démarrage de la pièce 3 sur la machine 1 et de la pièce 2 sur la machine 3. Ces deux pièces sont aussi responsables d'une nouvelle baisse de la position de trésorerie à la date 35 pour un montant de 26.

### 3.3. Définition d'un ordonnancement acceptable d'un point de vue financier

Sur les problèmes de job-shop, on recherche généralement, une solution semi-active puisqu'on a l'assurance qu'il existe une solution optimale semi-active. L'utilisation d'un algorithme de plus long chemin permet d'obtenir les dates au plus tôt et donc la solution semi-active associée à un ordre sur les machines. Remarquons qu'une solution semi-active pour le job-shop n'est pas une bonne solution d'un point de vue financier. Pour s'en convaincre il suffit de décaler les opérations le plus à droite possible. Dans ce cas, on obtient une position de trésorerie « plus acceptable » c'est-à-dire donnant une violation plus faible de la position de trésorerie minimale  $CashMin(S)$  de la Supply Chain.

Le graphe 2 de la figure 5 est une solution du problème (cf. annexe) qui n'est pas semi-active (les opérations ne sont pas calées le plus à gauche possible). Cette solution donne une meilleure position de trésorerie.

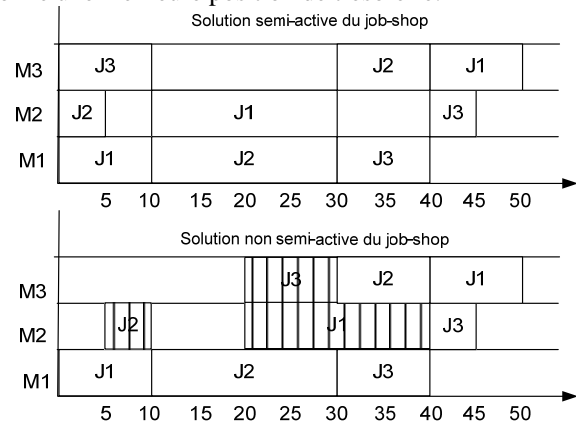


Figure 5. Diagramme de gannt donnant une solution semi-active et non semi-active du job-shop

La « Courbe de position de trésorerie » associée au graphe 2 (solution 2 de la figure 5) est donnée par la figure 6. Elle montre que le passage sous le  $CashMin(S)$  est moins prononcé, tandis que pour les premières périodes (jusqu'à

la période 31), la consommation de ressource financière est moindre. L'analyse des résultats du graphe 1 et du graphe 2 montre que d'un point de vue financier; la position de trésorerie a été meilleure pour la solution non semi-active.

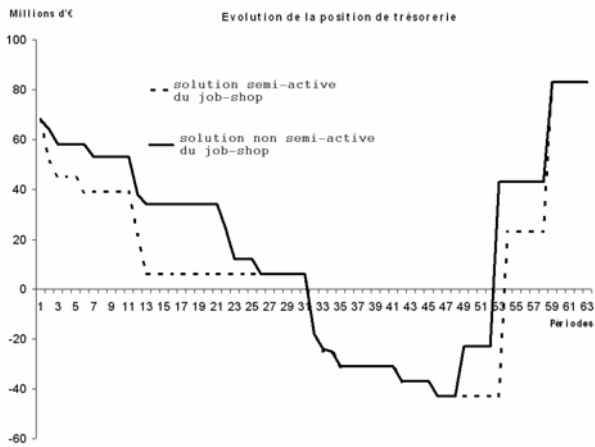


Figure 8. Evolution du cash-flow (solution non semi-active du job-shop)

### 3.4. Job-Shop avec flux financiers : définition d'une fonction objectif

Un ordonnancement acceptable d'un point de vue financier est un ordonnancement dans lequel, au début de chaque opération de chaque job, une opération ne démarre que si la position de trésorerie le permet. Ceci permet d'éviter le début d'un processus de production sans avoir l'assurance financière de pouvoir le terminer. L'objectif est donc le suivant :

« compte tenu d'une capacité financière connue de la Supply Chain notée  $CashP(t_0, S)$ , déterminer un ordonnancement des opérations minimisant le makespan et tel que, pour l'ensemble de la Supply Chain  $M_j$ , pour chaque instant  $t_i$  correspondant au début de fabrication d'un produit, la position de trésorerie  $CashP(t_i, S)$  soit supérieure à la trésorerie minimale  $CashMin(S)$  ».

### 3.5. Conclusion sur les flux financiers

En nous basant sur un exemple, nous avons montré :

- qu'une solution semi-active du job-shop ne constitue pas forcément une bonne solution d'un point de vue financier car elle peut correspondre à une position de trésorerie inacceptable ;
- que la position de trésorerie dépend des dates de début des opérations sur les machines et peut être facilement améliorée en « calant » les opérations au plus tard ;
- que l'objectif dans la gestion d'une Supply Chain est de s'assurer que les ressources financières permettent de réaliser une opération. Ceci doit être fait au début de chaque opération sur chaque machine.

A travers un exemple, nous avons montré que les outils et méthodes utilisés pour la résolution du job-shop doivent être adaptés et améliorés pour la prise en compte des flux financiers et la recherche à la fois d'une solution de faible

makespan et d'une solution respectant la position de trésorerie minimale sur chaque machine ( $CashMin(M_j)$ ).

## 4. MODELISATION ET RESOLUTION D'UN PROBLEME DE JOB-SHOP AVEC FLUX FINANCIERS

Comme pour le job-shop (Nowicki and Smutnicki, 1996), il est possible de définir un schéma d'optimisation du job-shop avec flux financier en se basant sur :

- une modélisation du problème sous la forme d'un graphe disjonctif non orienté représentant : les contraintes de gammes, les disjonctions à arbitrer sur les machines et les contraintes financières.
- la modélisation d'une solution sous la forme d'un graphe disjonctif orienté (graphe représentant une solution pour chaque disjonction machine) et contenant des arcs « financiers » obtenus par la résolution d'un problème de flots. Dans cette optique, la position de trésorerie du système est considérée comme une ressource par analogie avec les travaux du RCPSP.
- une évaluation du graphe par un algorithme de plus long chemin pour la détermination des dates au plus tôt d'exécution de chaque opération. Ces dates au plus tôt intègrent les contraintes financières.

Ce processus permet d'associer à une disjonction machine et à une solution financière, une solution c'est-à-dire, un ensemble de dates de début d'exécution des opérations sur chaque machine respectant la position de trésorerie minimale ( $CashMin(M_j)$ ). En analysant le graphe, il est possible de générer une nouvelle orientation du graphe et d'obtenir une nouvelle solution (figure 9) : cela nécessite une définition correcte de la notion de chemin critique.

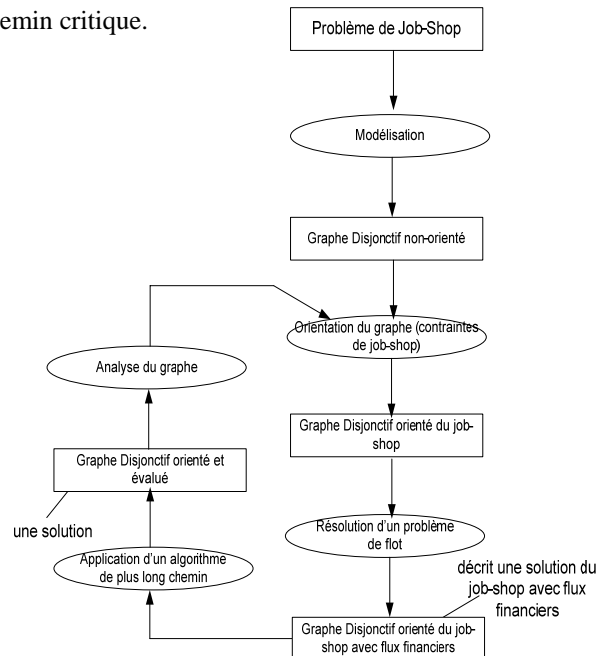
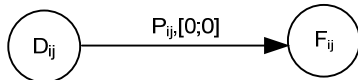


Figure 9. Principe de résolution du job-shop avec flux financiers

### 4.1 Proposition d'un graphe disjonctif à flux financier : modélisation du problème

Le principe consiste à distinguer les débuts et fins d'opération et à représenter le problème financier comme un problème de flot. Les nœuds de débuts permettent de modéliser le début d'exécution d'une opération et les nœuds finaux la fin d'exécution d'une opération. Notons  $D_{ij}$  et  $F_{ij}$  les dates de début de l'opération  $j$  du job  $i$  (opération  $O_{ij}$ ). L'arc entre  $D_{ij}$  et  $F_{ij}$  est valué avec  $P_{ij}$  le processing time de l'opération  $j$  du job  $i$  et  $[0;0]$  la ressource financière consommée par la réalisation de l'opération  $j$  du job  $i$  :



Toutes les opérations d'un job  $i$  sont reliées par un arc de  $F_{ij}$  à  $D_{i(j+1)}$ . Ces arcs sont valués par le couple  $0, [0,0]$  ce qui représente une durée de 0 et un flux financier de 0. En effet les opérations d'un job (à l'exception de la dernière) consomment la ressource financière mais n'en génère pas. La dernière opération de la gamme quant à elle génère  $c_{i*}$  ressource financière. Ainsi le flot entre  $F_{i1}$  et  $D_{i2}$  doit être compris dans l'intervalle  $[0;0]$  ce qui implique que ce flot soit nul (figure 10). Les disjonctions machines sont représentées par des arcs en pointillés qui sont valués par le couple  $0, [0;0]$ .

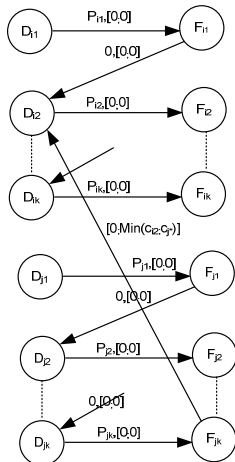


Figure 10. Les contraintes de flux

Les consommations de la ressource financière sont représentées par un arc allant du nœud de début d'une opération à un nœud noté  $F$  (pour Fournisseurs, figure 11). Un arc entre le nœud  $F$  et le nœud  $D_{ij}$  sera valué par  $[c_{ij}; c_{ij}]$ .

Si  $F_{ij}$  est le nœud final de la dernière opération du job  $i$ , un arc du nœud client  $C$  au nœud  $F_{ij}$  est ajouté avec une valuation de  $[c_{i*}; c_{i*}]$ .

Les flux financiers sont représentés par des arcs portant un flot entre la fin de la dernière opération d'un job et le

début d'une autre opération. Un arc entre  $F_{jk}$  et  $D_{i2}$  par exemple est valué avec  $[0; \min(c_{i2}; c_{j*})]$ . Cela signifie que pour exécuter l'opération  $O_{i2}$  on peut utiliser au plus  $\min(c_{i2}; c_{j*})$  ressource financière provenant de l'opération  $O_{jk}$ , dernière opération du job  $j$ .

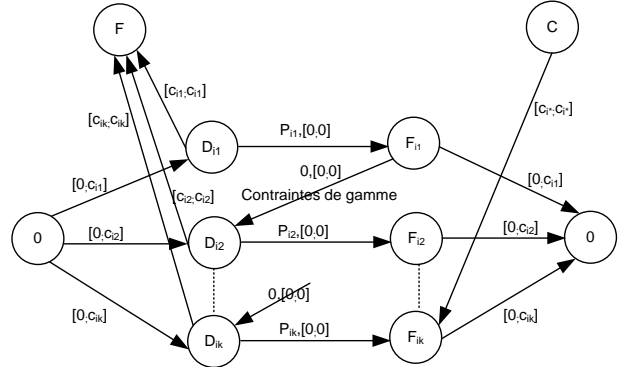


Figure 11. Les contraintes de flux

La figure 12 donne le graphe disjonctif non-orienté modélisant un problème de job-shop avec contraintes financières. Pour des raisons de lisibilité nous n'avons pas représentés les arcs entre les dernières opérations d'un job et les opérations de début d'un autre job. L'exécution d'un algorithme de flot dans ce graphe permet d'obtenir les mouvements financiers nécessaires à la réalisation des opérations.

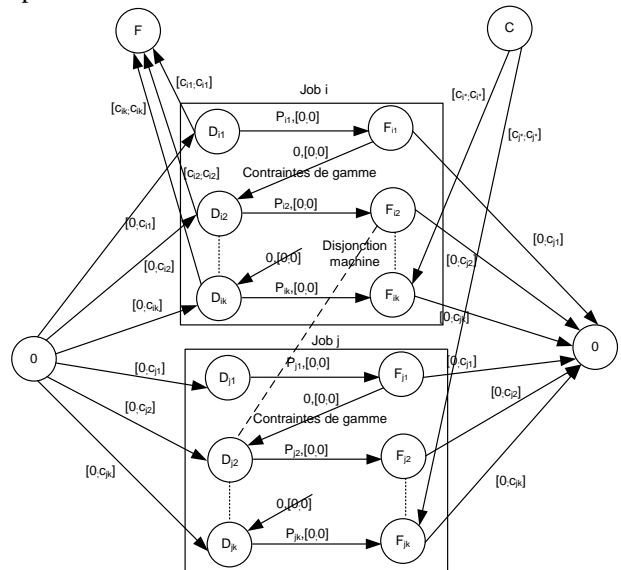


Figure 12. Le graphe disjonctif du job-shop avec flux financier

### 4.2 Proposition d'un graphe disjonctif à flux financier : modélisation d'une solution et exemple

Une solution correspond :

- à une disjonction machine arbitrant les disjonctions entre les opérations machines utilisant la même machine ;
- à la détermination d'un flux financier (flot) dans le graphe ;
- à l'exécution d'un algorithme de plus long chemin dans le graphe  $G'$  tel que  $G'$  est le graphe initial du job-

shop auquel nous ajoutons tous les arcs financiers à flot non nul à l'exception des arcs utilisant les nœuds  $C$  et  $F$ .  
 Considérons le vecteur par répétition (vecteur de Bierwirth) suivant :

1	2	2	1	3	3	2	1	3
m1	m2	m1	m2	m3	m1	m3	m3	m2

Ce vecteur donne les disjonctions machines. Il correspond à l'ordre de passage suivant sur les machines :

Machine 1 : Job 1, Job 2, Job 3

Machine 2 : Job 2, Job 1, Job 3

Machine 3 : Job 3, Job 2, Job 1

Ces disjonctions machines permettent d'ajouter les arcs disjonctifs dans le graphe. On peut citer par exemple, l'arc de  $F_{11}$  à  $D_{22}$  et l'arc de  $F_{22}$  à  $D_{33}$  qui représentent les disjonctions sur  $M_1$ .

Pour obtenir une solution au problème de job-shop avec flux financier la première étape consiste à résoudre le problème de flot et ceci sans créer de cycle dans le graphe.

• Comme la position de trésorerie initiale de la supply chain est de 72 ( $CashP(t_0, S) = 72$ ), on obtient une solution au problème de flot comme indiqué sur la figure 13.

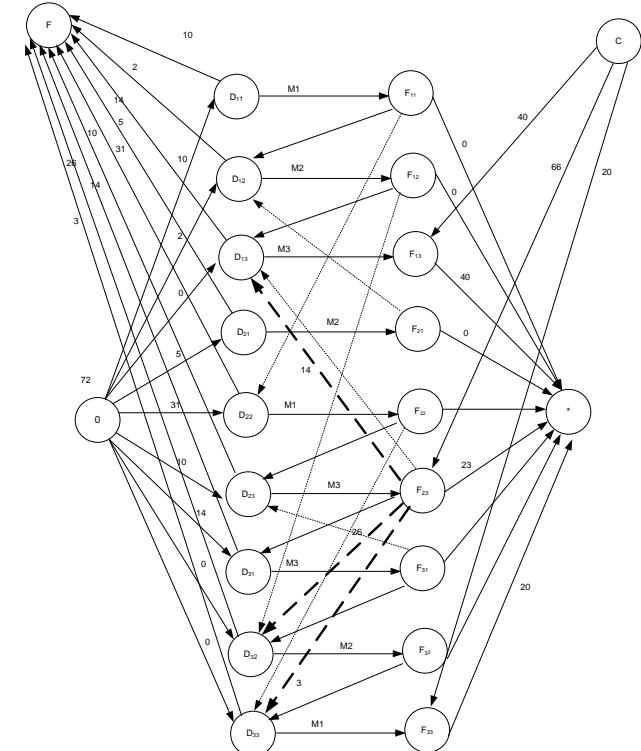


Figure 13. Une solution du problème de flot pour le job-shop avec flux financiers

Les arcs partant du nœud 0 et portant un flot montrent simplement que la disponibilité financière initiale permet de démarrer un certain nombre d'opérations :  $O_{11}$ ,  $O_{12}$ ,  $O_{21}$ ,  $O_{22}$ ,  $O_{23}$ ,  $O_{31}$ . Mais le démarrage d'un certain nombre d'opérations est conditionné par la fin d'autres opérations. Cela se présente sous la forme d'un flot entre la fin d'une opération et le début d'une autre. Par exemple, il existe :

- un flot (représentant un flux financier) de valeur 14 de  $F_{23}$  vers  $D_{13}$  ;
- un flot (représentant un flux financier) de valeur 26 de  $F_{23}$  vers  $D_{32}$  ;
- un flot (représentant un flux financier) de valeur 3 de  $F_{23}$  vers  $D_{33}$  .

En conservant dans ce graphe les arcs représentant les contraintes de gammes, les arcs disjonctifs entre les opérations machines et les arcs portant un flux financiers non nul (ils sont au nombre de 3 sur l'exemple), on obtient un graphe acyclique sur lequel un algorithme de plus long chemin permet d'obtenir les dates de début au plus tôt des opérations. La figure 14 donne les dates de début au plus tôt des opérations compte tenu des contraintes de gamme, de disjonction machine et des contraintes financières.

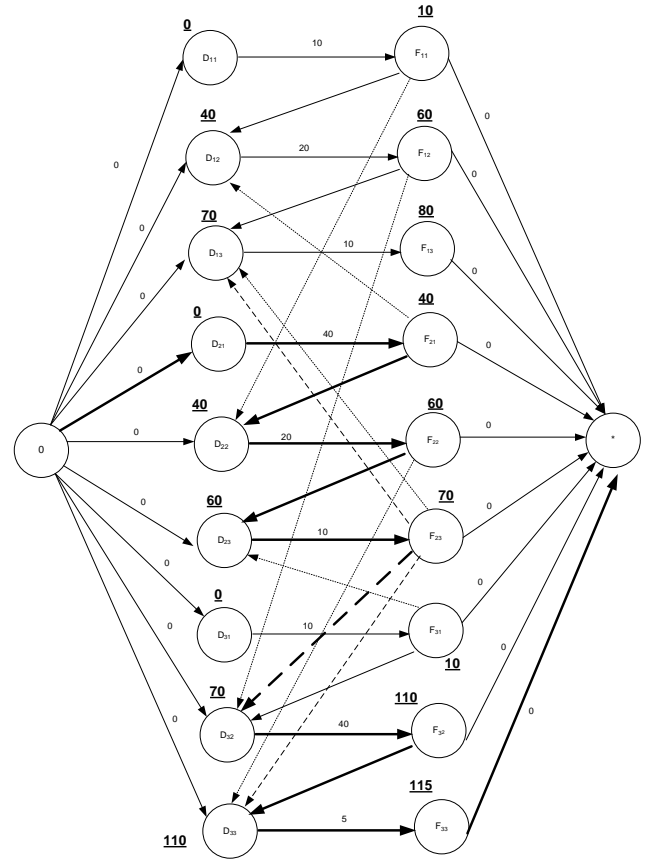


Figure 14. Exemple d'évaluation du graphe disjonctif pour le job-shop avec flux financiers.

Le graphe de la figure 14 représente la solution de la figure 15. On peut constater que les dates de début des opérations dépendent parfois des disponibilités des machines et parfois des positions de trésorerie. La deuxième opération du job 3 qui concerne la machine 1 ne débute qu'à la date 70 car l'opération doit attendre une position de trésorerie favorable pour débiter. Pour un problème de job-shop « classique » la date de début au plus tôt de cette opération aurait été de 60.

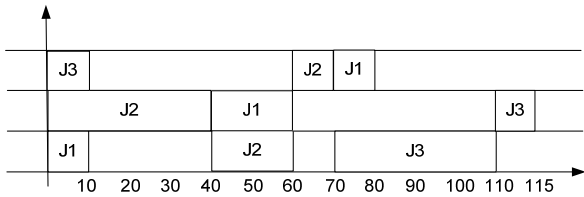


Figure 15. Diagramme de gannt de la solution de la figure 14

La figure 16 donne l'évolution de la position de trésorerie associée à la solution de la figure 15.

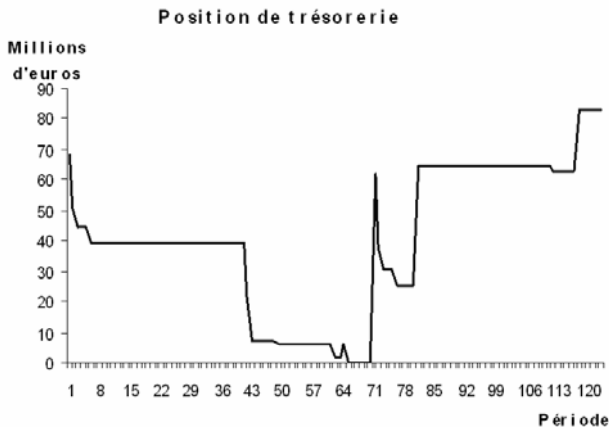


Figure 16. Evolution de la position de trésorerie de la Supply Chain

### 4.3 Analyse du chemin critique dans le graphe disjonctif à flux financier

Le chemin critique dans un job-shop se compose d'arcs correspondant à des contraintes de gamme, et d'arcs disjonctifs entre des opérations machines. Les opérations sur le graphe permettant d'obtenir éventuellement une solution de makespan inférieur, correspondent à des changements d'orientation des arcs disjonctifs sur le chemin critique. Dans le cas du job-shop avec flux financier, ces notions doivent être généralisées en considérant :

- la notion de « block » telle qu'elle est défini par (Laarhoven et al., 1992) (Grabowski, 1996) (Nowicki et Smutnicki, 1996) (Dell'Amico and Trubian, 1993) ;
- une réorganisation des flux financiers permettant d'éviter le passage d'un flot sur un arc.

Ainsi une recherche locale efficace doit incorporer, en plus des techniques classiques de permutation dans un vecteur par répétition, des techniques de réorganisation de flot. Ces techniques peuvent correspondre à l'exécution d'un algorithme de flot maximal à coût minimal avec une pondération sur l'arc dont on veut éviter l'utilisation par le flot. On peut envisager aussi des techniques heuristiques qui pourraient être adaptées des propositions faites par exemple dans le cas du RCPSP (Artigues *et al.*, 2003).

## 5. CONCLUSION

Nous avons montré comment, en partant du job-shop, et en nous appuyant sur des exemples, on peut étendre : (i) la notion de graphe disjonctif ; (ii) la notion de chemin le plus long. Notre apport réside dans la prise en compte simultanée dans un même modèle (qui a fait ses preuves pour le job-shop) de contraintes « classiques » de

l'ordonnancement et de contraintes financières. Les travaux présentés sont une étape préliminaire d'une recherche que nous espérons faire aboutir par la proposition d'un schéma efficace de résolution des problèmes de type job-shop avec contraintes financières. Notre proposition est une première étape dans la généralisation des modèles habituellement utilisés en gestion. En effet, les modèles de gestion de trésorerie ne couplent pas de coupler management des flux financiers avec les flux physiques. De plus, les modélisations proposées habituellement en gestion empêchent de considérer qu'une « business unit » de la Supply Chain peut être client pour un produit de la chaîne et fournisseur de ce client pour un autre produit. De plus, nous voulons, à terme, dépasser l'optimisation globale des flux financiers pour optimiser le cash flow de chaque « business unit » en permettant une approche collaborative pour le flux financier de la Supply Chain.

## 6. ANNEXES : UN EXEMPLE DE JOB ET RAPPELS SUR LES METHODES DE RESOLUTION « CLASSIQUES »

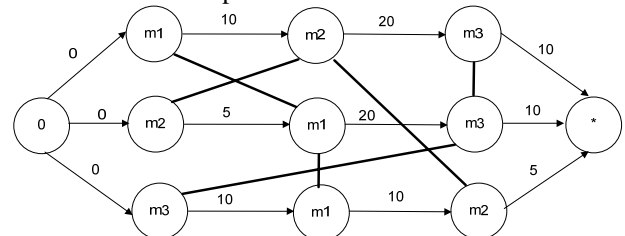
Considérons un problème composé de 3 jobs et de 3 machines (les chiffres entre parenthèses sont les durées d'exécution sur chaque machine) :

J1 : M1 (10), M2 (20), M3 (10)

J2 : M2 (5), M1 (20), M3(10)

J3 : M3 (10), M1 (10), M2 (5)

Le graphe disjonctif représentant le problème est donné sur la figure 17 où les arcs en gras sont les disjonctions machines à arbitrer pour obtenir une solution.



La figure 18, donne un vecteur de Bierwirth tel qu'il pourrait être généré par exemple par un algorithme génétique (il pourrait représenter alors un chromosome) ou un algorithme tabou. Ce vecteur est de longueur 9 et fait apparaître 3 fois le job 1, 3 fois le job 2 et 3 fois le job 3. Sous le vecteur, figure en plus les machines correspondantes aux différentes opérations. La première apparition du chiffre 1 fait référence à la première opération de la gamme du job 1 et la deuxième apparition à la deuxième opération de sa gamme.

1	2	2	1	3	3	2	1	3
m1	m2	m1	m2	m3	m1	m3	m3	m2

Figure 18. Exemple de vecteur de Bierwirth

En parcourant le vecteur de la figure 18 de gauche à droite, on peut construire le graphe disjonctif de la figure 19. La première opération du job 1 fait référence à la machine 1. La deuxième opération du job 2 fait référence à la machine 1. Comme ces deux opérations se suivent dans cet ordre dans le vecteur (il n'y a pas entre ces deux opération une

opération faisant référence à la machine 1), la disjonction est arbitraire: opération 1/job 1 vers l'opération 2/job 2.

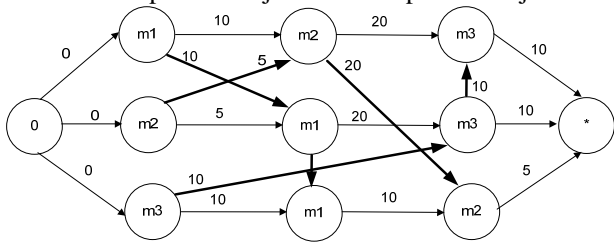


Figure 19. Graphe disjonctif orienté correspondant au vecteur de la figure 18.

Il est facile de montrer que plusieurs vecteurs différents peuvent conduire à des graphes identiques. Toutefois, ce principe même de représentation partielle/solution associée est la base des méthodes globales efficaces sur ce type de problème. Un algorithme tabou ou un algorithme génétique ne parcourt en réalité que l'espace représenté par l'ensemble des vecteurs possibles. La solution correspondante au graphe de la figure 19 est obtenue par l'application d'un algorithme de plus long chemin. La figure 20 donne les dates aux plus tôt des opérations et le chemin critique (arcs en gras).

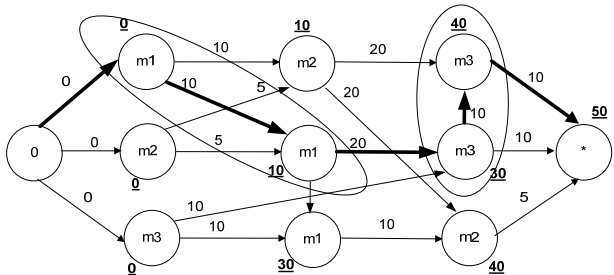


Figure 20. Graphe disjonctif orienté et évalué par un algorithme de plus long chemin.

Une autre représentation possible du graphe est donnée par la figure 21. Le caractère semi-actif de la solution est évident (figure 21) et on peut vérifier qu'une opération ne peut pas être décalée sur la gauche. C'est une conséquence de l'utilisation de l'algorithme de plus long chemin.

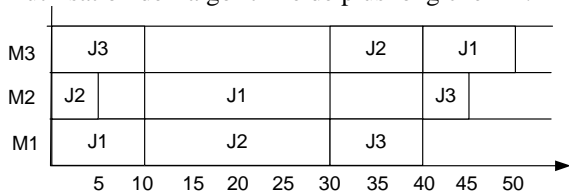


Figure 21. Diagramme de gannt associé au graphe de la figure 5

Sur cet exemple, il est évident que pour obtenir une solution meilleure, il est nécessaire d'avoir un graphe dans lequel le chemin critique (0, op1 J1, op2 J2, op3 J2, op3 J1, \*) n'existe pas faute de quoi, on trouvera un chemin soit de longueur identique soit de longueur supérieure. L'obtention d'une solution meilleure passe par la suppression de ce chemin ce qui implique de modifier soit le sens de l'arc (op1 J1, op 2 J2), soit le sens de l'arc (op3 J2, op 3 J1). Cette remarque est à la base des propositions de (Laarhoven et al., 1992) (Grabowski, 1996) (Nowicki et Smutnicki, 1996) (Dell'Amico and Trubian, 1993).

Inverser l'arc (op1 J1, op2 J2) correspondrait au vecteur : 2 2 1 1 3 3 2 1 3.

REFERENCES

Artigues C., Michelon P. and S. Reusser, Insertions techniques for static and dynamic resource-constrained project scheduling. *European Journal of Operational Research*, vol. 149, p. 249-267, 2003.

Badell M., Romero J., Puigjaner L. Optimal budgets and cash flow during retrofitting period in batch chemical industry, *International Journal of Production Economics*, vol 95 (3), p. 359-372, 2005.

Baumol W. J., The transaction demand for cash: an inventory approach. *The Quarterly journal of eco-nomics*. Vol. 66, p. 545-556, 1952.

Bertel S., Fenies P., et Roux. O Optimal cash flow and operational planning in company supply chain, accepted for publication in *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 2007.

Bierwirth C. A generalized permutation approach to jobshop scheduling with genetic algorithms. *OR spektrum*, vol. 17, p. 87-92, 1995

Caumond A., P. Lacomme, A. Moukrim and N. Tchernev. A MILP for scheduling problem in FMS with one vehicle, *European Journal of Operational Research*, submitted (modification required), 2007.

Dell'amico, M. et Trubian, M. Applying tabu search to the jobshop scheduling problem. *Annals of Operations Research*. vol. 41, p. 231-252. 1993.

Giffler B. and Thompson G.L. Algorithms for solving productoin scheduling problems. *Operations Research*, vol. 8(4), p. 487-503. 1960.

Grabowski, J., Nowicki, E. et Zdrzalka, S. A block approach for single machine scheduling with release dates and due dates. *European Journal of Operations Research*, vol. 26, p. 278-285, 1996.

Graham J.R., Harvey C.R., The theory and practice of corporate finance : evidence from the field. *Journal of Financial Economics*, vol. 60, p. 187-284, 2001.

Hurink J. and Knust S., Tabu search algorithms for job-shop problems with a single transport robot, *European Journal of Operational Research*, vol. 162 (1), p. 99-111, 2005.

Laarhoven V., E. Aarts and J.K. Lenstra. "Jobshop schedluing by simulated annealing". *Operations Research*, vol. 40(1), p. 113-125, 1992.

Larabi M., P. Lacomme and N. Tchernev, Job-Shop with several transport robots: formalization and resolution, CFG'07, 13th Czech-French-German Conference on Optimization Heidelberg, September 17-21, 2007.

Linn, R. and Zhang, W., Hybrid flowshop scheduling: a survey, *Computers and Industrial Engineering*. vol. 37, p. 57-61, 1999.

Manne A.S. On the Job-Shop Scheduling Problem. *Operations Research*, vol. 8(2), p. 219-223, march-april 1960.

Miller M.H., Orr R.,.. A model of the demand of money for firms. *The Quarterly journal of economics*. vol. 80, p. 413-435, 1966.

Mitten L.G. Sequencing n jobs on two machines with arbitrary time-lags. *Management Science*, vol. 5(3), 1959.

Nowicki E. and C. Smutnicki. A fast taboo search algorithm for the job-shop problem. *Management Science*, vol. 42(6), p. 797-813, 1996.

Vickery S.K., Jayaram J., Droge C., Calantone R., The effects of an integrative Supply Chain strategy on customer service and financial performance: an analysis of direct versus indirect relationships. *Journal of Operations Management*, vol 21(5), p. 523-539, 2003.