

UN ALGORITHME DE DESTRUCTION/CONSTRUCTION ITERATIF POUR UN PROBLEME DE TOURNEES DE VEHICULES SPECIFIQUE

H. BOULY^{1,2}, A. MOUKRIM²

D. CHANTEUR³, L. SIMON¹

(1) VEOLIA Environnement

Direction de la Recherche

17/19, rue La Pérouse

75016 Paris

hermann.bouly@veoliaeau.fr

laure.simon@veoliaeau.fr

(2) U.T. Compiègne

Heudiasyc, CNRS UMR 6599

BP 20529, 60205 Compiègne Cedex

aziz.moukrim@utc.fr

(3) VEOLIA Eau

Banlieue de Paris

Le Carillon

6, esplanade Charles de Gaulle

92751 Nanterre Cedex

denis.chanteur@veoliaeau.fr

RÉSUMÉ : *Les problèmes de tournées de véhicules sont des problèmes très étudiés en Recherche Opérationnelle. Cette classe de problèmes présente un spectre d'applications très large ayant suscité de nombreuses recherches en vue d'appréhender des objectifs et des contraintes de diverses natures. Nous présentons dans cet article une approche pour la formulation et la résolution d'un problème de construction de tournées pour la réalisation d'interventions techniques et clientèle exprimé par Veolia Environnement. La résolution du problème de construction de tournées est obtenue par une adaptation de la Meilleure Insertion aux spécificités de l'application. Nous proposons également un algorithme de Destruction/Construction Itératif pour l'amélioration des tournées en un temps limité. En plus de bonnes capacités d'amélioration des tournées, l'adaptabilité à des contraintes organisationnelles spécifiques et le très faible nombre de paramètres sont des points forts de notre approche pour sa mise en œuvre dans un contexte industriel. Les résultats obtenus témoignent par ailleurs de son apport sur les points auxquels les industriels se sont montrés les plus attentifs : une phase de tests préliminaires a notamment mis en évidence la concordance des résultats avec l'organisation en vigueur et a permis d'identifier des possibilités d'amélioration très significatives sur les trajets par rapport aux solutions proposées par l'outil actuellement en place.*

MOTS-CLÉS : *tournées de véhicules, modélisation, heuristiques, construction/destruction.*

1. INTRODUCTION

Les travaux présentés dans cet article portent sur la formulation et la résolution d'un problème de tournées de véhicules exprimé par Veolia Environnement, leader mondial des services à l'environnement. Dans le cadre de ses activités de transport et de distribution d'eau, Veolia Environnement déploie les moyens techniques et humains nécessaires au traitement d'opérations de maintenance et de services à la clientèle sur l'ensemble des territoires des collectivités pour lesquelles elle exerce. La planification de ces interventions, présentes en grand nombre et distribuées géographiquement sur des zones généralement très vastes, est soumise à la prise en compte de multiples contraintes pour le respect des conditions de travail des agents et les obligations de l'entreprise vis-à-vis des clients ou abon-

nés. Cette planification doit par ailleurs répondre à des exigences de productivité, de performance et de qualité. Ces exigences portent sur des éléments potentiellement antagonistes visant à associer la productivité de l'activité au respect de l'environnement et à assurer une gestion cohérente et respectueuse des ressources tout en maintenant un haut niveau de qualité de service.

De très nombreux travaux sont disponibles dans la littérature concernant les problèmes de tournées de véhicules. Dans sa définition première, le Problème de Tournées de Véhicules (PTV) est généralement exprimé comme l'extension du Problème du Voyageur de Commerce (PVC) au cas où plusieurs véhicules sont disponibles au sein d'un même dépôt pour desservir les clients alentours. Cette définition du problème est souvent enrichie de sorte à introduire des contraintes de diverses natures en vue de permettre la résolution de problématiques réelles (Bodin,

Golden, Assad & Ball 1983, Desrochers, Lenstra & Savelsbergh 1990, Toth & Vigo 2002). La prise en compte de marchandises à distribuer ou à collecter, qui fait intervenir des contraintes liées aux limites de capacités des véhicules, en est un exemple probant, de même que les exigences de ponctualité des clients et les horaires de disponibilité des ressources, qui font apparaître la nécessité d'introduire des fenêtres de temps (Cordone & Calvo 1996, Gendreau, Hertz, Laporte & Stan 1998). De nombreuses extensions ont également été produites en ce sens. L'existence de plusieurs dépôts sur une même zone de desserte et l'hétérogénéité de la flotte de véhicules, ceux-ci pouvant être de capacités, de vitesses et de coûts d'utilisation différents, en illustrent parfaitement la nécessité.

Les objectifs liés à la résolution du problème sont également variés. Les fonctions économiques les plus couramment exprimées et étudiées portent sur la minimisation du nombre de véhicules requis pour la desserte de tous les clients et la minimisation de la distance parcourue. Ces objectifs sont toutefois souvent exprimés de manière conjointe et associés à d'autres critères de performance, plus spécifiques, comme dans le cas que nous traitons.

Les recherches sur cette classe de problèmes ont produit de nombreuses méthodes de résolution, plus ou moins dédiées. La majorité des méthodes pouvant traiter des applications réelles sont des heuristiques. Leur nombre et leur relative adaptabilité, et surtout leur faible coût d'exécution, font de ces méthodes le recours le plus courant, y compris dans les outils spécialisés. Les résultats obtenus sont cependant généralement très améliorables. Au delà des heuristiques dédiées, les méthodes les plus efficaces sont les recherches locales et les métaheuristiques. Celles-ci pâtissent cependant d'un coût d'exécution prohibitif pour beaucoup d'applications industrielles. Nous renvoyons pour plus de détails au livre de Toth et Vigo (Toth & Vigo 2002) qui constitue à notre connaissance l'ouvrage de référence le plus récent et le plus complet pour une vision générale du domaine.

Veolia Environnement porte son intérêt sur cette classe de problèmes depuis déjà plusieurs années et s'est investie activement en apportant sa contribution via plusieurs études, comme la thèse de Fabien Tricoire (Tricoire 2006). Nous nous inscrivons dans cette démarche en nous intéressant donc à un problème de tournées de véhicules comportant de nombreuses spécificités liées au contexte pratique que nous présentons par l'expression industrielle du problème et la formulation associée dans la section 2. La section 3 présente un algorithme de construction et d'amélioration des tournées ayant pour vocation de permettre d'appréhender l'ensemble des spécificités du problème tout en restant suffisamment souple face aux évolutions possibles des contraintes liées au

métier. Cet algorithme s'articule autour d'une adaptation de la Meilleure Insertion et du principe de Destruction/Construction pour l'amélioration. Ces deux composantes ont démontré de bons résultats dans la littérature sans pour autant présenter un degré de complexité excessif : deux avantages majeurs pour l'intégration et l'évolution dans le contexte industriel. Des résultats numériques sur une série d'instances réelles sont présentés en section 4 et les conclusions terminent cet article.

2. FORMULATION DU PROBLÈME

Le problème de tournées de véhicules que nous traitons porte sur une problématique réelle que nous introduisons par son expression industrielle avant de présenter le modèle associé.

2.1. Expression industrielle

Un ensemble d'agents, véhiculés et multi-compétents, est chargé de réaliser des interventions réparties sur un territoire donné. Ces interventions, qu'elles soient de nature clientèle ou technique, peuvent être de différents types. Chaque type d'intervention justifie un temps d'intervention sur site et le respect d'une contrainte de ponctualité (plage horaire d'arrivée) qui lui sont propres.

Une demande d'intervention peut être formulée à tout moment. Certaines d'entre elles sont exprimées plusieurs mois à l'avance alors que d'autres sont définies en urgence. La surabondance d'interventions exclue la planification de l'ensemble de l'activité dans le temps imparti. Par ailleurs, la variabilité de la charge exclue la possibilité d'intégrer toutes les interventions dans un ensemble de tournées couvrant un horizon restreint, dans le sens où toutes les demandes d'interventions ne pourront pas être satisfaites sur un nombre de jours limité.

Le choix des interventions met en jeu un caractère sélectif important et celles-ci sont donc considérées de priorité variable. La satisfaction des rendez-vous clientèle est par exemple hautement considérée. Ceci est également le cas de certaines interventions techniques lorsque celles-ci mettent en jeu des investissements conséquents, ou présentent des risques sanitaires et/ou environnementaux. Le niveau de priorité d'une même intervention évolue dans le temps. C'est le cas lorsque celui-ci accroît, par exemple, les risques de détérioration et les conséquences associées sur les installations concernées.

Les rendez-vous font donc l'objet d'une attention particulière de par leur importance mais sont également source de contraintes difficiles à respecter en pra-

tique. Certaines données essentielles du problème, telles que les durées des interventions et temps de trajet, n'étant que des estimations a priori, les "feuilles de route" établies peuvent être remises en cause lors de leur réalisation. L'introduction d'un paramètre, réglable par les opérationnels, limitant la proportion de rendez-vous au sein d'une même tournée est donc souhaitée pour éviter que l'enchaînement de rendez-vous ne rende impossible la ponctualité des agents.

La minimisation des temps de trajet entre en considération pour l'évaluation des tournées proposées à double titre : ceux-ci pénalisent l'efficacité de l'activité et constituent une source de nuisances à l'environnement.

Des considérations sociales interviennent également. La réglementation du travail ainsi que les modalités d'organisation en vigueur définissent un certain nombre de contraintes. Les tournées produites doivent, naturellement, respecter les disponibilités des agents qui sont hétérogènes pour des raisons de continuité de service et une pause repas doit être intégrée à la tournée d'un agent s'il est disponible plus d'une demi-journée. Certains agents, astreints, sont par ailleurs susceptibles d'intervenir de nuit pour des urgences. Si ce cas est avéré, l'agent concerné se voit attribuer un repos compensatoire la matinée suivante. Cette information n'étant pas connue a priori, et en vue d'éviter les déconvenues, cette éventualité est appréhendée par l'interdiction d'affecter pour la matinée aux agents astreints la veille des interventions qui ne peuvent pas être reportées.

Le contexte pratique impose par ailleurs de prendre en compte les décisions des opérateurs ou responsables concernant la programmation d'interventions pour un agent et à une date donnée. Ces décisions ne doivent en aucun cas être remises en cause par les algorithmes de construction des tournées. Leur expression doit donc également être intégrée au modèle. Par ailleurs, de manière moins contraignante, l'encadrement des agents peut, de manière générale, vouloir spécifier la préférence de certains agents pour certaines interventions. Cette préoccupation peut survenir lorsque celles-ci requièrent un niveau de compétence technique particulier ou lorsque l'affectation récurrente d'un agent à un type d'intervention donné est souhaitée en vue de l'y former ou d'assurer un suivi des opérations.

Les contraintes techniques de communication des informations aux agents nomades ainsi que les interactions entre les opérateurs et l'outil de construction des tournées nécessaires à la définition et l'appréhension de l'ensemble des paramètres évoqués supposent enfin une capacité de temps de réponse très courts. Ce dernier point oriente naturellement la résolution du problème vers les méthodes heuristiques comme celle que nous présentons en section 3, après la formulation du problème comme suit.

2.2. Formulation du problème

Nous considérons un graphe $G = (X, E)$ où X est l'ensemble des sommets représentant les lieux d'interventions, que nous appellerons par la suite *clients*. Deux ensembles de clients fictifs sont associés à X : D et A représentent respectivement l'ensemble des points de départ et l'ensemble des points d'arrivée des agents, qui sont éventuellement distincts. E est l'ensemble des arcs représentant les trajets réalisables, valués par une grandeur $\delta_{i,j}$ indiquant le temps de trajet du client i au client j . Certains trajets sont en effet considérés irréalisables, tels que ceux liant le point de départ d'un agent vers le point d'arrivée d'un autre. Les temps de trajet sont supposés vérifier l'inégalité triangulaire.

A chaque client i de X , on associe une durée de service s_i correspondant au temps d'intervention sur site et une fenêtre de temps $[e_i, l_i]$ qui caractérise les contraintes de plage horaire sur les missions où e_i est la date de début de service au plus tôt et l_i la date de début de service au plus tard de i . Un attribut rdv_i désigne par les valeurs 1 et 0 si l'intervention i en question est respectivement un rendez-vous ou non.

Une flotte de m véhicules représente les agents réalisant les interventions. Ces véhicules ne sont soumis à aucune contrainte de capacité, mais une fenêtre de temps doit contraindre leurs possibilités de sortie pour retranscrire les disponibilités des agents. Celles-ci sont associées aux sommets représentant les points de départ et d'arrivée de chaque véhicule v dans D et A et sont notées $[e_v, l_v]$. On désignera par la suite les points de départ et d'arrivée associés à un véhicule v respectivement par les notations D_v et A_v , par abus de langage et par souci de simplicité. A chaque véhicule est également associé un attribut a_v indiquant, s'il vaut 1, que l'agent associé est astreint la veille de la date correspondant à sa disponibilité $[e_v, l_v]$, et 0 sinon, en vue d'interdire l'affectation de rendez-vous aux agents astreints dans la matinée.

2.2.1 Contraintes

Nous cherchons à construire une solution S composée d'un ensemble de tournées R_v , chacune de ces tournées étant associée à un véhicule v . Chaque tournée R_v est une suite ordonnée de clients à servir telle que les contraintes de disponibilités du véhicule, les fenêtres de temps des clients et les contraintes associées aux rendez-vous soient respectées.

Décisions des opérateurs. La contrainte de pause repas et les décisions d'affectation d'interventions prises par les opérateurs sont considérées dans les données du problème comme l'expression d'une

solution partielle initiale imposée S_{init} . Lorsque la nécessité d'une pause repas est spécifiée, une intervention fictive, dont les caractéristiques en terme de durée et de fenêtre de temps correspondent au repas, est incluse dans l'ensemble X des clients à traiter. Ce client fictif est directement placé dans la route R_v^{init} de l'agent prenant ce repas.

Les interventions programmées volontairement par des opérateurs étant affectées à un agent donné, celles-ci sont également intégrées aux routes initiales des agents concernés sous la forme de clients fictifs figurant dans X . Nous y ferons par la suite référence en terme de *réquisitions*.

On associe à chaque élément i de X un attribut f_i permettant de discriminer les clients fictifs et les clients étant réellement à router, qui sont respectivement identifiés par les valeurs 1 et 0. L'intérêt de cet attribut est notamment d'interdire la remise en cause de leurs affectations lors des phases de destruction des solutions.

Fenêtres de temps. Les contraintes les plus explicites concernent la ponctualité des agents et le respect de leurs disponibilités. L'expression de ces contraintes nécessite la définition préalable de la date de service t_i de chaque client i inclus dans une route R_v .

$$t_0 = \max(e_v + \delta_{D_v,0}, e_0) \quad (1)$$

$$t_k = \max(t_{k-1} + s_{k-1} + \delta_{k-1,k}, e_k) \quad (2)$$

Cette grandeur peut s'exprimer, dans le cas avec fenêtres de temps qui est le notre, par les relations de récurrence définies par les équations (1) et (2). Pour simplifier l'écriture, on suppose les clients de R_v numérotés selon leur ordre d'apparition dans cette route, sans perte de généralité. Afin de respecter les fenêtres de temps des clients, les tournées doivent être construites de sorte que si un client i est servi dans la tournée R_v , alors sa date de service t_i , doit vérifier $e_i \leq t_i \leq l_i$. Dans l'hypothèse où ces contraintes temporelles sont respectées, les disponibilités des agents le sont également si, pour toute route R_v , le dernier client K de cette route vérifie $t_K \leq l_v$. Ces contraintes doivent être vérifiées pour tous les clients de X , y compris les clients fictifs afin d'assurer le respect des décisions prises par les opérateurs.

Limitation des contraintes horaires. La maîtrise de la quantité de rendez-vous par tournée est assurée par l'introduction d'un taux maximal de volume horaire de rendez-vous, noté RDV_{\max} . Pour chaque véhicule v , la proportion de rendez-vous est donc établie compte tenu du cumul des durées des rendez-vous figurant dans la tournée de ce véhicule par rapport à la disponibilité de celui-ci. La

contrainte s'exprime alors par l'équation (3), pour toute route R_v .

$$\frac{\sum_{k \in R_v} r_{dv_k} \cdot s_k \cdot (1 - f_k)}{(l_v - e_v) - \sum_{k \in R_v} s_k \cdot f_k} \leq RDV_{\max} \quad (3)$$

Astreintes. L'interdiction d'affecter des rendez-vous aux agents astreints concerne la matinée uniquement. Si l'on suppose toujours les clients indexés selon leur ordre d'apparition dans la route R_v , et si l'on note t_{midi} la fin de matinée, la contrainte relative aux astreintes s'exprime par la condition établie par l'équation suivante :

$$a_v \cdot \sum_{i \in R_v, t_i < t_{midi}} r_{dv_i} = 0 \quad (4)$$

2.2.2 Fonction économique

Trajets. Les coûts des trajets c_{ij} sont supposés proportionnels aux temps de trajet.

Pénalités de non réalisation. Au coût des trajets s'ajoutent d'autres éléments d'évaluation requis par l'expression industrielle du problème. La priorité de chaque intervention est exprimée par un surcoût lié à l'attente avant son traitement. À chaque client i est donc associée une fonction $C_i(t)$ caractérisant ce coût. Cette fonction est définie et croissante sur l'intervalle $[e_i, \infty[$. Elle est continue sur $]e_i, l_i[$, les valeurs prises correspondant à l'évolution de la priorité de i . La valeur de $C_i(e_i)$ définit le gain ou le coût propre au service de i en lui-même et $C_i(t)$ est constante et égale à \mathcal{P}_i pour toute valeur de t supérieure à l_i , \mathcal{P}_i caractérisant le surcoût si l'intervention i n'est pas réalisée. Ce surcoût d'attente $C_i(t)$ avant la réalisation des interventions est pris en compte à la date de service t_i de chaque client servi par une route alors que les pénalités de non réalisation sont considérées pour toutes les tâches n'étant pas affectées sur l'horizon défini.

Ressources. Le coût des véhicules est également pris en compte. Dès lors qu'un agent est requis pour traiter un moins une intervention, la totalité du coût de sa journée est imputé. Dans la mesure où les disponibilités sont hétérogènes, le coût d'un véhicule v est proportionnel à sa durée de disponibilité $l_v - e_v$. Les clients fictifs entrent en compte dans la mesure où, si une intervention a été fixée volontairement par un opérateur, alors l'agent consacre effectivement son temps à l'activité d'intervention.

Adéquation agent/intervention. L'objectif inclut également la prise en compte des préférences

en terme d'affectation que peuvent exprimer les responsables. Une matrice P de dimensions $n \times m$ définit pour tout couple (i, v) la valeur ajoutée du service du client i par le véhicule v .

Fonction objectif. La fonction économique du problème est donnée par l'équation (5) qui fait intervenir les termes $\lambda_1, \dots, \lambda_5$, détaillés dans les équations (6) à (10), qui décrivent respectivement la prise en compte des surcoûts d'attente, des préférences d'affectations, des trajets, des coûts de mobilisation des véhicules et des pénalités de non réalisation. Ces équations font apparaître x_{iv} valant 1 si le véhicule v visite le client i , 0 sinon, et la relation $<_{R_v}$ désignant par $i <_{R_v} j$ le fait que i précède directement j dans la route R_v .

$$\min F(S) = \sum_k w_k \cdot \lambda_k(S) \quad (5)$$

$$\lambda_1(S) = \sum_{R_v \in S} \sum_{i \in R_v} C_i(t_i) \quad (6)$$

$$\lambda_2(S) = \sum_{R_v \in S} \sum_{i \in R_v} P(i, v) \quad (7)$$

$$\lambda_3(S) = \sum_{R_v \in S} \sum_{i <_{R_v} j} c_{ij} \quad (8)$$

$$\lambda_4(S) = \sum_{v/\exists i \in X : x_{iv}=1} (l_v - e_v) \quad (9)$$

$$\lambda_5(S) = \sum_{i \notin S} \mathcal{P}_i \quad (10)$$

Les pondérations w_k apparaissant dans la fonction économique symbolisent la quantification des différents termes à valoriser établie par l'expertise des industriels à l'origine de la problématique. Cette pondération est telle que les termes s'expriment sous une unité homogène. Les termes prépondérants sont ceux relatifs aux surcoûts d'attente et aux pénalités de non réalisation dans le sens où l'on cherche avant tout à traiter les interventions critiques et les plus prioritaires.

3. RÉOLUTION

Nous présentons dans cette section une méthode de résolution approchée pour ce problème. Il s'agit d'une heuristique de construction et d'amélioration basée sur une variante de la *Meilleure Insertion* proposée par Solomon (Solomon 1987) pour la construction des routes et sur un algorithme de type *Destruction/Construction* (Ruiz & Stützle 2007) pour l'amélioration.

3.1. Construction de solutions

La construction d'une solution à notre problème consiste à déterminer, pour chaque véhicule disponible, une séquence ordonnée de clients à visiter maximisant la fonction économique. La présence de fenêtres de temps rend la construction d'une telle solution particulièrement difficile. Ce type de contrainte rend souvent difficile et surtout peu efficace l'usage de méthodes de construction développées pour les problèmes de tournées sans fenêtres de temps. Une heuristique efficace et reconnue dans ce cas est la méthode *Meilleure Insertion* développée par Solomon (Solomon 1987) qui consiste à itérer les deux étapes suivantes :

- évaluer le surcoût d'insertion de chaque client restant à router en chaque position de la tournée courante,
- effectuer l'insertion de moindre surcoût (choisir aléatoirement en cas d'égalité).

La procédure proposée par Solomon consiste à considérer les routes séquentiellement. La réalisabilité de chaque insertion (par rapport aux fenêtres de temps) est vérifiée avant le calcul du critère d'évaluation des insertions. Les insertions sont effectuées dans la même route jusqu'à saturation, i.e. jusqu'à ce que l'ensemble des insertions possibles soit vide. Une nouvelle route est alors créée pour les insertions suivantes, à moins que l'ensemble des clients restant à router ne soit épuisé.

Cette heuristique constructive a pour avantage de pouvoir être adaptée facilement à l'introduction de contraintes additionnelles. En effet, la solution finale respecte toutes les contraintes si celles-ci sont vérifiées au préalable de chaque insertion. Pour notre problème, le respect de la solution initiale S_{init} est garanti sans qu'aucune adaptation ne soit nécessaire, dans la mesure où les contraintes sont exprimées par les fenêtres de temps des tâches fictives. Le respect de l'interdiction de planifier des rendez-vous le matin aux agents astreints requiert simplement de vérifier l'équation (4) avant l'évaluation de l'insertion de chaque rendez-vous. De la même manière, la vérification de la contrainte sur la proportion de volume horaire de rendez-vous par route suppose simplement de mémoriser la proportion de rendez-vous courante dans chaque route et de disqualifier les insertions ne vérifiant pas l'équation (3). La proportion de rendez-vous dans la route courante doit être établie à l'initialisation et peut être ajustée en $O(1)$ lors de chaque insertion effective.

D'autres adaptations sont requises dans notre cas pour conserver de bonnes performances de l'heuristique. La flotte de véhicules étant hétérogène

dans le sens où chaque véhicule dispose d'une fenêtre de temps caractérisant ses disponibilités, d'un point de départ et d'un point d'arrivée propres, l'approche séquentielle est inappropriée. Les affectations choisies pour le véhicule courant se feraient dans ce cas sans visibilité sur les disponibilités des autres véhicules et l'ordre dans lequel ils seront considérés. Nous optons donc pour une variante parallèle dans laquelle, à chaque itération, toutes les insertions possibles dans chaque véhicule sont considérées. Cette adaptation a une implication directe sur le critère d'arrêt : il n'est pas possible de créer de nouvelles routes. En effet, toutes les routes disponibles étant immédiatement prises en compte, la méthode s'arrête lorsque plus aucune insertion n'est possible. Par ailleurs, dans la mesure où la flotte est limitée, la saturation de l'ensemble des routes, et donc le critère d'arrêt de la construction, peut survenir alors que tous les clients ne sont pas encore routés.

L'algorithme 1 donne une description de cette méthode d'insertion. Dans la mesure où une solution initiale nous est imposée par les opérateurs, une procédure d'initialisation de la solution est requise pour initialiser S_0 avec S_{init} avant la Meilleure Insertion. La construction de cette solution initiale imposée consiste à pré-positionner les tâches fictives représentant les pauses repas et réquisitions dans les routes des véhicules correspondants. On désigne par ailleurs dans l'algorithme une insertion par un triplet (c, v, p) où c désigne le client à insérer, v la route et p la position dans cette route où insérer c . L'opération d'insertion est symbolisée par l'opérateur \oplus . Considérant une solution S comme un ensemble de routes R_v , on note $|S|$ le nombre de routes figurant dans S , $S[r]$ la r -ième route de S , $|R_v|$ le nombre de clients dans R_v , $S \oplus (c, v, p)$ la solution S suite à une insertion donnée et NR l'ensemble des clients non routés. La variable $eval$ mémorise le score $\mathcal{C}(S)$ des meilleures insertions du voisinage lors du parcours de celui-ci. L'insertion effective peut être opérée en $O(n)$ si les routes sont représentées par des tableaux. Lorsque plusieurs insertions sont équivalentes, celles-ci sont stockées dans une liste BI et l'une d'entre elle est choisie aléatoirement. Ce choix aléatoire permet d'éviter que les résultats ne soient dépendants de l'implémentation des boucles de parcours. Cette liste d'insertions mémorise l'ensemble des paramètres des insertions de sorte à éviter de les recalculer lors de l'insertion effective.

Afin de limiter le coût global de l'algorithme, on minimise le coût de l'évaluation et de la vérification des contraintes. On veille donc à ce que tous les éléments intervenant dans leurs expressions soient calculables en $O(1)$. Les marges et les dates de départ des clients faisant partie des tournées sont nécessaires à la vérification des contraintes de fenêtres de temps et de disponibilité des véhicules. Les relations permettant

Algorithme 1 : Meilleure Insertion Adaptée

Données :

S_0 : solution (la solution initiale)

NR : ensemble de clients (restant à router)

Variables :

r : entier (index d'une route)

c : entier (index d'un client à router)

p : entier (index d'une position dans une route)

BI : liste de triplets (c, r, p)

n_{BI} : entier (nombre d'insertions possibles)

$eval$: réel (évaluation de la meilleure insertion)

début

$S := S_0$

répéter

$n_{BI} := 0$

$BI := \emptyset$

$eval := \infty$

pour $c := 1; c \leq |NR|; c := c + 1$ **faire**

pour $r := 1; r \leq |S|; r := r + 1$ **faire**

pour $p := 1; p \leq |S[r]| + 1; p := p + 1$

faire

si $S \oplus (c, r, p)$ *est réalisable* **alors**

si $\mathcal{C}(S \oplus (c, r, p)) \leq eval$ **alors**

si $\mathcal{C}(S \oplus (c, r, p)) = eval$

alors

$BI := BI \cup \{(c, r, p)\}$

$n_{BI} := n_{BI} + 1$

sinon

$BI := \{(c, r, p)\}$

$n_{BI} := 1$

$eval = \mathcal{C}(S \oplus (c, r, p))$

si $n_{BI} \neq 0$ **alors**

soit (c, r, p) un choix aléatoire dans BI

$S := S \oplus (c, r, p)$

jusqu'à $n_{BI} = 0$;

Résultat : S

fin

de les calculer sont données par les équations (1) et (2) pour les dates de départ et (11) et (12) pour les marges, les clients étant supposés numérotés de 0 à K selon leur ordre d'apparition dans la route R_v , sans perte de généralité. La date de fin de service d'un client k est notée $\varphi_k = t_k + s_k$.

$$m_K = \min(l_K - t_K, l_v - (\varphi_K + \delta_{K,A_v})) \quad (11)$$

$$m_k = \min(l_k - t_k, t_{k+1} + m_{k+1} - (\varphi_k + \delta_{k,k+1})) \quad (12)$$

Le calcul de ces dates se fait en $O(n)$ mais peut être opéré après chaque insertion effective. Les modifications sur les dates de départ et les marges impliquées par l'insertion d'un client pouvant entraîner le non respect des contraintes sont par contre calculables en

$O(1)$.

Nous considérons plusieurs critères pour l'évaluation des insertions. Ces critères sont liés aux éléments de modélisation de la problématique industrielle. Nous considérons, si i et j désignent respectivement le p -ième et le $(p + 1)$ -ième élément de la route v , les critères donnés par les équations (13) à (15), qu'il s'agit de minimiser.

$$\mathcal{C}_1 = \frac{\delta_{i,c} + \delta_{c,j} - \delta_{i,j}}{\mathcal{P}_c \cdot P(c, v)} \quad (13)$$

$$\mathcal{C}_2 = \frac{t_j + m_j - (t_i + s_i)}{\mathcal{P}_c \cdot P(c, v)} \quad (14)$$

$$\mathcal{C}_3 = w_1 \cdot C_c(t_c) + w_2 \cdot P(c, v) + w_3 \cdot (\delta_{i,c} + \delta_{c,j} - \delta_{i,j}) + w_5 \cdot \mathcal{P}_c \quad (15)$$

Le critère \mathcal{C}_1 vise à mettre en rapport la minimisation des trajets et la pénalité de non réalisation de la tâche à insérer ainsi que l'adéquation avec le véhicule sur lequel on teste l'insertion. Le client c ne faisant pas partie de la solution au moment où on évalue son insertion, sa pénalité de non réalisation est à maximiser dans la mesure où elle correspond dans ce cas au gain que l'on aura à assurer son service. L'adéquation $P(c, v)$ est également à maximiser dans la mesure où elle oriente le choix des insertions dans les routes pertinentes. Le critère \mathcal{C}_2 est construit de manière similaire, sauf qu'il vise à saturer les routes et non pas à minimiser les surcoûts de trajet. Le critère \mathcal{C}_3 est quand à lui une approximation de la variation de la fonction objectif à minimiser. Il comptabilise les coûts que représentent : l'attente du client c jusqu'à son service à la date de service au plus tôt t_c s'il est inséré à l'endroit désigné dans la route, le surcoût de trajet, la pénalité de non réalisation de c qui apparaît comme un gain dans l'hypothèse où c est inséré, et l'adéquation entre c et le véhicule correspondant à l'insertion.

Compte tenu du mode de calcul des marges et dates de départ des tâches, tous les critères peuvent être calculés en $O(1)$. Nous utilisons le critère \mathcal{C}_3 plutôt que la différence réelle qu'implique l'insertion sur la fonction objectif dans la mesure où celle-ci ne peut pas se calculer en temps constant. En effet, une insertion dans une route peut remettre en cause les dates de service des autres clients déjà présents dans cette route. Or, le coût d'attente $C_i(t)$ d'un client i est dépendant de sa date de service. Pour évaluer exactement le surcoût d'une insertion, il serait donc nécessaire de recalculer en $O(n)$ l'ensemble des dates de service des clients de la route. La complexité globale de cette heuristique constructive est donc $O(n^3)$.

Les trois critères présentés sont employés de manière indépendante de sorte à obtenir autant d'heuristiques constructives distinctes. La section suivante décrit l'emploi de ces différentes heuristiques au sein

d'un algorithme de Destruction/Construction Itératif d'amélioration des tournées.

3.2. Amélioration des tournées

Nous proposons dans cette section une méthode d'amélioration des tournées basée sur un algorithme de Destruction/Construction Itératif faisant usage de la Meilleure Insertion. Il s'agit d'une recherche locale stochastique (SLS) proche des recherches locales itératives (ILS), et plus précisément de l'*Iterated Greedy* (IG) (Ruiz & Stützle 2007), dans laquelle des phases de destruction partielle et de reconstruction de la solution courante par des méthodes gloutonnes sont alternées. IG a démontré son efficacité pour le Problème de Flowshop de Permutations (PFSP) (Ruiz & Stützle 2007, Framinan & Leisten 2007). R. Ruiz et T. Stützle (Ruiz & Stützle 2007) mettent en avant d'excellentes performances de cette heuristique : des résultats comparables, et parfois meilleurs que les métaheuristiques ont été obtenus sur le PFSP. Le schéma général de l'IG est donné par l'algorithme 2.

3.3. Destruction

La phase de destruction de notre méthode consiste à extraire un sous-ensemble de d clients appartenant aux routes. Ces clients sont choisis aléatoirement parmi ceux appartenant à la solution S courante. Les clients fictifs ne doivent par contre être ni extraits, ni déplacés des routes. L'extraction des clients fictifs étant écartée, une solution S' résultant de la destruction de S vérifie toutes les contraintes du problème si S les vérifiait également. En effet, le retrait d'une tâche ne peut qu'augmenter les marges des clients mais en aucun cas violer leur contrainte de fenêtre de temps dans la mesure où l'inégalité triangulaire est vérifiée pour tous les trajets réalisables, le taux de volume horaire de rendez-vous ne peut qu'être diminué et l'absence de rendez-vous les matinées d'astreinte est conservée.

3.4. Reconstruction

La méthode de reconstruction consiste à exploiter les différentes heuristiques constructives présentées précédemment. On note respectivement H_1, H_2, H_3 les trois variantes de la Meilleure Insertion visant à minimiser les critères $\mathcal{C}_1, \mathcal{C}_2$ et \mathcal{C}_3 . Nous utilisons ces différentes heuristiques constructives en vue de constituer un voisinage de la solution courante à compléter. Lors de chaque phase de construction, la

Algorithme 2 : Destruction/Construction**Données** : S_0 : solution (initiale)**Variables** : $S, R, Best$: solutions**début** $S := S_0$ $Best := S$ **répéter** $R := S$ détruire partiellement S de manière gloutonnereconstruire S de manière gloutonne**si** S est strictement améliorante **alors**└ $Best := S$ **si** rejet **alors**└ $S := R$ **jusqu'à** satisfaction d'un critère d'arrêt ;**fin****Résultat** : $Best$

même donnée d'entrée, composée de la solution partielle S et de l'ensemble de clients non routés NR , est appliquée à chacune des trois heuristiques constructives. Ces différentes heuristiques produisent une solution S' qui est comparée à S_c , qui mémorise la meilleure solution obtenue sur toutes celles produites par les différentes heuristiques. Cette solution S_c est retenue comme solution de retour au terme de la phase de reconstruction.

3.5. L'algorithme itératif

Les phases de destruction et de construction sont itérées comme indiqué par l'algorithme 2. La solution S donnée en entrée de l'algorithme est la solution imposée S_{init} par les opérateurs. La première phase de destruction est donc sans effet et la phase de construction qui suit doit construire une solution complète sur la base de S_{init} . Les phases qui succèdent impliquent un paramètre d définissant le nombre de clients extraits de la solution courante lors des phases de destruction. Ce paramètre d doit être de valeur faible de sorte à ce que les phases de destruction et de construction alternées soient effectivement très rapides. La valeur de d est cependant choisie aléatoirement entre 1 et le nombre de clients présents dans la solution courante toutes les n itérations successives sans amélioration stricte de sorte à introduire des phases de diversification. En dehors de ces phases, d reste constant et égal à sa valeur initiale. Contrairement à une recherche locale, l'algorithme de Destruction/Construction Itératif admet les solutions détériorantes dans l'évolution de la recherche. Ces solu-

tions sont acceptées sans condition dans notre cas, le processus de perturbation ayant pour vocation de diversifier la nature des solutions visitées lorsque la recherche tend à devenir improductive.

4. RÉSULTATS NUMERIQUES

Cette section présente les résultats numériques obtenus sur des jeux de données extraits de données réelles de la problématique industrielle que nous traitons.

4.1. Présentation des données

Nous présentons les résultats de notre algorithme sur un ensemble de jeux de données extraits de cas réels. Ces instances sont au nombre de dix. Pour chaque instance, les principales caractéristiques sont données dans le tableau 1. Les colonnes du tableau indiquent respectivement : le numéro de l'instance num , le nombre de clients n , la proportion du volume horaire de la charge en rendez-vous vh_{rdv} , le nombre de véhicules/agents disponibles m , la proportion des réquisitions req , c'est à dire la proportion que représentent les tâches affectées sur décision des opérateurs par rapport aux disponibilités, et le nombre d'agents astreints n_a . Le paramétrage des pénalités de non réalisation et des coûts d'attente des missions en fonction de leur type ainsi que la définition des préférences d'affectations ont été établis par l'encadrement des agents dans le cadre d'une campagne de tests de l'outil. L'intégralité du contenu des instances ne peut être détaillée dans ce document pour des raisons de place et de confidentialité.

Le critère d'arrêt de l'algorithme est un temps maximal d'exécution, conformément aux conditions d'utilisation. Les résultats présentés résultent d'exécutions effectuées sur une configuration PC portable à 1.6GHz pour un critère d'arrêt porté à 180 secondes.

num	n	vh_{rdv}	m	req	n_a
1	71	2.9%	5	19.6%	2
2	139	9.6%	10	27.7%	2
3	117	17.7%	10	27.7%	2
4	108	6.4%	13	32.6%	2
5	58	5.1%	5	24.1%	1
6	56	0%	4	20.4%	2
7	131	8.2%	10	27.7%	2
8	32	65.1%	10	22.9%	2
9	57	89.3%	12	23.5%	2
10	54	93.6%	12	22.3%	2

Table 1: Caractéristiques des dix instances.

4.2. Résultats expérimentaux

L'algorithme de Destruction/Construction que nous proposons est dépendant d'un paramètre d , correspondant au nombre de clients extraits de la solution courante lors des phases de destruction. Cette dépendance s'exprime sous deux aspects. En premier lieu, la valeur de d détermine la proportion dans laquelle la solution courante sera remise en cause à chaque itération, et donc l'ampleur des modifications qui y seront apportées. En second lieu, le nombre d'insertions possibles lors de chaque phase de reconstruction est a priori du même ordre que d . L'heuristique utilisée pour la reconstruction étant en $O(n^3)$, la valeur de d a toutes raisons d'être déterminante par rapport au nombre total d'itérations de l'algorithme pouvant être effectuées en un temps limité.

Nous étudions donc l'impact de la valeur du paramètre d sur les instances présentées. L'algorithme est lancé cinq fois sur chaque instance pour chaque valeur de d comprise entre 1 et 10. Le tableau 2 reporte, pour chaque valeur de d , la moyenne et la variance de l'écart relatif à la meilleure solution connue sur l'ensemble des instances. Cette grandeur est définie, pour une solution S donnée et une solution record sur l'ensemble des exécutions S_{best} , par $\mathcal{E}_{best} = (F(S) - F(S_{best}))/F(S_{best})$. La figure 1 reporte ces mêmes résultats sous la forme d'un graphique de boîtes à moustaches.

d	$moy(\mathcal{E}_{best}^{init})$	$moy(\mathcal{E}_{best})$	$var(\mathcal{E}_{best})$
1	11.267%	7.501%	0.557%
2	10.929%	4.069%	0.139%
3	11.021%	2.030%	0.031%
4	11.031%	1.687%	0.020%
5	11.123%	1.500%	0.021%
6	11.593%	1.711%	0.021%
7	11.195%	2.171%	0.037%
8	11.047%	1.870%	0.025%
9	11.449%	1.961%	0.026%
10	11.096%	2.227%	0.044%

Table 2: Moyenne et variance de l'écart relatif à la meilleure solution connue en fonction de d , à l'initialisation et au terme de la recherche.

Ces résultats démontrent tout d'abord que la valeur de d permettant d'obtenir les meilleurs résultats, à la fois en terme de moyenne et de stabilité, est comprise entre $d = 4$ et $d = 6$. Les résultats obtenus confirment bien que de faibles valeurs de d sont pertinentes. Des valeurs trop faibles de d semblent cependant ne pas permettre une remise en cause suffisante des solutions puisque les résultats sont moins bons en moyenne, mais également beaucoup moins stables. La valeur $d = 5$ donne les meilleurs résultats en moyenne. La position de la médiane et des quartiles apparaissant dans la figure 1 démontrent clairement une plus grande concentration des

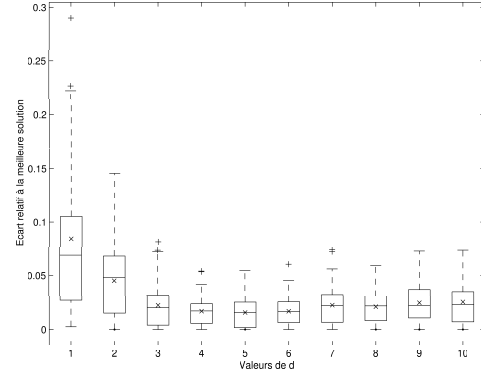


Figure 1: Représentation graphique des écarts relatifs à la meilleure solution connue en fonction de d .

valeurs de \mathcal{E}_{best} à proximité de zéro pour cette valeur. Les courbes présentées sur la figure 2 représentent l'évolution de la moyenne de \mathcal{E}_{best} sur l'ensemble des instances en fonction du temps d'exécution et avec un pas de 5 secondes. Chaque courbe est associée à une valeur de d de 1 à 10. Ce suivi de l'évolution de la recherche confirme la qualité des solutions pour les valeurs de d de 4 à 6. Les résultats obtenus par la recherche à tout moment de l'exécution de l'algorithme pour ces valeurs dominent en moyenne ceux obtenus pour tout autre valeur de d .

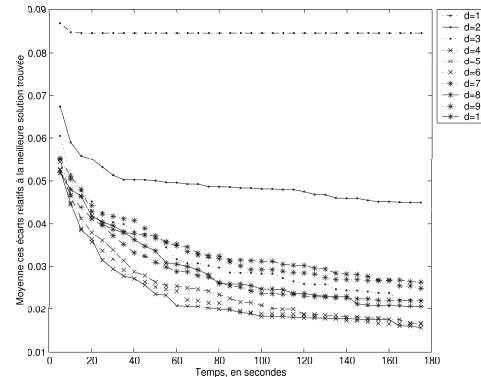


Figure 2: Moyenne de l'écart relatif à la meilleure solution connue pour différentes valeurs de d .

La valeur $d = 5$ présentant les meilleurs résultats, nous ne retenons que celle-ci pour les résultats qui suivent. Pour chaque instance, le tableau 3 donne, pour $d = 5$ et pour les cinq exécutions effectuées, les valeurs moyennes : du nombre de véhicule effectivement utilisés m_{eff} , du nombre d'interventions n'ayant pas pu être planifiées $nb_{unrouted}$ et du rapport entre la somme des surcoûts d'attente associée à la solution et la somme des pénalités de non réalisation sur l'ensemble des interventions (cette somme équivalant au fait de ne traiter aucune intervention), que nous notons $perte = 100 \cdot (\lambda_1(S) + \lambda_5(S)) / \sum_{i \in X} P_i$.

Notons tout d'abord que tous les rendez-vous font systématiquement partie des solutions, même quand ceux-ci représentent une grande proportion de la

<i>num</i>	<i>m_{eff}</i>	<i>nb_{unrouted}</i>	<i>perte</i>
1	4	1	17.77%
2	10	15.2	17.03%
3	10	10.2	4.97%
4	12.2	2.6	7.65%
5	5	0	24.46%
6	4	0	94.13%
7	10	16.6	13.81%
8	9	0	0.01%
9	12	0	0.00%
10	10	0	0.00%

Table 3: Détail des résultats par instance.

charge. Il est à noter que les résultats sont donnés pour $RDV_{\max} = 100\%$, dans la mesure où ce paramètre requiert encore un qualibrage adéquat avant de pouvoir être défini de manière pertinente pour et par l'exploitant. Le nombre de clients non routés est généralement faible et semble être directement dépendant de la taille des instances. L'algorithme parvient par ailleurs fréquemment à libérer des véhicules. Il est à noter que ceci peut être fait alors que toutes les interventions ne sont pas planifiées. Ceci tient à la nature de l'objectif qui met en rapport le coût de sortie d'un véhicule avec ce que peut apporter le traitement des interventions. La valeur *perte* est également assez faible, ce qui indique une sélection pertinente des interventions. Seules les instances 5 et 6 font apparaître une valeur élevée pour cet indicateur. Ceci tient à un élément structurel de ces instances : la plupart des demandes d'interventions sont proches de l'échéance et les coûts si non fait son donc tous proches des pénalités de non réalisation. Ceci apparaît clairement du fait qu'aucune intervention ne reste non-routée sur ces instances.

5. CONCLUSIONS

Nous proposons dans cet article une formulation et une méthode de résolution d'un problème de tournées de véhicules réel présentant plusieurs spécificités. La formulation proposée agrège l'ensemble des paramètres d'évaluation auxquels les opérationnels se montrent sensibles. De par les tests effectués en pratique, cette orientation révèle un regain de souplesse d'un point de vue organisationnel, comparativement aux règles établies pour une planification aujourd'hui effectuée en grande partie manuellement.

L'algorithme itératif de Destruction/Construction que nous proposons démontre son efficacité de par les améliorations apportées aux solutions heuristiques de départ, mais se trouve également avoir démontré des gains possiblement significatifs sur les trajets en pratique. Les opérationnels associés aux tests effectifs de l'algorithme se sont par ailleurs montrés satisfaits de la prise en compte des paramètres d'adéquation

agent/mission qui ont pu être configurés, et auxquels ils sont particulièrement attentifs.

L'algorithme itératif de Destruction/Construction que nous proposons est particulièrement adaptable aux différentes contraintes que peuvent présenter les problèmes réels. Il démontre par ailleurs de bonnes capacités d'amélioration des solutions et représente donc un moyen approprié pour une résolution efficace de problèmes réels présentant de nombreuses spécificités, à plus forte raison du fait du faible nombre de paramètres à définir.

RÉFÉRENCES

- Bodin, L., Golden, B., Assad, A. & Ball, M. (1983). Routing and scheduling of vehicles and crews, the state of the art, *Computers and Operations Research* **10**: 63–212.
- Cordone, R. & Calvo, R. W. (1996). Note on time window constraints in routing problems, *Internal Report 96.005*, Politecnico di Milano, Dipartimento di Elettronica e Informazione, Milan, Italy.
- Desrochers, M., Lenstra, J. & Savelsbergh, M. (1990). A classification scheme for vehicle routing and scheduling problems, *Journal of Operational Research Society* **46**: 322–332.
- Framinan, M. & Leisten, R. (2007). A multi-objective iterated greedy search for flowshop scheduling with makespan and flowtime criteria, *OR Spectrum*.
- Gendreau, M., Hertz, G., Laporte, G. & Stan, M. (1998). A generalized insertion heuristic for the traveling salesman problem with time windows, *Operations Research* **43**: 330–335.
- Ruiz, R. & Stützle, T. (2007). A simple and effective iterated greedy algorithm for the permutation flowshop scheduling problem, *European Journal of Operational Research* **177**: 2033–2049.
- Solomon, M. (1987). Algorithms for the vehicle problem and scheduling problem with time window constraints, *Operations Research* **35**: 254–265.
- Toth, P. & Vigo, D. (2002). *The Vehicle Routing Problem*, SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications.
- Tricoire, F. (2006). *Optimisation des Tournées De Véhicules et de Personnels de Maintenance : Application à la Distribution et au Traitement des Eaux*, PhD thesis, Ecole des Mines de Nantes.