

MODÉLISATION DE DONNÉES TECHNIQUES MULTI-NIVEAU EN PLANIFICATION MANUFACTURIÈRE : MÉTHODOLOGIE D'INSTANCIATION A UN CAS RÉEL

Rémy Dupas, Jean-Sébastien Pertuzé, Frédéric Pereyrol, Thècle Alix, Jean-Paul Bourrières

Université Bordeaux 1
IMS, Département LAPS
UMR 5218 CNRS
351, cours de la Libération
33405 Talence cedex France
remy.dupas@ims-bordeaux.fr

RÉSUMÉ : Cette communication présente la mise en œuvre d'un modèle générique de données techniques en planification sur un cas pratique dans le secteur de l'industrie du bois. Le modèle de données techniques est formel et récursif et permet de garantir la cohérence globale des scénarios de planification et d'allocation de charge. Les différentes phases d'élaboration et d'instanciation du modèle sont décrites. On construit le modèle de production au niveau détaillé pour ensuite formaliser un modèle agrégé exploitable par l'expert en planification, validé par le respect de règles d'agrégation. Enfin, on présente une utilisation du modèle instancié pour la planification et l'allocation de charges.

MOTS-CLÉS : Productique, Planification, Agrégation de données

1. INTRODUCTION

Quelle que soit l'étendue du système de production, la problématique de pilotage se ramène en définitive à la coordination de l'activité de réseaux de ressources de transformation, disposant chacune de données techniques et sujettes à des contraintes de capacité et d'approvisionnement. Ce paradigme s'applique à toutes les échelles de l'organisation, tant à l'intérieur de l'entreprise qu'entre les entreprises elles-mêmes, vues comme des ressources agrégées au sein de l'entreprise étendue (Schneeweiss and Zimmer 2004).

Le modèle élaboré par (Bourrières, et al. 2001) et exploité dans cet article s'attache à établir un cadre générique de planification applicable par particularisation à une large classe de cas et exploitable par tout gestionnaire de ressources de transformation. Par cadre de conduite nous entendons ici l'ensemble des données techniques qui constituent les paramètres de la décision, ainsi qu'un ensemble de règles à respecter, délimitant les degrés de liberté de la conduite. Quant au choix - optimal, heuristique ou arbitraire - d'une décision à l'intérieur du cadre identifié, il paraît illusoire d'en rechercher une formulation générale, tant la diversité des stratégies et des critères de performance est grande et propre à chaque application. C'est donc bien d'aide à la décision qu'il s'agit ici, et non d'algorithmique de décision. Ce modèle repose sur les fondements suivants :

- Etablir un formalisme permettant de cadrer le raisonnement sémantique, quantitatif, et temporel sur la planification des activités de production,

- Produire un modèle général mettant en « facteur commun » de toute application ce qui peut l'être, et restant ouvert à toute caractérisation particulière,
- Offrir un cadre à la planification hiérarchisée (Fontan, et al. 2005), qui limite la complexité des données et du raisonnement endossés par un même décideur, moyennant des mécanismes d'agrégation de l'information et de désagrégation de plans et qui garantit la faisabilité de l'ordonnancement au niveau opérationnel.

Cet article est organisé en deux parties principales: i) une présentation du modèle générique (§2) en se focalisant sur les fonctionnalités de désagrégation d'un processus, ici limitée à deux niveaux, eu égard au cas d'application présenté par la suite; ii) une méthodologie d'élaboration et d'instanciation du modèle au cas considéré (§3), ainsi que l'utilisation de ce modèle pour l'aide à la décision en planification multi-niveau.

2. LE MODÈLE GÉNÉRIQUE DE DONNÉES TECHNIQUES

Les données dont dispose localement tout centre de conduite dans une problématique de planification et sur lesquelles repose le modèle présenté ci-après se répartissent en deux groupes:

- des données statiques : horizon et période de planification, nomenclature des produits finis, semi-finis ou composants répertoriés, processus de fabrication,

- des données dynamiques : carnet de commande-produit, plan de production à réaliser, capacité des ressources de transformation et de transport.

2.1. Modèle direct de production

Soit :

- O ($\text{Card}(O) = m$) l'ensemble des références d'objets (matières premières, produits finis et semi-finis) répertoriés dans un processus.
- T ($\text{Card}(T) = n$) l'ensemble des tâches répertoriées dans le processus.

Les ensembles O et T définissent la sémantique des données, qui restera par la suite implicite dans le modèle.

Les vecteurs qui permettent de raisonner quantitativement sur les objets et sur les activités de transformation sont :

- le vecteur de stock généralisé :

$$S = (S_1 \dots S_i \dots S_m)^T \quad S_i \in \mathbb{R}^+$$

- le vecteur travail ou charge :

$$W = (W_1 \dots W_i \dots W_n)^T \quad W_i \in \mathbb{R}^+$$

Les composantes de S représentent des quantités de produits en référence à la nomenclature O .

Les composantes de W représentent des quantités de transformations en référence à la nomenclature T .

Lorsque les quantités S_i désignent des produits dénombrables, les valeurs S_i sont des entiers; mais ces quantités peuvent aussi se référer à des unités de mesure ayant cours dans l'entreprise, par exemple des unités de surface ou de poids et dans ce cas les valeurs S_i sont des valeurs réelles non négatives.

Nous définissons l'ensemble des processus connus (ou processus généralisé) pouvant être mis en œuvre par une ressource par un réseau de Petri :

$G = \langle O, T, C \rangle$ où C ($m \times n$) est la matrice d'incidence du réseau de Petri.

L'élément c_{ij} de la matrice C représente le nombre d'objets ou la quantité exprimée dans une unité ad hoc, de référence i engendrés ou consommés par la réalisation de la transformation j .

Ce réseau détermine le type et la quantité d'objets requis et générés par les diverses tâches dans le processus généralisé, ainsi que les antériorités entre tâches. Tous les types de transformation -usinage, assemblage, désassemblage, groupage et dégroupage de produits (i.e. lots)- sont considérés, ce qui confère au modèle la capacité à s'adapter à la modélisation et au suivi des flux, en fabrication (transformations unitaires) comme du point de vue logistique (manipulations, stockage et transport collectifs) (Dubois 1983).

L'équation fondamentale du réseau de Petri fournit un modèle linéaire de production déterminant la variation ΔS du stock généralisé résultant de tout travail W :

$$\Delta S = S' - S = C W \quad (1)$$

sous les contraintes $S, S' \in \mathbb{R}^{+m} \quad W \in \mathbb{R}^{+n}$

où S et S' désignent respectivement l'état du stock général antérieur et postérieur au travail W .

La problématique d'inversion du modèle non carré ci-dessus s'interprète comme le calcul des besoins et des activités nécessaires à la réalisation d'une variation donnée du stock généralisé. Cette problématique est décrite dans (Lecompte-Alix 2001) et n'est pas détaillée ici.

2.2 Désagrégation récursive des plans de charge

La réalisation d'un plan de charge amène un centre de conduite à organiser une allocation de travaux aux ressources internes et/ou externes, ainsi que la logistique de distribution associée, en respectant les règles de cohérence définies dans (Alix-Lecompte and Bourrières 2004), que nous rappellerons §2.3. Les travaux alloués aux ressources de transformation constituent pour chacune d'elles un plan de charge local défini sur un horizon plus court, selon les principes de la planification hiérarchisée (Bitran and Tirupati 1993). Chaque plan local peut donner lieu à une désagrégation engendrant un plan détaillé, en référence aux nomenclatures et au processus généralisé propre à la ressource locale. Nous détaillons ici les règles de cohérence structurelle (données statiques) et contextuelle (charges) nécessaires à une planification multi-niveau.

- Relation sur les horizons

Une période de niveau v constitue l'horizon de niveau $v-1$:

$$H^{v-1} = h^v \quad (2)$$

- Relation sur les processus

Il s'agit d'assurer la cohérence de la désagrégation des données produit/processus et de leur répartition sur les différents centres de conduite. La désagrégation d'un processus de niveau v consiste à associer à chaque transformation de niveau v un processus de niveau $v-1$. Ce faisant, la nomenclature des objets et la nomenclature des transformations (Bourrières, 1998) sont éclatées. Nous utilisons les notations multi-niveau suivantes :

Soit :

- (r, v) la ressource r du niveau v
- $O_r^v, T_r^v, C_r^v, S_r^v$ et W_r^v les vecteurs nomenclatures objet et tâche, matrice d'incidence processus, stocks et transformation associés à

la ressource (r, v) dans une représentation externe agrégée,

- $O_r^{v,v-1}$, $T_r^{v,v-1}$, $C_r^{v,v-1}$, $S_r^{v,v-1}$ et $W_r^{v,v-1}$ les mêmes données associées à la ressource (r, v) , cette fois dans une représentation interne détaillée.

La production de la ressource agrégée (r, v) suit le modèle direct de production (1) :

$$\Delta S_r^v = C_r^v W_r^v \quad (3)$$

La même production, détaillée au niveau $v-1$, suit le modèle :

$$\Delta S_r^{v,v-1} = C_r^{v,v-1} W_r^{v,v-1} \quad (4)$$

Il s'agit maintenant de relier ces deux modèles de production qui doivent, de manière cohérente, offrir les vues agrégée et détaillée d'un même processus.

La désagrégation d'un processus concerne à la fois les objets et les transformations impliqués dans le processus. Il est possible que certains objets seulement du niveau $v-1$ soient visibles au niveau v (Lecomte-alix, 2001). Toutefois, nous ne considérons pas ici cette potentialité de modélisation. La décomposition de la nomenclature des objets se définit par :

$$S_r^{v,v-1} = S_r^v M_r^{v,v-1} \quad (5)$$

où $M_r^{v,v-1}$ ($\text{card } O_r^{v,v-1} \times \text{card } O_r^v$) est la matrice de désagrégation des nomenclatures-objets. La décomposition de la nomenclature des transformations se définit par :

$$W_r^{v,v-1} = N_r^{v,v-1} W_r^v \quad (6)$$

où $N_r^{v,v-1}$ ($\text{card } T_r^{v,v-1} \times \text{card } T_r^v$) est la matrice de désagrégation des nomenclatures-transformations. De (4), (5) et (6), il résulte :

$$\Delta S_r^v = M_r^{v,v-1} C_r^{v,v-1} N_r^{v,v-1} W_r^v \quad (7)$$

Par identification de cette dernière expression à (3), la relation de cohérence entre les descriptions de niveau v et de niveau $v-1$ d'un même processus s'écrit :

$$M_r^{v,v-1} C_r^v = C_r^{v,v-1} N_r^{v,v-1} \quad (8)$$

La relation (8) garantit la cohérence de la désagrégation, définie par $M_r^{v,v-1}$ et $N_r^{v,v-1}$, des données du niveau v vers le niveau $v-1$. Cette relation inter-niveau est récursive, reproductible itérativement à tous les niveaux de modélisation du processus (Figure 1).

Il convient de noter que le modèle de processus $G = \langle O, T, C \rangle$ considéré à chaque niveau, ainsi que les matrices de désagrégation inter-niveau des objets et des travaux (M et N) constituent les données statiques du modèle ; les données afférentes à W et S constituent à chaque niveau de modélisation la partie dynamique du modèle.

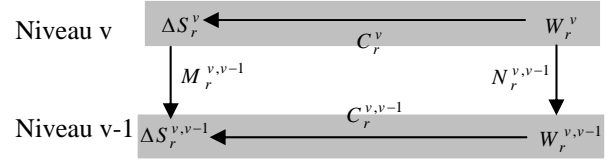


Figure 1. Désagrégation cohérente et récursive d'un processus

Notons enfin que la modélisation multi-niveau décrite ci-dessus permet d'englober les deux aspects les plus courants d'agrégation de données techniques en matière de planification :

- l'agrégation « physique » dans laquelle un objet composite est formé de l'assemblage de plusieurs objets composants ; ainsi, un objet composé, référencé à un niveau agrégé, est-il caractérisé, après désagrégation, par les divers objets qui le composent.
- l'agrégation « logique », obtenue par abstraction d'une caractéristique discriminante (i.e. couleur) qui correspond à la classique notion de famille de produits en gestion de production. L'application présentée au paragraphe 3 relève précisément de cette catégorie d'agrégation.

2.3 Plan de charge

Soit H l'horizon de planification et $W(H)$ le travail global à réaliser sur cette durée, ou plan. Le plan $W(H)$ résulte du cumul de travaux alloués à la ressource considérée (i.e somme des activités de sous-traitance et des activités de production nécessaire à la réalisation du carnet de commande-produit).

L'horizon H est divisé en K périodes de durée h . Si $|R|$ est le nombre des ressources internes et/ou externes (sous-traitance) exploitables par le centre de conduite, l'allocation de charge consiste à distribuer le travail $W(H)$ dans le temps et dans l'espace (i.e. sur les ressources internes et externes). Un scénario d'allocation se traduit donc par une table spécifiant le travail $\tilde{W}_r(k)$ $r = 1, \dots, |R|$, $k = 1, \dots, K$ alloué à chaque ressource dans chaque période (Figure 2).

L'allocation de charge est soumise, dans sa distribution temporelle, aux contraintes d'antériorité propres aux processus de fabrication, et, dans sa distribution spatiale, au respect des capacités des ressources. Dans le cadre de notre étude, pour des raisons de simplification, seules les capacités des ressources de transformation sont prises en compte à l'exclusion des capacités des ressources de transport. La capacité résiduelle (c'est-à-dire la capacité exploitable pour le problème d'allocation, eu égard aux charges préalablement planifiées) de la ressource r sur la période k est exprimée par $\tilde{W}_r(k)$.

		H		
		h		
		k = 1	...	k = K
r = 1				
...			$\widehat{W}_r(k)$	
r = R				

Figure 2. Table d'allocation

L'ensemble des processus de transformation gérés par le centre de conduite considéré est modélisé par la matrice C . Soit $S_r(k)$ le niveau du stock général local de la ressource r au début de la période k pour réaliser le travail $\widehat{W}_r(k)$ et $S'_r(k)$ le niveau après la réalisation du travail. Formons le vecteur $\widehat{W}(k)$ des charges cumulées sur toutes les ressources, par période de temps (colonne k de la Figure 2) :

$$\widehat{W}(k) = \sum_{r=1}^{|R|} \widehat{W}_r(k)$$

Formons de manière similaire les vecteurs :

$$S(k) = \sum_{r=1}^{|R|} S_r(k) \quad \text{et} \quad S'(k) = \sum_{r=1}^{|R|} S'_r(k)$$

qui caractérisent l'état du stock virtuel (i.e. spatialement distribué sur les ressources) au début et à la fin de la période k . Le déroulement dans le temps de la production répond donc à l'équation récurrente suivante :

$$\begin{aligned} S'(k) &= S(k) + C \widehat{W}(k) \\ &= S(k-1) + C [\widehat{W}(k-1) + \widehat{W}(k)] \end{aligned}$$

c'est-à-dire, en définitive :

$$C \sum_{k=1}^K \widehat{W}(k) = S'(K) - S(1) \quad (9)$$

relation caractérisant le respect des contraintes de précédence entre tâches successives, sous la contrainte $S(k) \in \mathbb{R}^{+m}$, $k = 1, \dots, K$ qui exprime l'absence de rupture de stock.

Naturellement, la table d'allocation est également soumise aux contraintes de capacité des ressources ; dans chaque période de temps k , étant donné une charge W à allouer à la ressource r , la contrainte suivante doit être respectée :

$$W \leq \widetilde{W}_r(k) \quad (10)$$

Cette inéquation traduit l'adéquation charge /capacité pour une ressource à capacités indépendantes (ou ressource cumulative) (Zolghadri and Bourrieres 1998). D'autres modèles d'adéquation charge/capacité peuvent être considérés (Lecompte-Alix 2001).

3. METHODOLOGIE D'INSTANCIATION DU MODELE: APPLICATION A UN CAS INDUSTRIEL

L'entreprise considérée produit des parquets. Il s'agit donc d'un système de production discret. Néanmoins, les grandeurs manipulées au niveau de la planification sont des volumes et des surfaces de parquets qui s'expriment en nombres réels. Dans cette application, deux niveaux sont considérés: le niveau physique ou désagrégé de l'atelier (niveau 0) et le niveau agrégé (niveau 1) pour le pilotage. Par ailleurs, cet atelier constitue l'unique ressource ($|R|=1$).

3.1 Niveau désagrégé

La Figure 3 modélise de manière simplifiée mais significative le processus de fabrication de l'entreprise. Les transformations (travaux) (T_1^0, T_2^0, T_3^0) sont des opérations de désassemblage. Le graphe ainsi que les coefficients $(c_{12}^0, c_{13}^0, c_{24}^0, c_{25}^0, c_{35}^0, c_{36}^0)$ associés aux travaux ont été déterminés à partir de l'ERP et d'observations dans l'atelier.

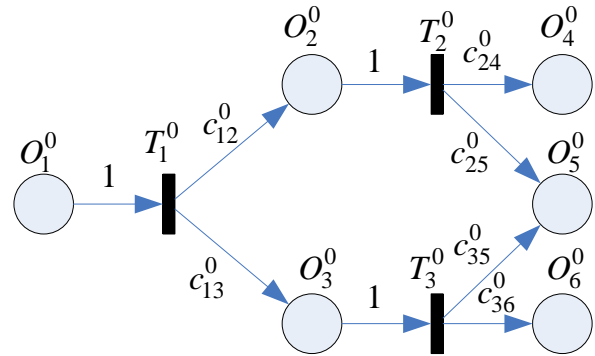


Figure 3. Modèle du processus au niveau physique (niveau 0)

3.2 Niveau agrégé

Il s'agit d'élaborer un modèle agrégé du processus exploitable en planification. Le modèle agrégé associé au niveau physique de la Figure 3 est représenté par la Figure 4; l'élaboration de ce modèle est guidée par les choix de représentation suivants :

- Trois objets sont jugés pertinents au niveau agrégé : l'objet O_1^1 , appelé « bandeau » représente la matière entrante (i.e. bloc de bois) de largeur fixe mais de longueur quelconque ; l'objet O_2^1 , appelé « blochet » représente un état intermédiaire de largeur fixe qui est formaté suivant trois longueurs possibles ; l'objet O_3^1 , appelé « lamelle » représente un état finalisé auquel sont associées différentes qualités possibles apparues à la suite de la transformation T_2^1 .

- Les coefficients c_{11}^1 et c_{22}^1 ont été valués à 1 pour répondre aux usages en vigueur dans l'entreprise. Les unités associées à ces coefficients sont des mètres-cube pour c_{11}^1 et des mètres-carré de bois pour c_{22}^1 .

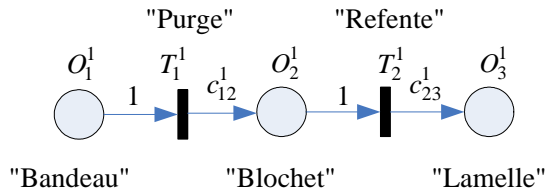


Figure 4. Processus agrégé (niveau 1)

3.3 Modèle multi-niveau

Le modèle complet, associant les niveaux agrégés et désagrégés ainsi que les différentes données permettant le passage de l'un à l'autre est représenté en Figure 5. La notation utilisée est la suivante : m_{ij} et n_{ij} sont les éléments courants des matrices M et N respectivement.

Dans ce modèle, les coefficients m_{ij} associés à un même objet indiquent la désagrégation de cet objet du niveau agrégé en plusieurs objets du niveau désagrégé ; de même, les coefficients n_{ij} associés à une même transformation indiquent la désagrégation de cette transformation du niveau agrégé en plusieurs transformations du niveau désagrégé.

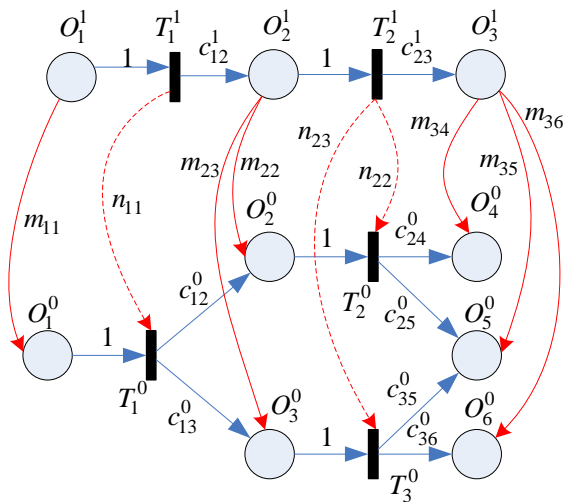


Figure 5. Modèle multiniveau du processus

3.4 Identification des paramètres du modèle

On procède maintenant à l'identification des paramètres de désagrégation (matrices M et N) ainsi que des coefficients non encore valués au niveau agrégé. On a procédé ici en six étapes.

3.4.1 Détermination du coefficient c_{12}^1 du niveau agrégé

L'opération de « purge » T_1^1 (désassemblage) transforme 1m^3 de « bandeau » en $c_{12}^1\text{m}^3$ de « blochet ». Au niveau désagrégé et après la transformation T_1^0 , $c_{12}^0\text{m}^3$ de « blochet » seront d'une longueur de type 1 tandis que les $c_{13}^0\text{m}^3$ restant seront d'une longueur de type 2. Ainsi au niveau agrégé, la quantité de m^3 obtenu par l'opération T_1^1 est égale à la somme des quantités obtenues au niveau désagrégé : $c_{12}^1 = c_{12}^0 + c_{13}^0$.

3.4.3 Détermination des coefficients de désagrégation de l'objet O_2^1

Une quantité de $c_{12}^1\text{m}^3$ de « blochet » dans O_2^1 signifie qu'il y a $c_{12}^0\text{m}^3$ de « blochet » de longueur de type 1 dans O_2^0 et $c_{13}^0\text{m}^3$ de « blochet » de longueur de type 2 dans O_3^0 .

Ainsi les coefficients de désagrégation $m_{22} = c_{12}^0/c_{12}^1$ et $m_{23} = c_{13}^0/c_{12}^1$ permettant de passer du niveau agrégé au niveau désagrégé sont égaux ; ils sont calculés de manière à être cohérents avec les différents ratios représentatifs de la transformation de 1m^3 de « bandeau » par T_2^0 en différentes longueurs, au niveau désagrégé.

De plus la somme des coefficients m_{22} et m_{23} vaut 1, car tous les « blochets » sont soit de longueur de type 1 soit de longueur type 2.

3.4.4 Détermination des coefficients de désagrégation du travail T_2^1

Au niveau agrégé, T_2^1 exprime la transformation (« refente ») de m^3 de « blochet » en m^2 de « lamelle » de différentes longueurs ; ces différentes longueurs se retrouvent au niveau désagrégé dans les stocks correspondants à O_4^0, O_5^0, O_6^0 . Pour d'obtenir des m^2 de « lamelle », il faut consommer des m^3 de « blochet ». Pour assurer la cohérence entre niveaux, lorsque l'on réalise une unité de travail agrégé T_2^1 , il faut réaliser au niveau désagrégé sur les deux opérations T_2^0 et T_3^0 de « refente » un nombre d'unités proportionnel au nombre de m^3 de « blochet » de longueur 1 et longueur 2. D'où :

$$n_{22} = c_{12}^0/c_{12}^1 \quad \text{et} \quad n_{23} = c_{13}^0/c_{12}^1$$

3.4.5 Détermination du coefficient c_{23}^1 du niveau agrégé

Au niveau désagrégé, l'opération de « refente » T_2^0 consomme un m^3 de « blochet » pour produire $c_{24}^0\text{m}^2$

de « lamelle » de type 1 (O_4^0) et c_{25}^0 m² de « lamelle » de type 2 (O_5^0). L'opération de « refente » T_3^0 consomme un m³ de « blochet » pour produire c_{35}^0 m² de « lamelle » de type 2 (O_5^0) et c_{36}^0 m² de « lamelle » de type 3 (O_6^0). Ainsi, au niveau agrégé, la quantité de m² de « lamelle », tous types confondus, est égal au cumul des quantités de m² de lamelle obtenu au niveau désagrégé ($c_{24}^0, c_{25}^0, c_{35}^0, c_{36}^0$). Ces quantités sont au préalable pondérées par les coefficients n_{22} et n_{23} qui indiquent combien de m² sortent effectivement de T_2^0 et T_3^0 lorsqu'il sort un m² de l'opération agrégée T_2^1 . D'où :

$$c_{23}^1 = (c_{24}^0 + c_{25}^0) \cdot n_{22} + (c_{35}^0 + c_{36}^0) \cdot n_{23}$$

3.4.6 Détermination des coefficients de désagrégation de l'objet O_3^1

Enfin, les coefficients de désagrégation m_{34}, m_{35}, m_{36} permettent de répartir la quantité agrégée de lamelles dans les différents stocks de type 1,2,3 (O_4^0, O_5^0, O_6^0) dans le respect des proportionnalités du niveau agrégé. Ainsi :

$$m_{34} = c_{24}^0 \cdot n_{22} / c_{23}^1$$

$$m_{35} = (c_{35}^0 \cdot n_{23} + c_{24}^0 \cdot n_{22}) / c_{23}^1$$

$$m_{36} = c_{36}^0 \cdot n_{23} / c_{23}^1$$

3.5 Modèle multi-niveau instancié

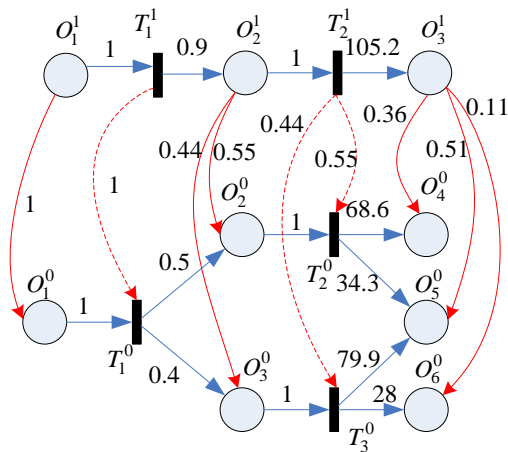


Figure 6. Modèle multi-niveau instancié

Il convient de faire les remarques suivantes sur le modèle complet de l'exemple (Figure 6) :

- La nature des transformations du modèle détermine l'unité dans laquelle s'expriment les coefficients de pondération auxquelles ces transformations sont associées. Ainsi, à titre d'exemple, l'opération T_1^0 (« purge ») consomme des mètres cubes et produit des mètres cubes : 1 m³ de « bandeau » fournit 0,5

m³ et 0,4 m³ de « blochet ». L'opération T_2^0 (« refente ») consomme des mètres cubes pour produire des mètres carrés : 1 m³ de « blochet » fournit 68,64 m² et 34,32 m³ de « lamelle ».

- Le modèle représente implicitement les pertes (i.e. sciures) puisque T_1^0 consomme 1 m³ pour produire un total de 0,9 m³; les pertes sont donc de 10 %.

3.6 Matrices caractéristiques du cas étudié

En résumé de ce qui précède, les différentes matrices caractéristique de l'exemple considéré sont les suivantes :

$$C_r^{1,0} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0,5 & -1 & 0 \\ 0,4 & 0 & -1 \\ 0 & 68,64 & 0 \\ 0 & 34,32 & 79,99 \\ 0 & 0 & 28,11 \end{pmatrix} \quad C_r^1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0,9 & -1 \\ 0 & 105,24 \end{pmatrix}$$

$$M_r^{1,0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5556 & 0 \\ 0 & 0,4444 & 0 \\ 0 & 0 & 0,3623 \\ 0 & 0 & 0,5189 \\ 0 & 0 & 0,1187 \end{pmatrix} \quad N_r^{1,0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,5556 \\ 0 & 0,4444 \end{pmatrix}$$

En application de la relation (8), la vérification de cohérence nécessite de calculer les produits suivants :

$$M_r^{1,0} C_r^1 = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0,50004 & -0,5556 \\ 0,39996 & -0,4444 \\ 0 & 38,1284 \\ 0 & 54,6090 \\ 0 & 12,4919 \end{pmatrix}$$

et

$$C_r^{1,0} N_r^{1,0} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0,5 & -0,5556 \\ 0,4 & -0,4444 \\ 0 & 38,1363 \\ 0 & 54,6157 \\ 0 & 12,4920 \end{pmatrix}$$

La cohérence du modèle est donc vérifiée.

3.7 Exploitation du modèle en planification

Nous présentons ici l'usage qui peut être fait du modèle multi-niveau dans une problématique de planification. Deux variantes de planification sont présentées, en référence au cas industriel modélisé précédemment.

		Contraintes de capacité ($\tilde{W}(k^1)$)	Horizon H^1																
			$k^1 = 1$								$k^1 = 2$								
Modèle agrégé	Transformations	T_1^1	10								20								
		T_2^1	9								18								
		Etat du stock en début de période S_0				Variation du stock ΔS				Etat du stock en début de période S_0				Variation du stock ΔS					
	Stocks	O_1^1	30				-10				20				-20				
		O_2^1	0				0				0				0				
O_3^1		0				947,16				947,16				1894,32					
Modèle désagrégé (niveau)	Transformations	T_1^0	22	10								20							
		T_2^0	12	5,004								10,008							
		T_3^0	10	3,996								7,992							
		Contraintes de capacité ($\tilde{W}(k^0)$)	Horizon H^0								Horizon H^0								
			$k^0 = 1$		$k^0 = 2$		$k^0 = 3$		$k^0 = 4$		$k^0 = 1$		$k^0 = 2$		$k^0 = 3$		$k^0 = 4$		
Modèle désagrégé (niveau et temps)	Transformations	T_1^0	22/4	4	2	2	2	2	2	8	4	4	4	4	4	4	4		
		T_2^0	12/4	1	2	1	1	1	1	2	4	2	2	2	2	2	2		
		T_3^0	10/4	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2		
	Stocks			S_0	ΔS	S_0	ΔS	S_0	ΔS	S_0	ΔS	S_0	ΔS	S_0	ΔS	S_0	ΔS	S_0	ΔS
		O_1^0		30	-4	26	-2	24	-2	22	-2	20	-8	12	-4	8	-4	4	-4
		O_2^0		0	1	1	-1	0	0	0	0	0	2	2	-2	0	0	0	0
		O_3^0		0	0,6	0,6	-0,2	0,4	-0,2	0,2	-0,2	0,00	1,2	1,2	-0,4	0,8	-0,4	0,4	-0,4
		O_4^0		0	68,64	68,64	137,28	205,92	68,64	274,56	68,64	343,2	137,28	480,48	274,56	755,04	137,28	892,32	137,28
		O_5^0		0	114,31	114,31	148,63	262,94	114,31	377,25	114,31	491,56	228,62	720,18	297,26	1017,44	228,62	1246,06	228,62
		O_6^0		0	28,11	28,11	28,11	56,22	28,11	84,33	28,11	112,44	56,22	168,66	56,22	224,88	56,22	281,1	56,22

Figure 7. Exemple de désagrégation et d'allocation temporelle des transformations

3.7.1 Planification multi-niveau

L'objectif est de procéder à une macro-planification des activités utilisant le niveau agrégé, de manière à offrir à l'exploitant une vue simplifiée du système de production, pour ensuite vérifier la faisabilité du plan au niveau détaillé.

```

Initialiser  $H^1, H^0, K^1$ 
 $k^1 <- 0$ 
fin <- faux
ttq (fin=faux et  $k^1 < K^1$ ) faire
     $k^1 <- k^1 + 1$ 
    Initialiser_transformation_et_stock_amont
    Propagation_avant_modèle_agrégé
    si (modèle agrégé valide) alors
        Désagrégation // i.e. obtention modèle désa-
        grégé
        si (modèle désagrégé non valide) alors
            fin <- vrai
        sinon
            Allocation_travaux_sur_périodes_ $k^0$ 
        fsi
    sinon
        fin <- vrai
    fsi
ftq
    
```

Algorithme 1. Allocation de charge par « propagation avant »

Une première approche de macro-planification, appelée « propagation avant » est synthétisée sous la forme de l'Algorithme1. Elle consiste à utiliser le modèle multi-niveau établi plus haut en trois phases. Soit une quantité de travail $W(H^1)$ à réaliser sur l'horizon agrégé H^1 . Cette quantité de travail est scindée en deux quantités $\widehat{W}_1(k^1 = 1)$ et $\widehat{W}_1(k^1 = 2)$ sur les deux périodes de H^1 .

- Dans un premier temps, la quantité de travail à réaliser $\widehat{W}_1(k^1 = 1)$ portant sur une transformation amont (respectivement une variation de stock amont) est propagée sur les transformations et stocks avals pendant une période de temps k^1 . Cette propagation permet de tester, au niveau agrégé, des hypothèses de planification en vérifiant qu'elles respectent les contraintes de capacité des ressources et des stocks sur la même période.
- Dans un deuxième temps, il est alors possible de connaître les quantités de travail à réaliser au niveau du modèle désagrégé.
- Dans un troisième temps, une allocation des travaux au niveau du modèle désagrégé est effectuée sur chaque période de temps k^0 (au niveau temporel le plus fin) ; cette allocation doit respecter les contraintes locales de capacité des ressources et des stocks. Ce scénario

est ensuite itéré en faisant progresser la période du niveau agrégé k^1 .

La Figure 7 présente un exemple associé à une utilisation du modèle en « propagation avant ». Dans cet exemple, les hypothèses simplificatrices suivantes ont été adoptées:

- L'horizon H^1 du niveau agrégé ou niveau 1 est décomposé en 2 périodes
- L'horizon H^0 du niveau désagrégé ou niveau 0 (i.e. période du niveau 1) est décomposé en 4 périodes
- Une ressource unique est considérée dans ce modèle ($|R|=1$).
- Les contraintes de capacité \tilde{W} sont identiques pour chacune des périodes de niveau 1 et divisées par 4 (nombre de périodes du niveau 0) pour chacune des périodes de niveau 0.

Sur cette Figure, les données apparaissent en grisé ; il s'agit de l'horizon, des périodes, des contraintes de capacité \tilde{W} , des stocks initiaux et de la quantité de travail initial à réaliser $W(H^1) = 30$; cette charge de travail est décomposée, de manière arbitraire dans le respect des capacités, pour chaque période au niveau agrégé de la façon suivante : $(\widehat{W}(k^1 = 1) = (10 \quad 9)^T$ et $\widehat{W}(k^1 = 2) = (20 \quad 18)^T$). Les contraintes de capacité, notées $\tilde{W}(k^1)$, sont quant à elles définies au niveau des périodes du niveau agrégé (k^1). Les autres valeurs (non grisées) sont calculées à partir du modèle (i.e. quantités de transformation désagrégées sur l'horizon) ou proposées par un module d'aide à la décision (i.e. quantités de transformation désagrégées par périodes). Les stocks du niveau 1 (respectivement niveau 0) sont calculés sur la base des stocks initiaux du niveau 1 et des variations de stock du niveau 1 (respectivement niveau 0).

L'approche de macro-planification duale, appelée « propagation arrière », consiste à rechercher les quantités de travail (respectivement variation de stocks) amonts nécessaires à l'obtention d'une certaine quantité de travail avale au niveau agrégé (respectivement variation de stocks) puis à itérer en faisant progresser en sens inverse la période k^1 .

3.7.2 Planification mono-niveau

Une utilisation dégradée du modèle est ici envisagée, lorsque des contraintes nouvelles apparaissent au niveau désagrégé telles que par exemple des pannes ou des aléas. Il s'agit dans ce cas de pouvoir valider de nouveaux scénarios au niveau désagrégé pour répondre à ces aléas, bien que la cohérence avec le niveau agrégé ne soient plus maintenues temporairement. Cette approche consiste donc à se restreindre à l'utilisation du

modèle désagrégé (i.e. modèle fin) en le découplant du modèle agrégé.

Dans cette approche, on procède à une micro-planification des activités utilisant le niveau désagrégé, de manière à offrir à l'exploitant une vue détaillée du système de production.

Nous avons présenté dans ce troisième paragraphe, la modélisation simplifiée du cas étudié. En réalité, le cas industriel analysé implique approximativement 45 transformations et 50 références produits. Ce modèle est implémenté sous la forme d'une maquette logicielle sous Excel qui permet de valider les hypothèses de planification décrite au niveau agrégé et simuler l'avancement du temps.

4. CONCLUSION

Cette communication présente une méthode d'élaboration d'un modèle de planification agrégé appliquée à un cas industriel réel simplifié. L'étude de ce cas a tout d'abord permis de valider la généricité du modèle pour représenter les spécificités du domaine concerné et pour capter aisément la sémantique de l'application. Cette étude a également permis d'illustrer l'instanciation pratique du modèle global de planification ainsi que le passage de modèle d'un niveau à l'autre.

Nos investigations visent à enrichir ce modèle cœur de fonctionnalités utiles à son applicabilité. Une extension consiste à intégrer les données commerciales et économiques de l'entreprise, en vue d'évaluer, d'une part, les délais de réponse aux clients, et, d'autre part, la productivité des modes de production résultant des scénarios de planification. D'autres travaux en cours portent sur le couplage du modèle avec un solveur pour la détermination de plans optimaux sur critère de coût de stock et de coût du travail. Enfin, nous considérons l'utilisation du modèle à la planification dynamique des activités en liaison avec les informations de suivi de production.

REFERENCES

- Alix-Lecompte, T. and Bourrières, J. P. 2004. Modélisation généralisée des processus de production manufacturière par Réseaux de Petri. In *Proceedings of the CIFA 2004*. Douz.
- Bitran, G. R. and Tirupati, D. 1993. Chapter 10 Hierarchical production planning. In *Handbooks in Operations Research and Management Science*. Elsevier, 523-568.
- Bourrières, J. P., Lecompte, T., Deschamps, J. C. and Alami, R. 2001. Un cadre formel de décision pour la planification multi-niveau des systèmes de production distribués. *JESA* **35**(8), 859-883.

- Dubois, D. 1983. Using Petri Nets to represent production processes. In *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*. 1062-1067.
- Fontan, G., Merce, C., Hennet, J.-C. and Lasserre, J. 2005. Hierarchical scheduling for decision support. *Journal of Intelligent Manufacturing*, **16**(2), 235-242.
- Lecompte-Alix, T. 2001. Un cadre formel de décision pour la planification multi-niveau des systèmes de production réticulaires. In *école doctorale des sciences physiques et de l'ingénieur*. Université de Bordeaux I, Bordeaux.
- Schneeweiss, C. and Zimmer, K. 2004. Hierarchical coordination mechanisms within the supply chain. *European Journal of Operational Research*, **153**(3 SPEC. ISS.), 687-703.
- Zolghadri, M. and Bourrières, J.-P. 1998. Data aggregation framework for multi-level production system control. In Anon (ed), *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. IEEE, San Diego, CA, USA, 3584-3589.