

OPTIMISATION PAR ESSAIM PARTICULAIRE POUR LA SYNTHÈSE OU LA RETOUCHE DE CORRECTEURS

G. SANDOU

SUPELEC, Département d'Automatique
3 rue Joliot Curie
91192 Gif-sur-Yvette
guillaume.sandou@supelec.fr

B. LASSAMI

SUPELEC, Département d'Automatique
3 rue Joliot Curie
91192 Gif-sur-Yvette
bilal.lassami@supelec.fr

RESUME : *L'optimisation de correcteurs est un formidable défi pour l'industrie. En effet, un correcteur bien ajusté peut permettre d'obtenir de meilleures performances. Les critères et les contraintes à satisfaire sont multiples : dépassement, temps de réponse, bande passante, amortissement, gabarits temporels, gabarits fréquentiels, norme H_∞ ou H_2 ... Ces critères de performances sont des fonctions non convexes, non différentiables, voire non analytiques des paramètres de correction. Dès lors, leur optimisation par une méthode d'optimisation classique est problématique. Dans cet article, une méthode de synthèse et d'optimisation de correcteur est proposée, basée sur l'optimisation par essaim particulaire. Ce type de méthode appartient à la classe des méthodes dites métaheuristiques. Elles permettent de s'affranchir des problèmes liés à la structure des coûts et des contraintes, et de calculer une solution généralement sous optimale mais satisfaisante avec des temps de calcul raisonnables. Les tests effectués sur une maquette de suspension magnétique permettent de vérifier la viabilité de la méthode proposée.*

MOTS-CLES : *Optimisation par essaim particulaire, retouche de correcteur, métaheuristique*

1. INTRODUCTION

Le calcul de correcteurs permettant de piloter de manière intéressante un système physique est intimement lié à la notion d'optimisation. En effet, le concepteur cherche à obtenir les performances « maximales » de son système, typiquement une grande rapidité, une bonne précision et un bon rejet des perturbations agissant sur le système, tout en conservant de faibles efforts de commande. Cette tendance est de plus en plus marquée dans l'industrie où la nécessité de rentabilité pousse à la recherche de pilotages d'installations de plus en plus performants. Plusieurs situations sont possibles. Soit le problème est un problème de synthèse de correcteur, auquel cas un cahier des charges est fourni ; il s'agit alors d'un problème de faisabilité. Soit un contrôleur existe déjà et on cherche à améliorer ses performances ; il s'agit alors d'un problème d'optimisation, couramment appelé retouche de correcteur.

Les apports de l'optimisation à l'automatique ont toujours été importants. Ces contributions se sont tout d'abord tournées vers des formulations souvent convexes des problèmes d'automatique. Nous pouvons ainsi citer par exemple les méthodes de synthèse linéaire quadratique ou LQ (Kwakernaak et Sivan, 1972) dans les années 70. Plus récemment sont apparues les méthodes de synthèses H_2/H_∞ ou H_∞/H_∞ (Zhou, et al., 1996), pour lesquelles des méthodes de résolutions basées sur l'utilisation des inégalités matricielles affines (LMI) ont été développées, ou encore la paramétrisation de Youla-Kucera (Francis and Doyle, 1987). Cependant,

le problème générique d'optimisation de correcteurs est un problème d'optimisation non convexe et non différentiable pour lesquels des algorithmes d'optimisation efficaces doivent encore être développés. Récemment des méthodes d'optimisation permettant de résoudre des problèmes d'optimisation non différentiables ont été utilisées, comme celles basées sur le ε sous différentiel de Clarke (Lassami et Font, 2005). Ces méthodes d'optimisation restent des méthodes d'optimisation locales, appartenant à la classe des méthodes de descente. Dans cet article, nous nous intéressons à l'utilisation d'une classe de méthodes d'optimisation globales, les métaheuristiques, afin de résoudre le problème de retouche de correcteur. Dans (Zhao, et al., 2005), des premiers essais concluants d'optimisation par essaim particulaire ont été effectués, en optimisant des critères du type « Integral Square Error », ou « Integral of Time by Absolute Error ITAE ». Nous nous proposons ici d'utiliser cette méthode d'optimisation dans un cadre plus formel et générique, en optimisant les critères couramment utilisés en automatique classique tels que dépassement, marge de phase, énergie de commande...

Dans la section 2 la formulation générique du problème de synthèse ou de retouche d'un correcteur sous forme de problème d'optimisation est brièvement rappelée. Les différentes fonctions permettant de calculer les coûts et les contraintes sont des fonctions non partout différentiables, présentant de nombreux minima locaux. L'optimisation par essaim particulaire, exposée dans la section 3 permet de s'affranchir des difficultés

occasionnées par ces fonctions. Des résultats expérimentaux, obtenus pour une maquette de suspension magnétique sont ensuite présentés dans la section 4 et permettent de valider l'approche développée. La section 5 présente une discussion sur les avantages et les inconvénients de la méthode proposée. Enfin, la section 6 regroupe les conclusions de l'étude ainsi que les perspectives de ce travail.

2. OPTIMISATION DE CORRECTEURS : FORMULATION GÉNÉRIQUE DU PROBLÈME

2.1. Mise en forme du problème

Considérons la boucle d'asservissement classique d'un système physique représentée sur la figure 1.

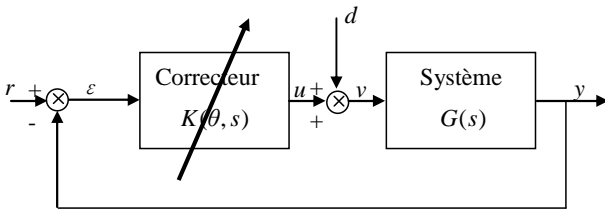


Figure 1. Boucle d'asservissement

Le système G doit être piloté par le correcteur K , dont les paramètres de réglage sont notés θ , afin que la sortie y suive « au mieux » la référence r (l'écart ε doit rester faible), et ce malgré la présence de la perturbation d et en gardant une énergie de la commande u faible. La variable de Laplace est notée s . A partir de ces notations, toutes les fonctions permettant de caractériser le comportement du système sont des fonctions des paramètres du correcteur. Ainsi, tout transfert de la boucle entre une entrée x et une sortie y quelconques est de la forme :

$$T_{x \rightarrow z}(s) = H(s, \theta). \quad (1)$$

A partir de ces transferts, certaines spécifications peuvent se traduire en contrainte sur la représentation fréquentielle. Les critères les plus couramment utilisés dans le domaine fréquentiel sont les suivants, pour un correcteur de paramètres θ donnée :

- Bande passante ω_0 :

$$\omega_0(\theta) = \arg \min_{\omega_1} \omega_1 \quad (2)$$

$$\text{s.c } |T_{\varepsilon \rightarrow y}(j\omega, \theta)| < 1, \forall \omega > \omega_1$$

- Marge de phase $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi(\theta) = \arg(T_{\varepsilon \rightarrow y}(j\omega, \theta)) - (-180^\circ) \quad (3)$$

$$\text{avec } |T_{\varepsilon \rightarrow y}(j\omega, \theta)| = 1$$

- Marge de module Δm :

$$\Delta m(\theta) = \min_{\omega} |T_{\varepsilon \rightarrow y}(j\omega, \theta) - (-1)|; \quad (4)$$

- Norme H_∞ du système :

$$\|T_{r \rightarrow y}\|_\infty(\theta) = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(j\omega, \theta)$$

avec

$$\bar{\sigma}(j\omega, \theta) = \max_i \sqrt{\lambda_i(T_{r \rightarrow y}(j\omega, \theta)^* T_{r \rightarrow y}(j\omega, \theta))} \quad (5)$$

et $\lambda_i(M)$ la $i^{\text{ème}}$ valeur propre de M

De manière plus générale, les spécifications fréquentielles se traduisent par des gabarits sur le module et la phase des différents transferts, par exemple :

$$\begin{cases} \underline{T}(j\omega) \leq |T_{x \rightarrow z}(j\omega, \theta)| \leq \bar{T}(j\omega) \\ \underline{\Phi}(j\omega) \leq \arg(T_{x \rightarrow z}(j\omega, \theta)) \leq \bar{\Phi}(j\omega) \end{cases} \quad (6)$$

A titre d'exemple, la figure 2 montre le gabarit fréquentiel classique que doit respecter la boucle ouverte d'un transfert mono-variable : grands gains en basse fréquence afin d'assurer une bonne précision statique et dynamique, bande passante $\underline{\omega}$ et marge de phase $\underline{\Delta\varphi}$ suffisantes afin d'assurer respectivement une bonne rapidité et une bonne stabilité du système, faibles gains en haute fréquence afin de filtrer les bruits. De tels gabarits fréquentiels peuvent être définis pour d'autres transferts de la boucle, ouverte ou fermée. Dans le cas de systèmes multi-variables, les contraintes du cahier des charges peuvent se décrire par des gabarits sur les valeurs singulières des transferts, permettant ainsi de modéliser les différents transferts.

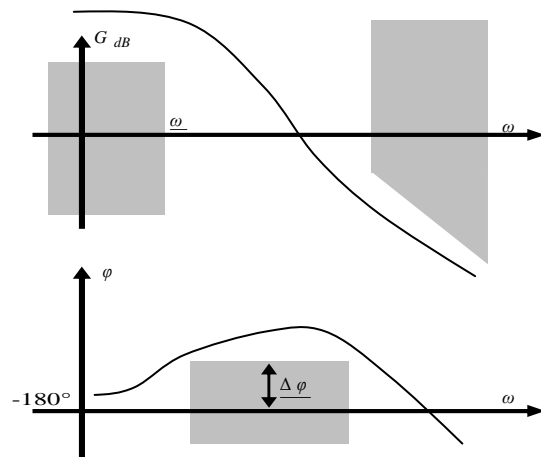


Figure 2. Gabarit fréquentiel classique pour la boucle ouverte d'un système mono-variable

De la même façon, les spécifications temporelles classiques des systèmes asservis telles que le dépassement en régime indiciel, le temps de réponse ou l'énergie de commande sont des fonctions des paramètres du correcteur :

- Dépassement en réponse indicielle $D\%$:

$$D\%(\theta) = \max_t \frac{y(t, \theta) - \lim_{t_1 \rightarrow +\infty} y(t_1, \theta)}{\lim_{t_1 \rightarrow +\infty} y(t_1, \theta)} ; \quad (7)$$

- Temps de réponse à $\alpha\%$:

$$T_e(\theta) = \inf_{T>0} \{T \mid \forall t > T : |\varepsilon(t, \theta)| \leq \alpha/100 \cdot r(t)\} ; \quad (8)$$

- Maximum de la commande u_{\max} :

$$u_{\max}(\theta) = \max_t |u(t, \theta)|. \quad (9)$$

Plus généralement, les spécifications temporelles peuvent s'écrire comme des gabarits que doivent respecter la réponse du système pour quelques signaux d'entrée type (échelon, rampe, sinusoïde...). La figure 3 présente la réponse typique souhaitée en réponse à un échelon de la référence : le système a un dépassement inférieur à \bar{D} , un temps de réponse inférieur à \bar{t}_r , et une erreur statique inférieure à $\bar{\varepsilon}$.

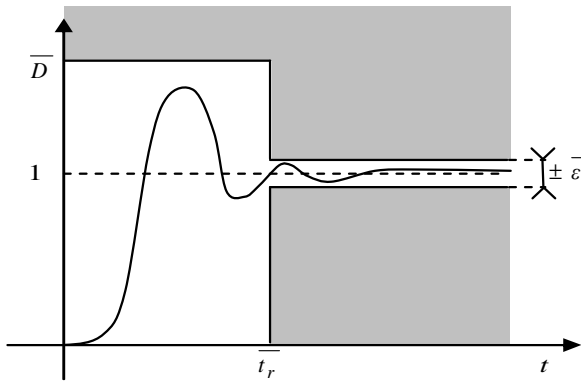


Figure 2. Gabarit temporel classique pour la réponse indicielle d'un système

2.2. Analyse du problème d'optimisation

Dans cet article, nous ne distinguerons pas les problèmes de synthèse de correcteur (problème de faisabilité de cahier des charges), des problèmes de retouche de correcteur. En effet, tout problème de faisabilité peut aisément se reformuler sous forme de problème d'optimisation :

$$\exists \theta \text{ tel que } f(\theta) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \arg \min_{\gamma, \theta} \gamma < 0 \\ \text{s.c. } f(\theta) \leq \gamma \end{cases}. \quad (10)$$

Finalement, le problème d'optimisation de correcteurs peut donc se mettre sous la forme générique d'un problème d'optimisation sous contraintes. Le critère à optimiser (temps de réponse, bande passante...) ainsi que les contraintes à respecter (dépassement, énergie de commande...) sont en effet des fonctions des paramètres

du correcteur. Cependant, ces fonctions de coût et de contraintes sont des fonctions généralement non différentiables de ces paramètres (voir section 2.1). D'autre part, certains des critères ne peuvent être calculés analytiquement. Ainsi, sauf pour les systèmes de faible dimension, l'obtention de la valeur du temps de réponse par exemple ne peut être obtenue que par simulation du système. Enfin, les critères à optimiser présentent de nombreux minima locaux. Ces différents éléments font du problème d'optimisation de correcteur un problème éminemment difficile auquel se heurtent les techniques d'optimisation classiques telles que la méthode du gradient. C'est pourquoi nous nous intéressons ici à une technique d'optimisation stochastique appartenant à la classe de méthodes des métaheuristiques, pour laquelle aucun calcul de gradient n'est nécessaire, l'optimisation par essaim particulière. D'autre part, le caractère stochastique de la méthode d'optimisation peut permettre de s'échapper des minima locaux.

3. OPTIMISATION PAR ESSAIM PARTICULAIRE

3.1. Algorithme classique

L'optimisation par essaim particulière est une méthode d'optimisation stochastique, appartenant à la classe de méthode des « métaheuristiques », qui a été introduite par Russel Eberhart et James Kennedy en 1995 (Eberhart et Kennedy, 1995). Cette méthode est basée sur le comportement social d'organismes vivants tels que les bancs de poissons et les groupes d'oiseaux.

Soit le problème d'optimisation générique :

$$\min_{x \in \chi} f(x). \quad (11)$$

On considère un ensemble de P particules dans l'espace de recherche χ . Chaque particule est animée d'un certain mouvement dans cet espace, et garde en mémoire la position où elle a obtenu sa meilleure performance au sens du critère à optimiser f . En outre, chaque particule est en communication avec un ensemble de particules « amies », appelé voisinage. Chaque particule connaît donc la meilleure position obtenue par l'une des particules de son voisinage. On note :

- x_p^k position de la particule p lors de l'itération k ;
- v_p^k vitesse de la particule p lors de l'itération k ;
- b_p^k position où la particule p a obtenu sa meilleure valeur, depuis le début de l'algorithme, à l'itération k ;
- g_p^k position où les particules du voisinage de la particule p ont obtenu leur meilleure valeur, depuis le début de l'algorithme, à l'itération k .

A chaque itération de l'algorithme, les différentes particules évoluent dans l'espace de recherche selon :

$$\begin{aligned} v_p^{k+1} &= w \cdot v_p^{k+1} + c_1 \otimes (b_p^k - x_p^k) + c_2 \otimes (g_p^k - x_p^k) \\ x_p^{k+1} &= x_p^k + v_p^{k+1} \end{aligned} \quad (12)$$

Dans ces équations :

- w est le facteur d'inertie ;
- \otimes signifie multiplication terme à terme de deux vecteurs ;
- c_1 (resp. c_2) est un vecteur de longueur la dimension du problème d'optimisation, et dont les composantes sont tirées selon une distribution uniforme dans l'intervalle $[0, \overline{c_1}]$ (resp. $[0, \overline{c_2}]$).

L'algorithme réalise donc à chaque itération et pour chaque particule une combinaison aléatoire de trois tendances : continuer sur sa lancée, revenir sur ses pas, agir comme les autres particules. La figure 3 illustre la construction des déplacements.

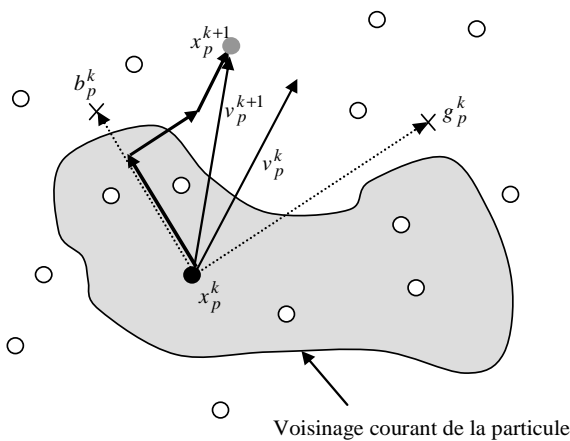


Figure 3. Représentation graphique de la règle de déplacement

Finalement, le pseudo-code de l'algorithme classique peut donc être décrit par la figure 4.

```

Initialiser les P particules aléatoirement : {x_p^0, v_p^0 ; p=1,...,P}
Pour itération k = 0 à K,
  Pour particules p = 1 à P,
    Faire évoluer la particule p selon l'équation (12)
    Evaluer la nouvelle position f(x_p^k)
    Si f(x_p^{k+1}) < f(b_p^k), alors
      b_p^k = x_p^{k+1},
    Sinon,
      b_p^{k+1} = b_p^k
    Fin si
  Fin Pour
  Remettre à jour les g_p^{k+1}
Fin Pour
    
```

Figure 4. Pseudo-code de l'algorithme classique

3.2. Choix d'implémentation pour l'optimisation de correcteurs

De nombreuses variantes de l'algorithme existent dans la littérature. Ainsi, des variations dans l'écriture de la loi d'évolution (12) sont fréquemment proposées et analysées comme dans (Eberhart and Shi, 2000) par exemple. De même, la topologie du voisinage des particules a été étudiée de manière intensive (Kennedy, 1999). Deux voisinages principaux peuvent être cités : le voisinage géographique et le voisinage social. Dans le voisinage géographique, les particules « amies » d'une particule donnée sont les particules situées les plus proches dans l'espace de recherche ; pour le voisinage social, les particules « amies » d'une particule donnée sont fixées une fois pour toutes, quel que soient leurs positions au cours de l'algorithme. Le voisinage social est plus simple à mettre en œuvre et sera utilisé ici.

Le choix des paramètres de l'algorithme (taille de l'essai, facteur d'inertie w , coefficients de pondération des tendances $\overline{c_1}$ et $\overline{c_2}$, taille du voisinage des particules) est, comme pour toute méthode de type métaheuristique, un élément important qui a été abondamment étudié : (Shi and Eberhart, 1998 ; Trelea, 2003) par exemple. Cependant, la retouche d'un correcteur est souvent une problématique industrielle qui doit être fait sur site, en fonction des conditions courantes de production, par un technicien non nécessairement formé aux techniques d'optimisation sous-jacentes au réglage. Il est donc important d'utiliser une méthode d'optimisation générique. Nous utiliserons donc ici des réglages dits « standard », validés par James Kennedy et Maurice Clerc (Kennedy and Clerc, 2006) :

- Taille de l'essai : $10 + \sqrt{D}$, où D est la dimension du problème ;
- $w = 1/(2 \ln(2))$;
- $\overline{c_1} = \overline{c_2} = 0,5 + \ln(2)$;
- Taille du voisinage des particules : 3.

4. OPTIMISATION DE CORRECTEURS POUR UNE SUSPENSION MAGNETIQUE

4.1. Suspension magnétique

Dans cette section, nous présentons des résultats numériques obtenus en optimisant des correcteurs calculés pour une maquette de suspension magnétique. Cette maquette peut se représenter conformément à la figure 5.

Un actionneur permet de faire circuler un courant i dans l'électro-aimant à partir de la tension d'alimentation u . Cet actionneur peut se modéliser par un simple premier ordre :

$$\frac{I(s)}{U(s)} = \frac{K_I}{1 + \tau s} \quad (13)$$

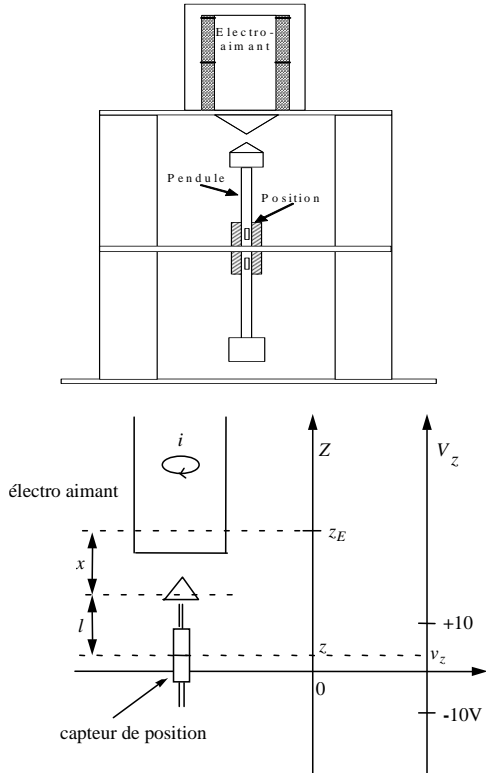


Figure 5. Maquette de suspension magnétique et notations pour la modélisation

La force exercée par l'électro-aimant s'écrit :

$$F_m = c \frac{i^2}{x^2}. \quad (14)$$

Avec :

$$x = (z_E - l) - z = x_0 - z. \quad (15)$$

L'équilibre de cette force avec le poids du pendule de masse m s'écrit :

$$m \ddot{z} = c \frac{i^2}{(x_0 - z)^2} - mg. \quad (16)$$

Autour du point $z = 0$, l'équilibre s'écrit :

$$c \frac{i_0^2}{x_0^2} - mg = 0. \quad (17)$$

En linéarisant autour de ce point, c'est-à-dire en écrivant $z = 0 + z_1$; $i = i_0 + i_1$, avec $z_1 \ll 1$; $i_1 \ll 1$, on obtient au premier ordre :

$$\ddot{z}_1 = 2 \frac{g}{i_0} i_1 + 2 \frac{g}{x_0} z_1. \quad (18)$$

Finalement, la fonction de transfert de la suspension est donc de la forme :

$$\frac{Z_1(s)}{I_1(s)} = \frac{G}{1 - \frac{s^2}{\omega_0^2}}. \quad (19)$$

Enfin, un capteur permet d'obtenir une tension proportionnelle à l'altitude du pendule. Le système considéré peut donc finalement se modéliser par le schéma-bloc de la figure 6, en considérant un modèle linéarisé autour de l'altitude 0. d est une perturbation de courant.

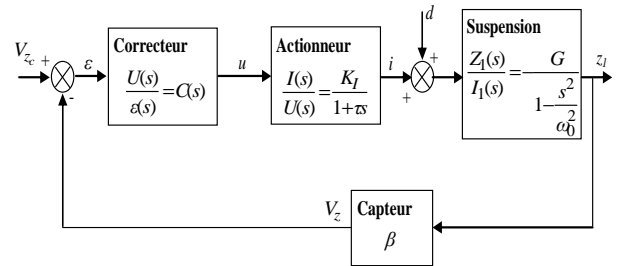


Figure 6. Schéma-bloc de la boucle d'asservissement de la suspension magnétique

Les valeurs numériques des paramètres du modèle sont les suivantes :

- $K_I = 0,09 \text{ A/V}$;
- $\tau = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$;
- $G = -0,011 \text{ m/A}$;
- $\omega_0 = 39,9 \text{ rad/s}$;
- $\beta = 4000 \text{ V/m}$.

Le correcteur utilisé est un correcteur Proportionnel-Intégral-Dérivé (PID) filtré, de fonction de transfert :

$$C(s) = K \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{1 + \tau_d s} \right) \cdot \frac{1}{1 + T_f s}. \quad (20)$$

Par convention, la constante de temps du filtrage de l'action dérivée est choisie telle que : $\tau_d = T_d / 10$. Les paramètres du correcteur à optimiser sont donc $\theta = (K, T_i, T_d, T_f)^T$.

4.2. Optimisation du temps de réponse

Dans un premier temps nous cherchons simplement à minimiser le temps de réponse du système que nous définirons comme le temps d'établissement à 5% en réponse à un échelon d'entrée :

$$\min_{\theta} T_e = \min_{\theta} \left(\inf_{T > 0} \left\{ T \mid \forall t > T : |\varepsilon(t)| \leq 5/100 \cdot r(t) \right\} \right). \quad (21)$$

L'optimisation par essaim particulaire est un algorithme stochastique et sa validation ne peut être que statistique.

Nous avons donc lancé l'algorithme 100 fois, et donnons ici la moyenne, le meilleur et le pire cas, ainsi que l'écart-type des résultats obtenus, même si la distribution des résultats n'a aucune raison d'être gaussienne. Le nombre d'itérations pour l'algorithme d'optimisation par essaim particulaire est de 100. Le tableau 1 présente ces données.

Meilleur	Pire cas	Moyenne	Ecart-type
$5,8 \cdot 10^{-3}$ s	$6,1 \cdot 10^{-3}$ s	$5,9 \cdot 10^{-3}$ s	$7,9 \cdot 10^{-5}$ s

Tableau 1. Optimisation du temps de réponse

Les résultats obtenus indiquent que l'algorithme d'optimisation par essaim particulaire est relativement reproductible, car l'écart-type des résultats obtenus est très faible. Les résultats temporels sont ceux donnés par la figure 7.

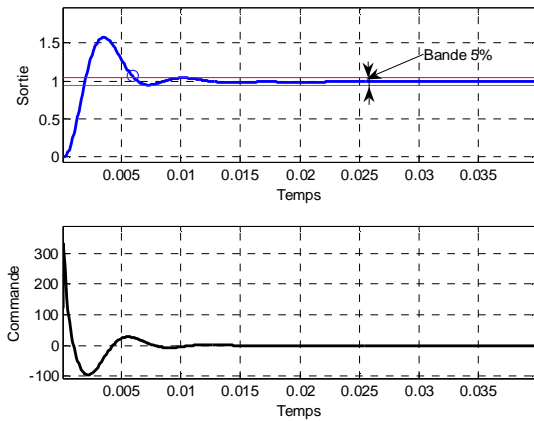


Figure 7. Optimisation du temps de réponse de la suspension magnétique

Notons que le critère optimisé est un critère non partout différentiable. De plus, de nombreux minima locaux existent. Ainsi, un algorithme déterministe classique se trouve rapidement bloqué. A titre d'exemple, nous avons testé la méthode du simplexe de Nelder et Mead (Nelder et Mead, 1964) à partir de chacun des points de chaque population initiale. Il n'a jamais été possible de trouver un correcteur aussi performant que ceux calculés par la méthode d'optimisation par essaim particulaire. D'autre part, un tel algorithme, initialisé par un correcteur non stabilisant ne peut pas toujours converger vers un correcteur stabilisant, au contraire de la méthode développée.

4.3. Optimisation avec pénalisation sur la commande

La commande appliquée au système est très élevée, car aucune contrainte n'a été imposée à la commande. Afin de prendre en compte les limitations de la commande (l'entrée de l'actionneur doit être comprise entre -10V et +10V), une fonction de pénalité est introduite. Le nouveau critère à optimiser est donc défini de la façon suivante :

$$\min_{\theta} J(\theta) + J_1(\theta)$$

$$\text{avec, } J(\theta) = \left(\inf_{T>0} \left\{ T \mid \forall t > T : |\varepsilon(t)| \leq 5/100 \cdot r(t) \right\} \right)$$

$$\text{si } \max_t |u(t)| > 10 :$$

$$J_1(\theta) = \exp(\lambda \max_t |u(t)| - 10) \quad (22)$$

sinon

$$J_1(\theta) = 0$$

La pénalité utilisée ici est une pénalité très dure, proche d'une pénalité barrière. En effet, la contrainte à respecter ici est une contrainte dure à laquelle on ne peut déroger. Le tableau 2 présente des résultats statistiques concernant l'optimisation du critère.

Meilleur	Pire cas	Moyenne	Ecart-type
$24,6 \cdot 10^{-3}$ s	$30,2 \cdot 10^{-3}$ s	$25,5 \cdot 10^{-3}$ s	$1,0 \cdot 10^{-3}$ s

Tableau 2. Optimisation du temps de réponse avec pénalisation sur la commande

De la même façon que pour l'optimisation du temps de réponse seul, nous notons que les résultats obtenus sont relativement reproductibles. Les résultats temporels typiques obtenus sont donnés figure 8.

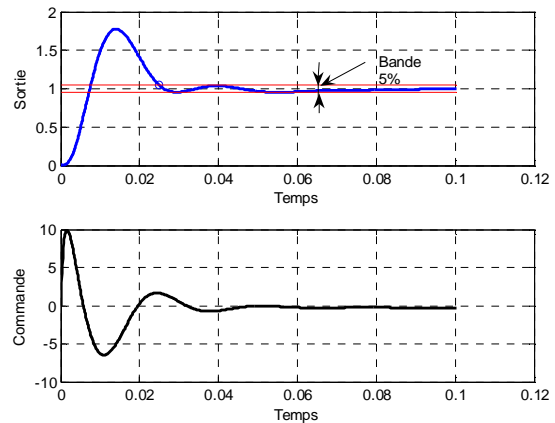


Figure 8. Optimisation du temps de réponse de la suspension avec pénalisation de la commande

4.4. Optimisation avec pénalisation sur la commande et marge de module minimale

Afin d'illustrer la variété des critères qui peuvent être optimisés par notre algorithme, nous cherchons désormais à trouver un correcteur satisfaisant le cahier des charges suivant :

- Maximum de commande délivré par le correcteur : $\max_t |u(t)| \leq 10$ V ;
- Marge de module minimale : $\Delta m = \Delta m_{\min} = 0,5$;
- Temps de réponse minimal.

Rappelons que la marge de module permet de mesurer la robustesse du système : elle correspond à une distance au point critique -1 dans le plan de Nyquist. Il est nécessaire ici d'avoir une marge de module importante car le modèle utilisé pour la synthèse du correcteur est relativement éloigné de la réalité (modèle linéarisé autour d'un point de fonctionnement et dont les paramètres ont été identifiés).

Finalement le critère optimisé peut s'écrire :

$$\min_{\theta} J(\theta) + J_1(\theta) + J_2(\theta)$$

avec, $J(\theta) = (\inf_{T>0} \{T \setminus \forall t > T : |\varepsilon(t)| \leq 5/100 \cdot r(t)\})$

si $\max_t (|u(t)|) > 10$:

$$J_1(\theta) = \exp(\lambda \max_t (|u(t)|) - 10)$$

sinon .(23)

$$J_1(\theta) = 0$$

si $\min_{\omega} |G(j\omega) - (-1)| < 0,5$

$$J_2(\theta) = \alpha \cdot (\min_{\omega} |G(j\omega) - (-1)| - 0,5)^2$$

sinon

$$J_2(\theta) = 0$$

Nous retrouvons la pénalité précédente pour la contrainte du maximum de la commande. En ce qui concerne la pénalité sur la contrainte de marge de module, nous avons opté pour une pénalité quadratique, plus douce. En effet, la contrainte sur la marge de module est une contrainte plus souple, qui peut être légèrement violée.

Le tableau 3 présente des résultats statistiques de cette optimisation.

Meilleur	Pire cas	Moyenne	Ecart-type
$30,8 \cdot 10^{-3}$ s	$39,7 \cdot 10^{-3}$ s	$31,4 \cdot 10^{-3}$ s	$1,1 \cdot 10^{-3}$ s

Tableau 3. Optimisation du temps de réponse avec pénalisation sur la commande et marge de module minimale

La figure 9 présente les résultats obtenus pour le correcteur moyen, en réponse indicielle et dans le plan de Nyquist. Il apparaît que les résultats sont très satisfaisants, avec une faible disparité dans les coûts des solutions calculées.

5. DISCUSSION

5.1. Optimisation et faisabilité

L'algorithme d'optimisation par essaim particulaire est un algorithme stochastique. De ce fait, aucune garantie ne peut être donnée quant à l'optimalité globale de la solution calculée. Cependant, dans le cas où l'on cherche un correcteur permettant de satisfaire un cahier des

charges, l'optimalité globale n'est pas forcément nécessaire dans ce cas, et l'algorithme peut donc être utilisé sans difficulté pour les problèmes de synthèse de correcteurs.

Pour les problèmes d'optimisation de correcteur, il convient de s'assurer de la qualité des solutions trouvées. Notons cependant qu'un correcteur légèrement sous optimal est souvent plus robuste aux erreurs de modélisation.

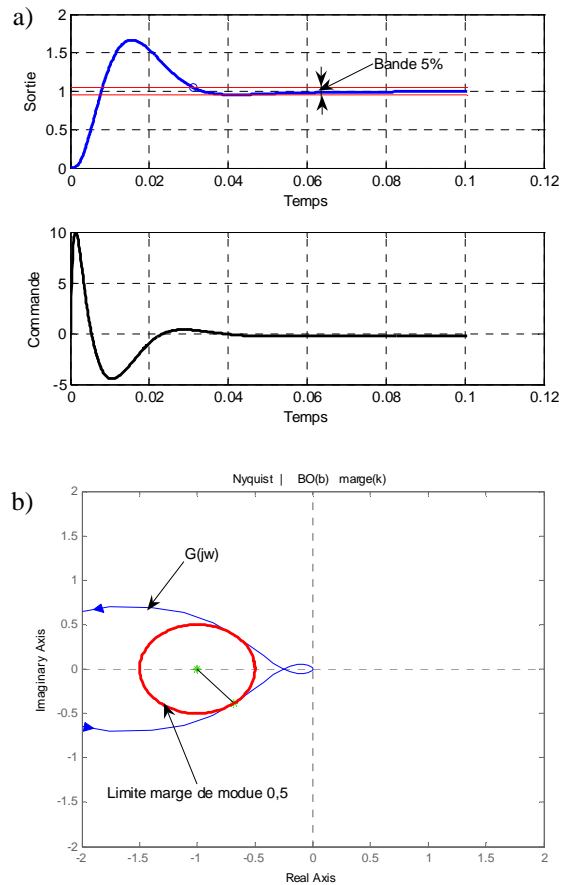


Figure 9. Optimisation du temps de réponse de la suspension avec pénalisation de la commande et marge de module minimale

a) Réponse indicielle b) Diagramme de Nyquist

5.2 Types de critères utilisés

L'avantage de la classe de méthode employée ici est le fait qu'elle ne tient pas compte de la structure des coûts et des contraintes. Ainsi, il est possible d'utiliser des critères variés non partout différentiables comme il a été présenté dans les exemples de la section 4. Ce type de méthode peut donc avoir un intérêt énorme pour l'optimisation de systèmes dynamiques non linéaires, ou pour des systèmes pour lesquels seul un simulateur est disponible.

5.3. Choix des fonctions de pénalité

L'optimisation par essaim particulière est un algorithme essentiellement dédié à des problèmes d'optimisation sans contrainte. En effet, lors de la recherche, l'algorithme se déplace de manière aléatoire dans l'espace de recherche, et rien ne garantit qu'il reste dans l'espace faisable. Le problème a été contourné via l'introduction de la technique classique des fonctions de pénalité. Comme pour tout problème d'optimisation, le choix des fonctions de pénalité utilisées est cependant déterminant pour la convergence de l'algorithme.

5.4. Choix de la population initiale

Deux tendances extrêmes sont possibles pour le choix de la population initiale :

- Initialisation complètement aléatoire et uniforme dans l'espace des paramètres : cette stratégie permet d'explorer l'espace de manière intensive, mais peut entraîner des temps de convergence plus longs.
- Initialisation à partir de correcteurs déjà satisfaisants, obtenus par synthèse grâce aux techniques de l'Automatique classique (plan de Bode, par exemple) : la convergence est plus rapide, mais le risque de convergence vers un minimum local est important.

Nous avons opté ici pour la première solution, la seconde étant plus indiquée pour des problèmes de recherche locale (algorithme de descente par exemple) pour lesquelles le choix du point initial est prépondérant.

Lors des tests effectués dans la section 4, la population initiale est toujours tirée aléatoirement dans l'espace de recherche. Le fait que la convergence ait toujours lieu dans la même zone de l'espace quelle que soit cette population initiale semble indiquer que l'algorithme réussit à trouver la zone de l'espace de recherche intéressante à explorer.

6. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans cet article, nous avons présenté une méthode d'optimisation par essaim particulière permettant la synthèse ou la retouche de correcteurs. Ce type de méthode stochastique permet une recherche globale dans l'espace des paramètres, et permet de résoudre de nombreux types de problèmes sans préjuger de la structure des coûts et des contraintes du problème d'optimisation traité. L'algorithme utilisé est donc a priori tout à fait adapté pour l'optimisation de correcteurs dans la mesure où les coûts et les contraintes sont non partout différentiables voire non analytiques. Les résultats obtenus pour une maquette de suspension magnétique montrent la viabilité de l'approche, même si aucune garantie ne peut être donnée sur l'optimalité du correcteur trouvé.

L'utilisation de telles méthodes pour la résolution de problèmes d'automatique semblent ainsi une piste de travail intéressante. Ainsi, des travaux sont actuellement en cours pour utiliser de tels algorithmes dans des problèmes de synthèse H_∞ avec contrainte d'ordre ou pour la commande prédictive de systèmes non linéaires sous contraintes. Une autre voie de recherche à explorer est l'hybridation la méthode proposée avec des techniques d'optimisation locales, l'optimisation par essaim particulière permettant de repérer les zones intéressantes de l'espace de recherche. Enfin, la recherche de correcteurs optimaux est une problématique de type éminemment multi-objectif. Le traitement des objectifs contradictoires a ici été réalisé grâce à la technique classique de la fonction de pénalité. Cependant, la méthode proposée est une technique à base de population, et qui pourrait donc prendre en compte explicitement les différents objectifs contradictoires à considérer lors de la synthèse d'un correcteur, et rechercher une approximation du front optimal de Pareto.

REFERENCES

- Eberhart, R. C. and J. Kennedy, 1995. A new optimizer using particle swarm theory. *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micromachine and Human Science*, Nagoya, Japan. p. 39-43.
- Eberhart, R. C. and Shi, Y., 2000. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization. *Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 2000)*, San Diego, CA, USA, p 84-88.
- Francis, B. A. and J. C. Doyle, 1987. Linear control theory with an H_∞ optimality criterion. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 25, p. 815-844.
- Kennedy, J., 1999. Small worlds and mega-minds: effects of neighborhood topology on particle swarm performance. *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC 1999)*, Piscataway, NJ, USA, p 1931-1938.
- Kennedy, J. and M. Clerc, 2006. Standard PSO. http://www.particleswarm.info/Standard_PSO_2006.c
- Kwakernaak, H. and R. Sivan, 1972. *Linear optimal control system*. New York: Wiley-interscience.
- Lassami, B. and S. Font, 2005. Backstepping controller retuning using ϵ subdifferential optimization. *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control, and the European Control Conference*, Sevilla, Spain, p. 5119-5125.
- Nelder, J.A., and R. Mead, 1964. A simplex method for function minimization, *The Computer Journal*, Vol. 7, p. 308-313.
- Shi, Y. and Eberhart, R. C., 1998. Parameter selection in particle swarm optimization. *Evolutionary Programming VII: Proceedings of the Seventh Annual Conference on Evolutionary Programming*, New York, USA. p. 591-600.

- Trelea, I. C., 2003. The particle swarm optimization algorithm: convergence analysis and parameter selection. *Information Processing Letters*, 85(6), p. 317-325.
- Zhao, J., T. Li and J. Qian, 2005. Application of particle swarm optimization algorithm on robust PID controller tuning. *Lecture Notes in Computer Science*, 3612, L. Wang, K. Cheng, Y. S. Ong (Eds.) p. 948-957, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Zhou, K., J. C. Doyle and K. Glover, 1996. *Robust and optimal control*. New Jersey: Prentice-Hall.