

Modélisation et résolution d'un problème de planification conjointe maintenance et production

ALAOUI MAROUANE¹, NAJIB.M.NAJID², ABDELMOULA MOHAFID²

¹ Université de Nantes, Nantes atlantique, IRCCyN
Ecole des mines de Nantes, 4 rue Alfred Kastler BP 20722 F- 44307 Nantes cedex 3 France

² Université de Nantes, Nantes atlantique, IRCCyN
IUT de Nantes, avenue Pr Jean Rouxel BP 539 44475 Carquefou, France

Alaoui-SELSOULI.MAROUANE@EMN.FR, NAJIB.NAJID@UNIV-NANTES.FR, ABDELMOULA.MOHAFID@UNIV-NANTES.FR.

Résumé — Nous traitons dans cet article un problème combinant deux problèmes de planification très étudiés dans la littérature : le problème de dimensionnement de lots et le problème de détermination optimale des cycles de maintenance. L'objectif est d'étudier un modèle de planification conjointe de production et de maintenance où les dates de maintenance préventive sont planifiées dans des fenêtres de temps afin de mieux satisfaire les demandes des clients.

Mots clés — Production, Maintenance, Planification conjointe, Fenêtre de temps.

I. INTRODUCTION

Généralement, le système de production est assujéti à des pannes dont la fréquence augmente souvent avec le non respect des périodes de maintenance préventive des machines. Ces arrêts fréquents des composants de production sont considérés comme une source de perturbation et une perte de productivité puisque la disponibilité des équipements, au moment voulu, est une condition nécessaire pour le bon déroulement de la production et au respect des délais de livraison. Cependant, le déploiement des activités de maintenance exige l'arrêt du système de production, et par voie de fait la non satisfaction du plan de production préétabli. Ceci est dû au fait que ni le plan de production ne prend en compte les actions de maintenance ni la maintenance ne prend en compte le plan de production, étant donné que généralement, il n'y a pas de concertation entre les deux gestionnaires de ces deux activités ce qui crée des relations conflictuelles entre la production et la maintenance.

Pour remédier à ce problème, il serait intéressant de planifier la production et les périodes de la maintenance préventive d'une manière simultanée dans un modèle intégré.

Une autre raison pour considérer conjointement la production et la maintenance est que dans la pratique, il arrive souvent, du fait d'une mauvaise politique de maintenance, que la capacité des ressources ne soit pas suffisante pour satisfaire les demandes ce qui engendre des retards importants de livraison, voire une rupture sur la demande. Une telle situation n'est pas sans conséquence pour l'entreprise, puisque elle peut entraîner la perte du client, une dégradation de l'image de l'entreprise et, à terme, une diminution des ventes.

Notre travail s'inscrit dans cette problématique pour laquelle nous proposons un modèle de planification conjointe de production et de maintenance, prenant en considération la maintenance préventive et corrective lors du calcul du plan de production. Ce modèle intégré nous permettra d'établir un plan

de production prenant en compte les ruptures sur la demande et d'optimiser le choix des périodes des activités de maintenance préventive dans des fenêtres de temps.

Cet article est organisé en sept sections. La deuxième retrace un état de l'art succinct sur les problèmes de planification conjointe production et maintenance. La troisième section est une description de la planification de la production et de la maintenance. Quant à la quatrième section, elle porte sur les modèles étudiés dans le cas séparé et intégré. Une série de tests est présentée dans la cinquième section qui permettra de montrer l'efficacité et les avantages de notre modèle intégré. Nous terminons ce papier par une conclusion et les perspectives d'extension.

II. ETAT DE L'ART

Le problème de planification conjointe de production et de maintenance est un problème récent et jusqu'alors peu de travaux ont été publiés dans cette thématique.

On peut différencier, dans la littérature, les travaux qui considèrent les effets de la production sur la maintenance [10], [4], [6]; et des modèles qui assimilent la maintenance à un processus de production [11], [26], [30].

La troisième classe est celle des modèles intégrés de production et de maintenance dans laquelle s'inscrit notre contribution. Ces modèles peuvent se répartir en quatre catégories majeures :

- Les modèles d'optimisation de taux de production et de maintenance développés dans [18], [13], [19], [20], [14], [7], et [22] et portant sur les problèmes de contrôle optimal du flux de production. Dans ces modèles, le taux de production et le taux de maintenance représentent des variables de décision, permettant d'améliorer la capacité et la disponibilité des systèmes de production afin d'optimiser le coût de surplus et de maintenance.

- Une deuxième catégorie de modèles porte sur les systèmes de production détériorés avec stock tampon [27], [17], [23], [8], [15], et [21]. Dans ces modèles un stock tampon est prévu pour réduire l'impact des pannes sur la productivité et pour satisfaire la demande durant les périodes de maintenance préventive.

- La troisième catégorie de modèles concerne les modèles EMQ (Economic Manufacturing Quantity) [16], [24], [9], [25], et [28] basés sur l'étude des défaillances du système de production et de leur impact sur les décisions du dimensionnement de lots (lot sizing) ainsi que sur la qualité des produits fabriqués.

Pour plus de détails sur ces catégories de modèles, un état de l'art détaillé a été présenté par G.Budai et al [5].

- La dernière catégorie de modèles s'articule autour des problèmes de planification agrégée de production dans

lesquels, des variables de décision associées à la maintenance (préventive et/ou corrective) sont utilisées. A notre connaissance, les seuls travaux développés dans ce cadre sont présentés dans [29], [2], et [3]. Weinstein et Chung dans [29] ont établi un modèle en trois phases. La première consiste à mettre en place un plan agrégé de production pour un ensemble de familles de produit (une famille de produit est un ensemble de produits finis qui partagent les mêmes ressources). Dans cette phase, l'objectif est de minimiser le coût du set up, de production, du stock, de la main d'œuvre (régulières et supplémentaires), et de la maintenance. La deuxième phase est un plan directeur de production dont l'objectif est de minimiser les écarts avec le plan agrégé. La dernière phase est une simulation des défaillances dans les postes de travail. Dans [2] et [3], les auteurs ont développé des modèles qui prennent en considération les paramètres de fiabilité du système au début du processus de planification.

III. PLANIFICATION DE LA PRODUCTION ET DE LA MAINTENANCE

L'objectif de notre étude est d'établir conjointement un plan optimal de production et de maintenance qui minimisera les coûts totaux liés à la production et à la maintenance.

Un plan de production établit les besoins en ressources pour effectuer des transformations, dans le but de satisfaire le client de la manière la plus efficace et la plus économique possible. En d'autres termes, les décisions de produire sont prises au meilleur rapport entre l'objectif financier et celui de satisfaction des clients.

A. Problème de dimensionnement de lots

Le problème agrégé de dimensionnement de lots est un problème central de la planification de production. Il permet de minimiser les différents coûts liés à la production en répondant aux questions suivantes:

- Quelles sont les références à produire à chaque période ?
- Quelle est la quantité à produire pour chaque référence ?
- Quel est le niveau de stock de chaque référence à la fin de chaque période

Dans notre problème, nous considérons un horizon de planification H de longueur $T = N \times \tau$. Durant chaque période t une demande d_{it} de chaque référence $i \in P$ doit être satisfaite. Les références sont fabriquées sur une ligne de production d'une certaine capacité avec un temps opératoire connu. De plus, la rupture sur les demandes insatisfaites à cause d'une insuffisance de capacité est autorisée. Par conséquent, un coût unitaire élevé sera associé à toute référence perdue à chaque période.

B. Problème de maintenance

Tout au long de leur vie opérationnelle, les systèmes industriels complexes sont soumis à des opérations de maintenance correctives et préventives afin de les conserver en état de marche, tout en justifiant d'un certain nombre de contraintes de sûreté de fonctionnement.

Une maintenance préventive est l'ensemble des actions exécutées à des intervalles de temps prédéterminées ou selon des critères prescrits et destinées à réduire la probabilité de défaillance ou la dégradation du fonctionnement d'un bien [31].

Une maintenance corrective est l'ensemble des actions exécutées après détection d'une panne et destinées à remettre un bien dans un état dans lequel il peut accomplir une fonction requise [31].

1. Hypothèses :

- Au début de l'horizon de planification la ligne de production est dans un état « as good as new » (AGAN).
- Les actions de maintenance préventive et corrective consomment des pourcentages de la capacité disponible.
- La maintenance préventive remet le système à un état « as good as new ».
- Chaque activité de maintenance préventive est effectuée durant la période où elle a commencé.
- Les actions de la maintenance corrective sont considérées, dans notre étude, comme étant minimales (ne modifiant pas le taux de défaillance du système).
- Le nombre moyen de pannes augmente avec le temps écoulé depuis la dernière maintenance préventive.

2. Détermination du cycle optimal de maintenance minimisant le coût moyen de maintenance sur un cycle.

Paramètres :

C_p : Coût de la maintenance préventive.

C_r : Coût de la maintenance corrective.

$r(t)$: Taux de défaillance.

T^{MP} : Cycle (ou périodicité) d'une maintenance préventive.

$f(t)$: Fonction de densité de défaillance.

$r(t)$: Taux de défaillance croissant.

NbrePanne : Nombre moyen de pannes sur un cycle.

$$\text{NbrePanne} = \int_0^{T^{MP}} r(t) dt$$

$E(T^{MP})$: Coût moyen par unité de temps [12].

Soit C_{moy} le coût moyen de la maintenance sur un cycle.

$$C_{moy} = C_p + C_r \times \text{NbrePanne}$$

Formulation mathématique du coût moyen par unité de temps :

$$E(T^{MP}) = \frac{C_{moy}}{T^{MP}} \quad (1)$$

Notre objectif est de déterminer le cycle optimal de la maintenance préventive $T^{MP*} = n^* \times \tau$, n^* étant le nombre optimal de période du cycle, utilisant l'algorithme 1. Une fois, nous avons calculé la longueur du cycle, nous pourrions utiliser ce résultat pour obtenir le coût total moyen de maintenance (préventive et corrective) sur notre horizon fini H .

CT : Coût total moyen de la maintenance sur un horizon fini de longueur $T = N \times \tau$.

$n_l = \left\lfloor \frac{T}{T^{PM}} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{N}{n^*} \right\rfloor$: Nombre d'actions de maintenance préventive durant l'horizon.

Si $\frac{T}{T^{PM}}$ est un entier alors

$$CT = n_l \times C_{moy} \quad (2)$$

Sinon

$$CT = n_l \times C_{moy} + C_r \int_0^{T - n_l T^{PM}} r(t) dt \quad (3)$$

Le Terme $C_r \int_0^{T - n_l T^{PM}} r(t) dt$ définit le nombre de pannes sur les périodes restantes après la dernière action de maintenance dans le cas où nous n'avons pas un cycle de maintenance préventive complet à la fin de l'horizon.

Algorithm 1

Initialisation :

Paramètre de la loi de probabilité utilisée ;
 Coût de la MP ;
 Coût de la MC ;

Programme principal

Pour t = 1 : Nombre_période faire
 Calcul du nombre moyen de pannes à chaque période t (NbrePanne).
 Calcul du coût de la maintenance corrective à chaque période t ($C_r \times NbrePanne$).
 Calcul du coût moyen par unité de temps à chaque période t (équation (1)).
 Fin pour
 Détermination du couple (période, coût) qui donne le meilleur résultat.
 Calcul du coût total moyen de maintenance (préventive et corrective) sur tout l'horizon (équation (2) ou (3))

Algorithm 1 : Détermination de la longueur du cycle

IV. MODELES

Dans notre travail, nous avons effectué une étude considérant deux cas. Un premier cas consiste à étudier un modèle séparé de la production et de la maintenance, et un deuxième cas qui traite l'aspect intégré.

A. Cas séparé

Dans un premier temps, nous avons développé un modèle séparé du problème de dimensionnement de lots à plusieurs références avec capacité et avec rupture sur la demande (MCLSP-SC¹) et du problème de détermination des cycles optimaux de maintenance préventive. L'objectif est de minimiser le coût total de production et de maintenance. Ce coût est la somme du coût total de maintenance CT (équation (2) ou (3)) et la valeur Z^* obtenu à partir du MCLSP-SC.

Notons que dans le modèle séparé la périodicité de la maintenance préventive a été déjà calculée (voir la section III.B.2), par conséquent le nombre de panne à chaque période sera connu. Ceci implique que la capacité disponible à chaque période est connue à l'avance. Ce problème peut être ramené à un problème de dimensionnement de lots à plusieurs références avec capacité, et rupture sur la demande MCLSP-SC qui est NP difficile [1].

Formulation mathématique

Indices :

i: Produits.
 t: Périodes.

Paramètres du modèle :

d_{it} : La demande de la référence i à satisfaire pendant la période t.
 K_{max} : Capacité maximale de la ligne de production.
 θ_p : Capacité consommée par une maintenance préventive.
 θ_r : Capacité consommée par une maintenance corrective.
 $NB(t)$: Nombre moyen de pannes à chaque période, il est en fonction de la date de la maintenance préventive.
 $K(t)$: Capacité disponible à la période t.

$$K(t) = \begin{cases} K_{max} - \theta_p - \theta_r \times NB(t) & \text{si MP a été réalisée} \\ K_{max} - \theta_r \times NB(t) & \text{sinon} \end{cases}$$

f_{it} : Coût unitaire de lancement de la référence i pendant la période t.

p_{it} : Coût unitaire de production de la référence i pendant la période t.

h_{it} : Coût unitaire de possession en stock de la référence i pendant la période t.

φ_{it} : Coût unitaire de rupture sur la demande pour la référence i pendant la période t.

ρ_i : Temps opératoire de la référence i.

$d_{iN}^i = \sum_{k=t}^N d_{ik}$ Un infiniment grand.

Variables de décision :

y_{it} : Variable binaire de lancement de la référence i pendant la période t.

x_{it} : Quantité produite de la référence i pendant la période t.

I_{it} : Quantité en stock de la référence i à la fin de la période t.

r_{it} : Rupture sur la demande de la référence i à la période t.

(MCLSP-SC) :

$$\text{Min } Z = \sum_{i \in P} \sum_{t \in H} f_{it} y_{it} + p_{it} x_{it} + h_{it} I_{it} + \varphi_{it} r_{it} \quad (4)$$

Sc :

$$x_{it} + r_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it} \quad \forall i \in P, \forall t \in H \quad (5)$$

$$\sum_{i \in P} \rho_i x_{it} \leq K(t) \quad \forall t \in H \quad (6)$$

$$x_{it} - d_{iN}^i y_{it} \leq 0 \quad \forall i \in P, \forall t \in H \quad (7)$$

$$r_{it} \leq d_{it} \quad \forall i \in P, \forall t \in H \quad (8)$$

$$x_{it}, I_{it}, r_{it} \geq 0 \quad \forall i \in P, \forall t \in H \quad (9)$$

$$y_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i \in P, \forall t \in H \quad (10)$$

$$I(0) = 0$$

La fonction objective (4) minimise le coût total induit par le plan de production (les coûts de production et de stockage, ainsi que les coûts fixes de lancement et de rupture). La contrainte (5) est l'équation de conservation du stock. La contrainte (6) est la contrainte de capacité. La contrainte (7) permet de modéliser la condition suivante : s'il y a lancement de production alors la quantité produite ne devra pas dépasser une valeur maximale. La contrainte (8) exprime le fait que la rupture sur la demande de la référence i doit être inférieure à la demande de la même référence à la période t. Les contraintes (9) et (10) sont les contraintes d'intégrité.

B. Cas intégré

Dans la gestion intégrée, nous avons ajouté des contraintes additionnelles au modèle (MCLSP-SC). Nous avons considéré que si $T^{MP^*} = n^* \times \tau$ est le cycle optimal de la maintenance préventive en gestion séparée, alors les activités de maintenance préventive seront exécutées au début des périodes $t = 1, n^*+1, 2n^*+1, 3n^*+1 \dots$ mais notre but est de planifier ces activités de maintenance dans des fenêtres de temps $[(pn^* - k) \times \tau, (pn^* + k) \times \tau]$. cet intervalle signifie qu'une action de maintenance préventive sera réalisée au plus tôt au début de la période $t = (pn^* - k) + 1$, et au plus tard au début de la période $t = (pn^* + k) + 1$ avec $p = 1, 2, \dots, \lfloor \frac{N}{n^*} \rfloor$ désigne la $p^{ème}$ fenêtre de temps, tel que $\lfloor \frac{N}{n^*} \rfloor$ est le nombre d'actions de maintenance préventive durant l'horizon de planification, $2k$ est la longueur de la fenêtre de temps, et est choisi de telle manière à éviter le chevauchement entre les fenêtres de temps.

¹ : MCLSP-SC est une abréviation en anglais du : Multi item Capacitated Lot Sizing Problem with Shortage cost.

$$k = \begin{cases} \left\lfloor \frac{n-1}{2} \right\rfloor & \text{si } n \text{ est un pair} \\ n-1 & \text{sinon} \end{cases}$$

De plus, nous avons ajouté une variable de décision binaire δ_t modélisant la maintenance préventive.

$$\delta_t = \begin{cases} 1 & \text{si MP est à réaliser au début de la période } t. \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Formulation mathématique

MCLSP-SC-M-TW² :

$$\begin{aligned} \text{Min } Z' = & \sum_{i \in P} \sum_{t \in H} f_{it} y_{it} + p_{it} x_{it} + h_{it} I_{it} + \varphi_{it} r_{it} \\ & + \sum_{t \in H} C_p \delta_t + C_r NB(t) \end{aligned} \quad (11)$$

Sc :

$$x_{it} + r_{it} + I_{i,t-1} - I_{it} = d_{it} \quad \forall i \in P, \forall t \in H \quad (12)$$

$$\sum_{i \in P} \rho_i x_{it} + \theta_p \delta_t \leq K_{max} - \theta_r NB(t) \quad \forall t \in H \quad (13)$$

$$x_{it} - d_{it}^i y_{it} \leq 0 \quad \forall i \in P, \forall t \in H \quad (14)$$

$$r_{it} \leq d_{it} \quad \forall i \in P, \forall t \in H \quad (15)$$

$$\sum_{t=pn+1-k}^{pn+1+k} \delta_t = 1 \quad p = 1, 2, \dots, \left\lfloor \frac{N}{n} \right\rfloor \quad (16)$$

$$\delta_t + \delta_{t-1} \leq 1 \quad t = 1, 2, \dots, N-1 \quad (17)$$

$$x_{it}, I_{it}, r_{it} \geq 0 \quad \forall i \in P, \forall t \in H \quad (18)$$

$$y_{it}, \delta_t \in \{0, 1\} \quad \forall i \in P, \forall t \in H \quad (19)$$

La fonction objective (11) tend à minimiser en plus des coûts liés à la production, le coût de la maintenance. La contrainte (12) est l'équation de conservation du stock. La contrainte (13) est la nouvelle contrainte de capacité. La contrainte (14) est équivalente à la contrainte (7). La contrainte (15) exprime le fait que la rupture sur la demande de la référence i doit être inférieure à la demande de la même référence à la période t . La contrainte (16) assure qu'une seule maintenance sera réalisée dans la fenêtre de temps $[(pn^* - k) \times \tau, (pn^* + k) \times \tau]$. La contrainte (17) permet d'assurer que deux maintenances préventives ne peuvent pas être réalisées successivement. Les contraintes (18) et (19) expriment les nouvelles contraintes d'intégrité.

Si nous éliminons les contraintes (16) et (17), notre problème est ramené à un MCLSP-SC qui est NP difficile. Donc nous pouvons dire que le MCLSP-SC-M-TW est NP difficile.

La difficulté rencontrée en intégrant la production et la maintenance réside dans la détermination du nombre moyen de pannes à chaque période. En effet, le nombre moyen de pannes dépend de la dernière période de maintenance préventive, et puisque dans notre modèle intégré ces périodes sont à déterminer, ce qui n'est pas le cas dans le modèle séparé, alors il est difficile de calculer exactement ce nombre moyen de pannes. Toutefois, nous avons pu estimer et intégrer ce nombre moyen de pannes suivant la procédure :

- 1- Considérer le cas extrême où durant une période le nombre moyen de pannes sera au maximum entre deux tâches de maintenance préventive (c.-à-d. le nombre moyen de pannes ne dépassera jamais cette valeur maximale). Ce cas est obtenu pour toutes paires de fenêtre de temps successive quand deux actions de

maintenance préventive sont à planifier dans celles-ci successivement à la date au plus tôt de la première fenêtre de temps $((p-1)n^* - k + 1)$, et à la date au plus tard de la deuxième $(pn^* + k + 1)$.

- 2- Calculer le nombre moyen de pannes pour les $(n^* + 2k)$ périodes entre ces deux activités de maintenance préventive.
- 3- Résoudre le problème sans tenir compte du nombre moyen de panne.
- 4- Selon les dates des tâches de maintenance obtenues en résolvant le modèle, nous allons calculer et intégrer le nombre de pannes dans la contrainte de capacité (13) et dans la fonction objective (11).
- 5- Résoudre à nouveau le problème.
- 6- Répéter les étapes 4 et 5 jusqu'à ce que le nombre de pannes n'influence plus le résultat obtenu.

V. EXEMPLE NUMERIQUE

Considérons une ligne de production de capacité maximale K_{max} entre 27 et 35. Trois références vont être fabriquées sur cette ligne de production durant un horizon de planification de $N = 20$ périodes. Chaque période a une durée $\tau = 1$. Les coûts de lancement, de production, et de stock, sont respectivement 25, 5, 2. Le coût unitaire de rupture sera pris entre 35 et 110. Le temps opératoire de chaque référence ρ_i est 3. La demande à satisfaire de chaque référence à chaque période est prise aléatoirement entre [2, 6] (tableau 1). Le coût de la maintenance préventive (resp la maintenance corrective) est égal à $C_p = 20$ (resp $C_r = 35$). La maintenance préventive (resp la maintenance corrective) consomme une capacité $\theta_p = 0.1K_{max}$ (resp $\theta_r = 0.33K_{max}$). Nous avons choisi la loi de Weibull, pour modéliser la durée de vie de la ligne de production, de paramètres de forme et d'échelle ($\beta = 3, \lambda = 4$). La fonction densité de défaillance est donnée par :

$$f(t) = \left(\frac{\beta}{\lambda}\right) \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^\beta\right)$$

quant au taux de défaillance, il s'écrit :

$$r(t) = \left(\frac{\beta}{\lambda}\right) \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{\beta-1}$$

Période	Produit 1	Produit 2	Produit 3
1	6	6	6
2	4	2	3
3	2	2	4
4	6	6	6
5	2	3	4
6	3	4	3
7	6	6	6
8	3	5	6
9	4	3	2
10	6	6	6
11	2	5	4
12	4	2	3
13	6	6	6
14	3	4	3
15	4	3	5
16	6	6	6
17	2	6	2
18	4	2	3
19	6	6	6
20	4	6	4

Tableau 1 : La demande des produits 1,2 et 3

² : MCLSP-SC-M-TW est une abréviation en anglais du : Multi item Capacitated Lot Sizing Problem with Shortage cost, Maintenance, and time windows.

Nous avons implémenté l'algorithme 1 dans le logiciel « Matlab » pour calculer le nombre moyen de pannes à chaque période, le cycle optimal de la maintenance préventive et le coût total de maintenance (préventive et corrective) correspondant. Alors, nous avons obtenu une périodicité de maintenance préventive $T^{MP} = 3\tau$ ($n^* = 3, k = 1, n^* + 2k = 5$), le nombre de pannes calculé sur les 20 périodes est illustré dans le tableau 2. L'ensemble des fenêtres de temps sera $[3p, 3p+2]$ avec $p = 1...6$.

Périodes	Nombre moyen de pannes
1	0.0080
2	0.0641
3	0.2161
4	0.5122
5	1.0002
6	1.7282
7	2.7443
8	4.0963
9	5.8324
10	8.0004
11	10.6484
12	13.8245
13	17.5765
14	21.9526
15	27.0006
16	32.7686
17	39.3047
18	46.6567
19	54.8728
20	64.0008

Tableau 2 : nombre moyen de pannes à chaque période

A ce stade, nous pourrions résoudre notre problème intégré, nous avons utilisé le solveur d'optimisation « XpressMP » pour effectuer nos tests. Nous allons illustrer quelques résultats dans les tableaux ci-dessous. Il s'agit d'une comparaison du coût total de production et de maintenance dans les deux cas intégré et séparé pour différentes capacités et différents coûts unitaire de rupture.

	$K_{max}=27$	$K_{max}=30$	$K_{max}=33$	$K_{max}=35$
Coût total ³	5061.21	4709.21	4188.21	3859.21
Coût total ⁴	4406.57	4426.97	4634.97	4460.97

Tableau 3 : Comparaison du coût total de production et de maintenance dans les deux cas intégré et séparé pour un coût unitaire de rupture égal à 35

	$K_{max}=27$	$K_{max}=30$	$K_{max}=33$	$K_{max}=35$
Coût total ³	8561.21	7754.21	6911.21	5763.21
Coût total ⁴	8667.97	7383.97	6489.97	6105.97

Tableau 4 : Comparaison du coût total de production et de maintenance dans les deux cas intégré et séparé pour un coût unitaire de rupture égal à 70

	$K_{max}=27$	$K_{max}=30$	$K_{max}=33$	$K_{max}=35$
Coût total ³	12561.2	11234.2	9831.21	7923.21
Coût total ⁴	12148	10064	8609.97	7860.74

Tableau 5 : Comparaison du coût total de production et de maintenance dans les deux cas intégré et séparé pour un coût unitaire de rupture égal à 110.

Après avoir effectué les différents tests, nous remarquons que notre modèle est plus efficace que la gestion séparée pour pallier aux problèmes de rupture sur les demandes causées par la capacité de production limitée. En effet, quand la capacité est très serrée ($K_{max} = 27$ et $K_{max} = 30$) et le coût unitaire de rupture est égal au coût de lancement, nous remarquons que notre modèle donne de meilleurs résultats (tableau 3, 4, et 5). En augmentant la capacité, nous observons que le modèle séparé fournit de meilleurs résultats (tableau 3). Dès le coût de rupture devient de plus en plus important par rapport au coût de set up et même si la capacité devient de plus en plus large (tableau 4, 5), nous nous apercevons l'efficacité de notre modèle intégré. Nous constatons ainsi l'intérêt de la fenêtre de temps dans ce cadre puisqu'elle permet plus de flexibilité à la maintenance et libère de la capacité dans les cas des périodes à forte demande.

VI. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Nous avons traité, dans cette communication un nouveau problème dans la littérature, celui de la planification intégrée de la production et de la maintenance. L'objectif de notre travail est de proposer un plan de production et des actions de maintenance préventive sur un horizon fini permettant de pallier aux phénomènes de rupture sur les demandes souvent rencontrées dans l'industrie. Pour cela, nous avons proposé un modèle ayant comme objectif la minimisation du coût de production, de stock, de lancement, de rupture et de maintenance. Nous avons ajouté la notion de fenêtres de temps de longueur $(k-1)\tau$ dans lesquelles seront réalisées les activités de maintenance et qui contribueront à limiter les ruptures pendant les périodes de forte demande. Les tests effectués montrent que notre modèle intégré est plus intéressant que le modèle séparé lorsque la capacité est insuffisante et le coût unitaire de rupture est très élevé.

Il serait intéressant, par la suite, de modéliser la maintenance corrective en fonction de la maintenance préventive pour un calcul plus précis du nombre moyen de pannes et d'étendre notre problème à plusieurs lignes de production.

VII. REFERENCES

- [1] Absi, N. and Kedad-Sidhoum, S. (2008). The multi capacitated lot sizing problem with set up time and shortage costs, european journal of operational research, 185, 1351-1374.
- [2] E.H. Aghezzaf, M.A.Jamali, D.Ait-Kadi, an integrated production and preventive maintenance planning model, european journal of operational research, 181, 676-685, 2007.
- [3] E.H. Aghezzaf, N. Najid, integrated production and preventive maintenance in production systems subject to random failures, information science, 178, 3382-3392, 2008.

³ Cas séparé

⁴ Cas intégré

- [4] W. Bäackert, D. Rippin, the determination of maintenance strategies for plants subject to breakdown, computers and chemical engineering, 9, 113-126, 1985.
- [5] G. Budai, R. Dekker, R. Nicolai, a review of planning models for maintenance & production, 2006.
<http://en.scientificcommons.org/17697690>
- [6] R.C. Cassady, E. Pohl, W. Murdock, selective maintenance modeling for industrial systems, journal of quality in maintenance engineering ,7, 104-117, 2001.
- [7] E. Charlot, J.P. Kenné, S. Nadeau, optimal production, maintenance and lockout/tagout control policies in manufacturing systems, international journal of production economics, 107, 435-450, 2007.
- [8] A. Chelbi, D. Ait-Kadi, analysis of a production /inventory system with random failing production unit submitted to regular preventive maintenance, european journal of operational research, 156, 712-718, 2004.
- [9] K. Chung, approximations to production lot sizing with machine breakdowns, computers & operations research, 30, 1499-1507, 2003.
- [10] R. Dekker, C. Van Rijn, prompt a decision support system for opportunity based preventive maintenance, reliability and maintenance of complex systems, 154, 530-549, 1996.
- [11] M. Dijkstra, L. Kroon, M. Salomon, J. Van Nunen, L. Van Wassenhoven, planning the size and organization of KLM's aircraft maintenance personnel, Interfaces, 24, 47-58, 1994.
- [12] I. Gertsbakh. Reliability Theory with Applications to Preventive Maintenance. Springer.
- [13] A. Gharbi, K. Kenne, production and preventive maintenance rates control for a manufacturing system: an experimental design approach, international Journal of Production Economics, 65: 275-287, (2000).
- [14] A. Gharbi, J.P. Kenne, maintenance scheduling and production control of multiple-machine manufacturing systems, computers & industrial engineering, 48, 693-707, 2005.
- [15] A. Gharbi, J.P. Kenné, M. Beit, optimal safety stocks and preventive maintenance periods in unreliable manufacturing systems, international Journal of Production Economics, 107, 422-434, 2007.
- [16] H. Groenevelt, L. Pintelon, A. Seidmann, production batching with machine breakdowns and safety stocks, operations research, 40, 959-971, 1992.
- [17] S. Iravani, I. Duenyas, integrated maintenance and production control of a deteriorating production system, IIE Transactions, 34, 423-435, 2002.
- [18] J.P. Kenne, E. Boukas, hierarchical control of production and maintenance rates in manufacturing systems, journal of quality in maintenance engineering, 9, 66-82, 2003.
- [19] J.P. Kenne, E. Boukas, A. Gharbi, control of production and corrective maintenance rates in a multiple-machine multiple-product manufacturing system, mathematical and Computer Modelling 38, 351-365, 2003.
- [20] J.P. Kenne, A. Gharbi, stochastic optimal production control problem with corrective maintenance, computers & industrial engineering, 46, 865-875, 2004.
- [21] J.P. Kenne, A. Gharbi, M. Beit, age-dependent production planning and maintenance strategies in unreliable manufacturing systems with lost sale, accepted for publication in european journal of operational Research, 2007.
- [22] J.P. Kenne, L.J. Nkeungoue, simultaneous control of production, preventive and corrective maintenance rates of failure prone manufacturing system, applied numerical mathematics, 58, 180-194, 2008
- [23] E.G. Kyriakidis, T.D. Dimitrakos, optimal preventive maintenance of production system with an intermediate buffer, european journal of operational research, 168, 86-99, 2006.
- [24] V. Makis, J. Fung, optimal preventive replacement, lot sizing and inspection policy for a deteriorating production system, journal of quality in maintenance engineering ,1, 41-55, 1995.
- [25] M. Rahim, M. Ben-Daya, a generalized economic model for joint determination of production run, inspection schedule and control chart design, international journal of production research, 36, 277-289, 1998.
- [26] D. Shenoy, B. Bhadury, MRSRP-a tool for manpower resources and spares requirements planning, computers and Industrial engineering, 24, 421-439, 1993.
- [27] F. Van der Duyn Schouten, S. Vanneste, maintenance optimization of a production system with buffer capacity, european journal of operational research 82: 323-338, (1995).
- [28] C. Wang, S. Sheu, determining the optimal production-maintenance policy with inspection errors: using a markov chain, computers & operations research, 30, 1-17, 2003.
- [29] L. Weinstein, C. Chung, integrating maintenance and production decisions in a hierarchical production planning environment, computers & operations research, 26, 1059-1074, 1999.
- [30] S. Yan, T. Yang, H. Chen, airline short-term maintenance manpower supply planning, transportation research, 38, 615-642, 2004.
- [31] « Norme européenne », juin. Terminologie de la maintenance (NF EN 13306), (2001).