

Commande auto-adaptative par auto-séquencement

Patrice ANTOINETTE^{1, 2}, Gilles FERRERES¹

¹ONERA Centre de Toulouse

2, av. Edouard Belin BP 4025 - 31055 Toulouse Cedex 4, France

²ISAE

Institut Supérieur de l'Aéronautique et de l'Espace,

10 av. Edouard Belin - BP 54032 - 31055 TOULOUSE Cedex 4, France

patrice.antoINETTE@onera.fr, gilles.ferreres@onera.fr

<http://www.cert.fr/dcsd/THESES/pantoine/index.html>

Résumé— Dans cet article, on appliquera les techniques de synthèse et d'analyse de commandes robustes et auto-séquencées afin de réaliser une commande auto-adaptative pour les avions. Ces techniques seront appliquées en considérant des modèles de représentation par LFT du procédé et du correcteur, et cela afin de minimiser le temps de calcul pour le réajustement du correcteur, et de réaliser une étude en performance et en stabilité hors ligne. Le correcteur synthétisé sera auto-séquencé en fonction des valeurs fournies par l'estimateur du modèle du procédé.

Mots-clés— Automatique, Commande, Adaptatif, Robuste, Auto-séquencé.

I. INTRODUCTION

Un correcteur est dit *adaptatif* lorsqu'il s'adapte *en ligne* au procédé mal connu. Généralement, les mesures des entrées et des sorties du procédé sont utilisées pour réajuster le correcteur. Pour réaliser ce type de commande, on peut distinguer deux catégories de schémas de commande adaptative : les schémas directs et indirects. Pour ces derniers, à l'aide des signaux d'entrée et de sortie du procédé, les paramètres d'un *modèle du procédé* sont *estimés*, et ces estimations sont alors utilisées pour réajuster en ligne le correcteur. On est donc ramené à la situation représentée par la figure 1, où le vecteur des paramètres (θ) est estimé ($\hat{\theta}$) à l'aide des mesures des entrées ($u \in \mathbb{R}^{m_u}$) et des sorties ($y \in \mathbb{R}^{r_y}$) du procédé ($H(s, \theta)$), puis transmis au correcteur ($K(s, \hat{\theta})$) ($d \in \mathbb{R}^{m_d}$ est une perturbation non mesurée, et $p \in \mathbb{R}^{r_p}$ une sortie régulée). Au contraire, les schémas de commande adaptative directe calculent directement la loi de commande à partir des signaux d'entrée et de sortie du procédé : ce qui est en particulier le cas de la technique bien connue MRAC (Model Reference Adaptive Control). Voir par exemple [1] et les références incluses. Un autre exemple est celui de la technique STAC (Set Theoretic Adaptor Control) qui est basée sur le concept de « falsification » [2], [3], [4].

Des résultats existent sur les problèmes cruciaux que sont la stabilité et la robustesse des correcteurs adaptatifs, voir par exemple [5], [1], [6], [7]. D'un autre côté, il est possible d'utiliser les techniques de Lyapunov et de passivité issues des outils d'analyse non-linéaire. C'est-à-dire que le correcteur adaptatif est considéré comme étant non-linéaire

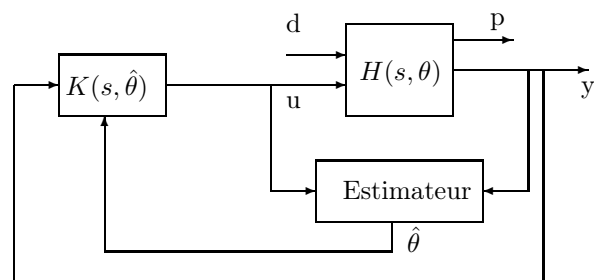


Fig. 1. Schéma global de la commande auto-adaptative indirecte. θ représente les paramètres du procédé, $\hat{\theta}$ une estimation de θ , $H(s, \theta)$ représente le procédé, et $K(s, \hat{\theta})$ représente le correcteur.

[8], [9]. En dépit de leur popularité, l'application à la commande adaptative des techniques linéaires de commande robuste (synthèse H_∞ et μ -analyse) et de la commande auto-séquencée (méthodes LPV) a été moins étudiée, voir par exemple [10], [11].

Il est important de souligner que plusieurs problèmes peuvent être étudiés, comme par exemple la simple stabilité asymptotique du schéma de commande adaptative, la qualité de son régime transitoire (avant que l'estimateur n'ait convergé dans le cas d'une commande indirecte) ou les réponses asymptotiques. Il est aussi possible dans certains cas de prouver la convergence en temps fini du schéma de commande adaptative direct ou indirect [2], [3], [10], [1]. Notons toutefois que maîtriser la réponse transitoire est un problème important en pratique, dont l'absence de prise en compte peut compromettre l'intégrité du procédé (un avion par exemple).

Dans le présent article, on traite de la commande adaptative indirecte de procédés linéaires stationnaires, le vecteur des paramètres θ est donc constant. La particularité de l'approche présentée tient du fait que l'estimateur ne fait pas partie des schémas de synthèse et d'analyse de la commande auto-adaptative. L'article est organisé en 7 paragraphes. On présente le schéma que l'on considère au paragraphe II, pour ensuite exposer une méthode de synthèse (III) et de validation (IV) d'un correcteur auto-adaptatif. On utilise pour cela une technique de synthèse de gain LFT et une technique d'analyse de la robustesse issues de [12],

[13]. Au paragraphe V, on traite de l'estimation d'une représentation d'état continue par une technique classique des moindres carrés récurrents [14]. L'ensemble de ces méthodes est ensuite mis en oeuvre sur un modèle d'avion de transport au paragraphe VI. On conclut dans le paragraphe VII.

II. LA SITUATION

Pour réaliser une commande auto-adaptative indirecte, on est confronté à deux problèmes cruciaux. Le premier problème est que le temps de calcul pour réaliser le réajustement du correcteur ne doit pas être « prohibitif » pour une implantation en ligne. Le second est de garantir la stabilité et les performances souhaitées. En effet, les paramètres du procédé ne sont pas directement mesurés, mais estimés. Cette estimation introduit un écart $\delta\theta = \theta - \hat{\theta} \neq 0$. Ce dernier est constitué d'une erreur propre au régime transitoire et d'une erreur d'estimation asymptotique. On cherchera donc d'une part à garantir, pendant le régime permanent, des performances entrée-sortie en dépit de l'erreurs d'estimation asymptotique, et d'autre part à s'assurer que pendant le régime transitoire, le système est au moins stable et qu'il reste « raisonnablement proche » des performances souhaitées. Il faut donc que le correcteur soit robuste par rapport aux erreurs d'estimation de θ , et des autres erreurs de modélisation.

Pour résoudre ces problèmes, on se propose d'utiliser la structure représentée par la figure 2, où le procédé et le correcteur sont tous deux modélisés par des structures LFT.

NOTATIONS: Pour la suite de l'article, on notera $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_n]^T$, $\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_n]^T$ et $\delta\theta = [\delta\theta_1, \dots, \delta\theta_n]^T$. Sans perdre de généralité, on considèrera que $\theta_i \in [-1, 1]$. On peut alors définir $\Delta_h(\theta) = \text{diag}(\theta_1 I_{h_1}, \dots, \theta_n I_{h_n})$ et $\Delta_k(\hat{\theta}) = \text{diag}(\hat{\theta}_1 I_{k_1}, \dots, \hat{\theta}_n I_{k_n})$, avec $h_1, \dots, h_n, k_1, \dots, k_n$ entiers naturels. On notera

$$\tilde{\Delta} = \text{diag}(\theta_1 I_{q_1}, \dots, \theta_n I_{q_n}) \quad (1)$$

la matrice résultant du regroupement et de l'ordonnement des éléments des matrices $\Delta_h(\theta)$ et $\Delta_k(\hat{\theta})$, avec $q_i = h_i + k_i$, et $B_o = \left\{ \tilde{\Delta}(\theta) \mid \theta_1, \dots, \theta_n \in [-1, 1] \right\}$, $B_{\delta o} = \left\{ \Delta_k(\delta\theta) \mid \delta\theta_1, \dots, \delta\theta_n \in [-1, 1] \right\}$.

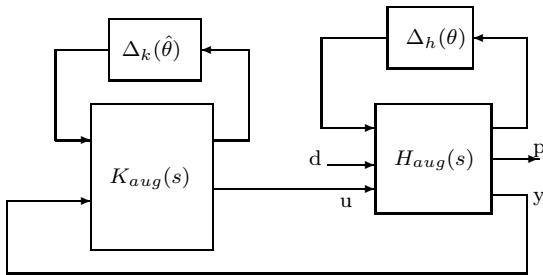


Fig. 2. Schéma de commande auto-adaptative dans le cas d'une modélisation par LFT. $K_{aug}(s)$ représente la partie du correcteur synthétisée hors ligne. $\Delta_h(\theta)$ et $\Delta_k(\hat{\theta})$ représentent les dépendances respectivement par rapport au paramètre θ et au paramètre estimé $\hat{\theta}$ modélisées sous forme LFT.

La modélisation par LFT présente deux intérêts :

- Tout d'abord, grâce à cette structure du correcteur, on espère minimiser le temps de calcul pour son réajustement en ligne. En effet, dans ce cas, le calcul du correcteur $K(s, \hat{\theta}) = \mathcal{F}_u(K_{aug}(s), \Delta_k(\hat{\theta}))$ se fera en deux parties : K_{aug} sera déterminé hors-ligne, et il ne restera alors plus qu'à ajuster $\Delta_k(\hat{\theta})$ en ligne [15].
- De plus, cette structure permet de réaliser une analyse hors ligne des propriétés de stabilité et de performance de la boucle fermée auto-adaptative à l'aide d'outils d'analyse de la robustesse [12].

Dans cette structure, le correcteur auto-adaptatif est en fait un ensemble constitué d'un estimateur et d'un correcteur auto-séquenté, et les méthodes de synthèse et d'analyse robustes permettront d'assurer la robustesse du correcteur $K(s, \hat{\theta})$ par rapport aux erreurs d'estimation de θ , et des autres erreurs de modélisation.

Pour synthétiser un correcteur $\mathcal{F}_u(K_{aug}, \Delta_k(\hat{\theta}))$, on présente une méthode en deux étapes : la première est une synthèse d'un correcteur LFT, et la seconde est sa validation.

III. LA SYNTHÈSE DE GAINS AUTO-SÉQUENCÉS

A. Synthèse d'un gain sous forme LFT

Contrairement aux hypothèses qui seront faites pour l'analyse, on applique, pour la synthèse, le principe d'*Equivalence Certaine*, selon lequel on peut supposer qu'à chaque instant $\hat{\theta}(t) = \theta$. On utilise alors un algorithme de synthèse de correcteur auto-séquenté extrait de [13].

Proposition 1 (Algorithme de placement de modes) Soit $(A(\theta), B(\theta), C(\theta), D(\theta))$ une représentation d'état d'un système, avec n_s états et r_y sorties. Si le nombre de mesures (r_y) est supérieur ou égal au nombre de pôles dominants (r_d), on peut proposer l'algorithme suivant :

1. Choisir r_d valeurs propres $\lambda_i(\theta)$ de la boucle fermée.
2. Calculer r_d paires $(v_i(\theta), w_i(\theta))$ en résolvant l'équation :

$$\begin{bmatrix} A(\theta) - \lambda_i(\theta)I_{n_s} & B(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_i(\theta) \\ w_i(\theta) \end{bmatrix} = 0 \quad (2)$$

3. Calculer $K(\theta)$ solution de l'équation :

$$K(\theta) \begin{bmatrix} C(\theta) & D(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V(\theta) \\ W(\theta) \end{bmatrix} = W(\theta) \quad (3)$$

avec $W(\theta) = [w_1(\theta), \dots, w_{r_d}(\theta)]$ et $V(\theta) = [v_1, \dots, v_{r_d}(\theta)]$. Dans cet algorithme, $A(\theta), B(\theta), C(\theta), D(\theta), K(\theta)$ et $\lambda_i(\theta)$ sont sous forme LFT.

Il est à noter que l'on ne peut pas placer plus de (r_y) valeurs propres. On ne placera en pratique que les pôles « dominants », et on ne maîtrisera pas le placement des « pôles actionneur » par exemple. Donc, contrairement aux méthodes LPV qui offrent la garantie d'une stabilité robuste, dans l'algorithme utilisé, la stabilité de la boucle fermée doit être vérifiée a posteriori. En revanche, puisque θ est un paramètre invariant dans le temps, dans la synthèse modale, il n'y a pas de perte de performance due à des contraintes conservatrices sur la stabilité, contrairement aux méthodes LPV qui considèrent que les paramètres varient dans le temps.

B. Le « bien posé »

Le résultat de la précédente synthèse est un gain statique sous forme LFT: $K(\theta) = \mathcal{F}_u(K_{aug}, \Delta_k(\theta))$, avec $K_{aug} = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{11} & K_{12} \end{pmatrix}$. On a alors

$$K(\theta) = K_{22} + K_{21}\Delta_k(\theta)(I - K_{11}\Delta_k(\theta))^{-1}K_{12} \quad (4)$$

Le gain LFT est dit bien posé si et seulement si $\forall \Delta_k \in B_{\delta o}$, $\det(I - K_{11}\Delta_k(\theta)) \neq 0$. Afin de vérifier le bien posé, on utilise la valeur singulière structurée ([16]).

Définition 1: Soit M une matrice complexe de même dimension que $\tilde{\Delta}$ dans l'équation (1). La valeur singulière structurée de M associée à la perturbation $\tilde{\Delta}$ est définie par

$$\frac{1}{\mu(M)} = \min \left\{ |k| \exists \tilde{\Delta} \in kB_o, \text{ t.q. } \det(I - M\tilde{\Delta}) = 0 \right\} \quad (5)$$

et $\mu(M) = 0$ si aucune matrice $\tilde{\Delta}$ n'est telle que $\det(I - M\tilde{\Delta}) = 0$.

Le bien posé de $K(\theta)$ peut être examiné grâce à la proposition suivante.

Proposition 2: $\mathcal{F}_u(K_{aug}(s), \Delta_k(\theta))$ est bien posé pour tout $\Delta_k(\theta) \in B_{\delta o}$ si et seulement si $\mu(K_{11}) < 1$. Une condition suffisante est qu'il existe des matrices de mise à l'échelle $D_0 = D_0^* > 0$ et $G_0 = G_0^*$, avec $D_0\Delta_k(\theta) = \Delta_k(\theta)D_0$ et $G_0\Delta_k(\theta) = \Delta_k(\theta)^*G_0$ tels que

$$K_{11}D_0K_{11}^* + j(G_0K_{11}^* - K_{11}G_0) \leq D_0 \quad (6)$$

La condition (6) peut être vérifiée avec des routines standards de Matlab, voir aussi [12].

Une fois que le bien posé du correcteur est établi, comme expliqué précédemment, les étapes suivantes consistent à vérifier que le correcteur obtenu garantit la stabilité de la boucle fermée pour toutes les valeurs de θ , et ensuite calculer l'erreur maximale d'estimation admissible.

IV. VALIDATION DU SCHÉMA PAR LA μ -ANALYSE

A. Construction du schéma de validation

Jusque là, en appliquant le principe d'« Equivalence Certaine », on a supposé que $\hat{\theta}(t) = \theta$. Pour la suite, ce principe ne sera plus valable et on considèrera que $\hat{\theta}_i(t) = \theta_i(1 + \delta\theta_i(t))$. En constatant alors que $\Delta_k(\hat{\theta}) = \Delta_k(\theta)[I + \Delta_k(\delta\theta)]$, on transforme le schéma de la figure 2 en celui de la figure 3. Puis, en conservant les interconnexions entre les blocs, on regroupe $H_{aug}(s)$ et $K_{aug}(s)$ en un seul bloc que l'on nomme $N(s)$. Ses premières entrées sont les vecteurs f_1 et f_2 regroupés et ordonnés pour correspondre à l'ordonnement de $\tilde{\Delta}$. Ensuite viennent f_3 et la perturbation non mesurée d . Les sorties de $N(s)$ obéissent à la même logique. En notant $\Delta_\delta = \Delta_k(\delta\theta)$, le schéma ainsi décrit est représenté par la figure 4.

Dans un premier temps, comme indiqué précédemment, pour finaliser la synthèse il faut examiner la stabilité du schéma de la figure 4 lorsque l'estimation est parfaite (i.e $\Delta_\delta = 0$), grâce à la proposition suivante.

Proposition 3: Soit N_{11} la matrice de transfert asymptotiquement stable entre w et z de la figure 4. La stabilité robuste de la boucle fermée de la figure 4 est garantie pour tout $\tilde{\Delta} \in B_o$, avec $\Delta_\delta = 0$, si et seulement si

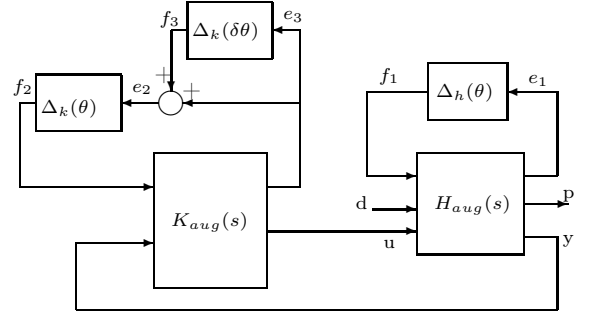


Fig. 3. Schéma de commande auto-adaptative mettant en évidence l'erreur d'estimation.

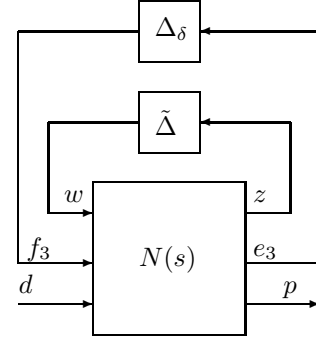


Fig. 4. Schéma pour la validation du schéma auto-adaptatif.

$\mu(N_{11}(j\omega)) \leq 1, \forall \omega \in [0, +\infty)$. Une condition suffisante est qu'il existe des matrices de mises à l'échelle fonction de la pulsation $D_1(\omega) = D_1^*(\omega) > 0$ et $G_1(\omega) = G_1^*(\omega)$ telles que $D_1(\omega)\tilde{\Delta} = \tilde{\Delta}D_1(\omega)$ et $G_1(\omega)\tilde{\Delta} = \tilde{\Delta}^*G_1(\omega)$. L'interconnexion de la structure de la figure 4 est stable pour $\Delta_\delta = 0$ et $\tilde{\Delta} \in B_o$ s'il existe $D_1(\omega)$ et $G_1(\omega)$ tels que

$$N_{11}(j\omega)D_1(\omega)N_{11}^*(j\omega) + j(G_1(\omega)N_{11}^*(j\omega) - N_{11}(j\omega)G_1(\omega)) \leq D_1(\omega) \quad (7)$$

B. Description de la validation

Dans un deuxième temps, on cherche à calculer la marge de stabilité robuste par rapport aux erreurs d'estimation. Cette marge est caractérisée par le nombre α_m tel que

$$\alpha_m = \max \{ r \in \mathbb{R}^+ \mid \forall \Delta \in B_o, \forall \Delta_\delta \in rB_{\delta o}, \text{ le transfert } p = \mathcal{F}_u(N(s), \text{diag}(\tilde{\Delta}, \Delta_\delta)) \text{ est stable.} \} \quad (8)$$

Cette marge permet de déterminer l'amplitude maximale que peut atteindre l'erreur d'estimation sans provoquer l'instabilité. Cependant, la difficulté du calcul de α_m réside dans le fait qu'il faut considérer à la fois des incertitudes invariant dans le temps ($\tilde{\Delta}$) et des incertitudes variant dans le temps (Δ_δ). Pour ce faire, on utilise la Robust Feedforward Design Toolbox (RFDT)[12] qui permet, entre autres, de déterminer une borne inférieure de α_m . De plus, pour une marge de stabilité $\alpha = (1 - \epsilon)\alpha_m$ ($\epsilon > 0$ fixé), on détermine aussi γ telle que $\forall \tilde{\Delta} \in B_o$, et $\forall \Delta_\delta \in \alpha B_{\delta o}$:

$$\|\mathcal{F}_u(N(s), \text{diag}(\tilde{\Delta}, \Delta_\delta))\|_{iL_2} \leq \gamma \quad (9)$$

Les algorithmes utilisés dans cette boîte à outils sont basés sur la proposition suivante.

VI. L'APPLICATION

Proposition 4: Notons $\Phi = \text{diag}(\tilde{\Delta}, \Delta_\delta, \Delta_c)$, où $\Delta_c \in \mathbb{C}^{m_a \times r_p}$ est une matrice complexe non structurée. Soient $D = D^* > 0$ et $G = G^*$ des matrices de mises à l'échelle telles que pour tout Φ ayant la structure indiquée, on ait $D\Phi = \Phi D$ et $G\Phi = \Phi^* G$. Les matrices D et G sont partitionnées en $D = \text{diag}(D_1, D_2, I)$ et $G = \text{diag}(G_1, G_2, 0)$ pour correspondre à la décomposition de Φ en Δ , Δ_δ et Δ_c . D_2 et G_2 sont constants, alors que D_1 et G_1 sont fonction de la pulsation. Posons $P = \Lambda(\alpha, \gamma)N$, avec $\Lambda(\alpha, \gamma) = \text{diag}(I_{r_1}, \frac{1}{\alpha}I_{r_2}, \frac{1}{\gamma}I_{r_y})$, $r_1 = q_1 + \dots + q_n$ et $r_2 = k_1 + \dots + k_n$. Si $\forall \omega \in [0, +\infty)$

$$P(j\omega)D(\omega)P^*(j\omega) + j(G(\omega)P^*(j\omega) - P(j\omega)G(\omega)) \leq D(\omega) \quad (10)$$

alors $\forall \Delta \in B_0$, et $\forall \Delta_\delta \in \alpha B_\delta o$, le schéma de la figure 4 est stable et on a (9).

V. L'ESTIMATEUR

Soit $(A(\theta), B(\theta), I, 0)$ la représentation d'état de $H(s, \theta)$ dont on mesure l'état. On reconstruit la dérivée de l'état x à travers un filtre passe bande du second ordre $\frac{s}{D(s)}$. En notant $\dot{x}_f = \left[\frac{s}{D(s)} \right] x$, on pose $x_f = \left[\frac{1}{D(s)} \right] x$, et $u_f = \left[\frac{1}{D(s)} \right] u$, on a alors :

$$\dot{x}_f = Ax_f + Bu_f \quad (11)$$

En supposant que les matrices A et B sont des fonctions affines de θ , il est possible d'écrire (11) sous la forme

$$\beta(t) = \theta^T \phi(t) \quad (12)$$

où $\beta(t)$ et $\phi(t)$ sont des vecteurs de signaux mesurés.

Pour obtenir une estimation de θ , on utilise un estimateur de type moindres carrés récursifs. Pour être cohérent avec la réalisation concrète de cet estimateur, ce dernier est considéré comme étant discret. Pour simplifier l'exposé, on considérera que les dates t évoluent dans \mathbb{N} . L'algorithme des moindres carrés récursifs est donné par :

$$e(t) = \hat{\theta}^T(t)\phi(t) - \beta(t) \quad (13)$$

$$\hat{\theta}(t+1) = \hat{\theta}(t) - \frac{P(t)\phi(t)e^T(t)}{1 + \phi^T(t)P(t)\phi(t)} \quad (14)$$

$$P(t+1) = P(t) - \frac{P(t)\phi(t)\phi^T(t)P(t)}{1 + \phi^T(t)P(t)\phi(t)} \quad (15)$$

avec $P(0) > 0$. Ainsi, sous la condition que l'entrée u du procédé soit persistante, on a $\lim_{t \rightarrow \infty} \hat{\theta} \rightarrow \theta$.

Dans la suite de nos travaux, on envisage de prendre en considération des procédés « variant lentement dans le temps ». Pour prendre en compte ces variations, on peut tout d'abord envisager de simplement modifier l'algorithme des moindres carrés récursifs, afin d'y ajouter un facteur d'oubli [17], [18], [14], ou de réinitialiser la matrice de covariance $P(t)$. Mais de tous ces algorithmes, on privilégiera ceux qui ne nécessitent ni d'inverser ni de réinitialiser la matrice $P(t)$, afin de s'assurer du bon fonctionnement en ligne de l'algorithme lors de son implantation.

On considère un modèle linéarisé longitudinal d'un avion de transport issu du projet IMMUNE (Intelligent Monitoring and Managing of UNexpected Events) de collaboration entre l'Onera et le DLR. Le modèle considéré est celui d'un avion de transport de 160T. La linéarisation est effectuée durant la phase du vol de croisière, à une altitude de 39 000 ft (11.89 km), et une vitesse aérodynamique de 0.83 (Mach). Seul le mode de l'oscillation d'incidence (α , q) est considéré. Les angles sont contrôlés par les gouvernes en profondeur (gauche et droite) qui bougent de la même manière. Le modèle est caractérisé par le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = Z_\alpha \alpha + Z_q q + Z_u u \\ \dot{q} = M_\alpha \alpha + M_q q + M_u u \end{cases} \quad (16)$$

La pulsation propre du mode longitudinal est donnée par $\omega_p^2 = Z_\alpha M_q - Z_q M_\alpha$. Or, en considérant les valeurs nominales du modèle, on a $\left| \frac{Z_\alpha M_q}{Z_q M_\alpha} \right| \simeq 0.21$. Par conséquent le terme $Z_q M_\alpha$ est dominant, et puisque Z_q est très proche de 1 et varie peu en pratique, on ne s'intéressera qu'aux variations de M_α . De même, Z_u étant proche de 0 et variant peu en pratique, on ne s'intéressera qu'aux variations de M_u . On pose donc $\theta = (M_\alpha, M_u)^T$ le vecteur des paramètres à estimer. Pour déplacer les gouvernes en profondeur, un actionneur modélisé par un premier ordre est utilisé : $\text{Act}(s) = \frac{1}{1+0.1s}$. Les variables α , q et $\int q$ sont utilisées par la commande. On obtient alors le schéma de la figure 5.

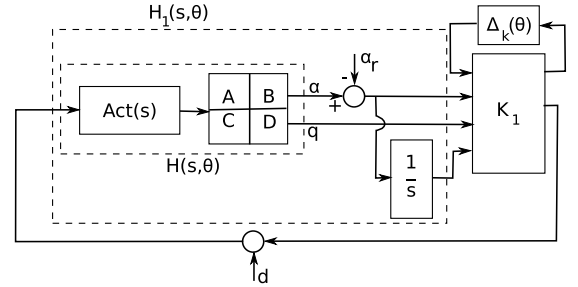


Fig. 5. Schéma pour la synthèse de gain auto-séquenté.

A. La synthèse

Dans un premier temps, la synthèse est réalisée sur le modèle suivant :

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = q \\ \dot{q} = M_\alpha \alpha + u \end{cases} \quad (17)$$

Afin que l'amortissement des modes se fasse en concordance avec les pulsations naturelles, une interpolation affine entre M_α et la pulsation propre ω_p en boucle ouverte est effectuée :

$$\omega_p = a \times M_\alpha + b \quad (18)$$

où a et b sont constants. Puisque l'on a trois sorties, on ne peut placer plus de trois valeurs propres. On choisit donc :

$$\lambda_1(M_\alpha) = \left(-\xi_1 + j\sqrt{1 - \xi_1^2} \right) \omega_p \quad (19)$$

$$\lambda_2(M_\alpha) = -\xi_1 \omega_p \quad (20)$$

avec un amortissement $\xi_1 = 0.7$, $\lambda_2(M_\alpha)$ étant la valeur propre de l'intégrateur. Puis la synthèse du gain LFT est réalisée avec la fonction `fb_sched` de la Linear Fractional Representation Toolbox (LFRT) [19] à partir d'une représentation sous forme LFT du système $H_1(s, \theta)$, en considérant uniquement M_α comme paramètre de séquençement. Un correcteur $K_1(M_\alpha)$ est ainsi obtenu. Le correcteur final est calculé comme suit :

$$\mathcal{F}_u(K_{aug}(s), \Delta_k(\theta)) = \frac{1}{M_u} \times K_1(M_\alpha) \times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ \frac{1}{s} & 0 \end{pmatrix} \quad (21)$$

Le correcteur obtenu est une forme LFT dans laquelle le paramètre M_α est répété 8 fois, et le paramètre M_u n'apparaît qu'une seule fois.

B. Résultats de la validation

En procédant comme indiqué au paragraphe IV-A, on obtient alors la boucle fermée de la figure 4, pour laquelle on calcule une borne inférieure de la marge de stabilité robuste. On trouve $\alpha_m \geq 16\%$. En d'autres termes, si l'erreur d'estimation relative ne dépasse pas 16% de la valeur vraie des paramètres, la stabilité de la boucle fermée est garantie, même pendant le régime transitoire. De plus, on peut aussi observer l'évolution d'une borne supérieure de la norme induite du transfert entre d et $p = [\alpha, q]^T$, en fonction de l'incertitude maximale admise sur l'estimateur, sur le graphe de la figure 6.

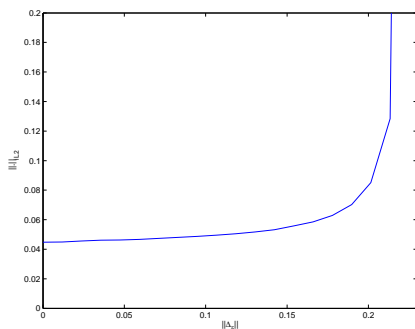


Fig. 6. Variation d'une borne supérieure de la norme induite L_2 en fonction de l'incertitude maximale admise sur l'estimateur.

C. Résultats de la simulation temporelle

Comme indiqué au paragraphe V, l'estimation des paramètres est obtenue à partir des mesures de l'état du système $x = [\alpha, q]^T$, et de l'entrée u . Ces signaux sont filtrés en utilisant le filtre du second ordre $\left[\frac{1}{D(s)}\right]$, avec

$$D(s) = (1 + \tau_1 s)(1 + \tau_2 s) \quad (22)$$

et $\tau_1 = 5 \times 10^{-2}$ et $\tau_2 = \frac{\tau_1}{100}$.

L'estimateur est discret, et sa période d'échantillonnage est choisie de 0.01 s. A partir de l'équation (16), et en posant $\phi(t) = [\alpha_f, u_f]^T$ et $\beta(t) = \dot{q}_f - M_q q_f$, on obtient $\beta(t) = \theta^T \phi(t)$. L'algorithme des moindres carrés récursif décrit par les équations (13, 14, 15) permet alors d'obtenir l'estimation de $\hat{\theta}$.

Le schéma de la simulation temporelle est donc celui de la

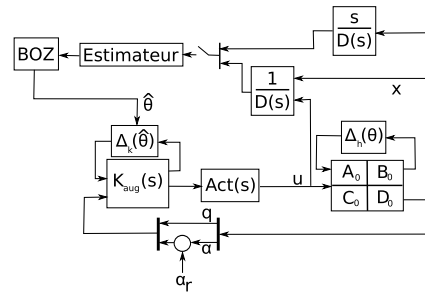


Fig. 7. Schéma de la simulation temporelle. (BOZ=Bloqueur d'Ordre Zéro)

figure 7. En notant $\theta_0 = [M_{\alpha_0}, M_{u_0}^T]$ les valeurs nominales des paramètres, θ a été choisi tel que $M_\alpha = 1.01 \times M_{\alpha_0}$, $M_u = 1.7 \times M_{u_0}$. L'erreur d'estimation initiale a été choisie telle que $\delta\theta = [0.06 \times M_{\alpha_0}, -0.16 \times M_{u_0}]^T$. Le graphe 8 montre les réponses temporelles à la consigne α_r . Les courbes en traits interrompus et pointillés ont été obtenues sans l'estimateur, et les paramètres du correcteur n'ont pas été ajustés, alors que celles qui sont en traits continus correspondent à des réponses avec l'estimateur. Les réponses temporelles lorsqu'il n'y a pas d'erreur d'estimation sont en pointillés. Mais sur la figure, la différence entre les courbes en traits interrompus et pointillés et les courbes en pointillés n'est pas visible, car l'estimateur converge très vite. Le graphe 9 montre l'évolution des erreurs relatives d'estimation au cours de cette simulation.

On constate donc une amélioration de la réponse temporelle lorsque l'estimateur est présent, et que la réponse temporelle est alors très proche de celle sans erreur d'estimation. Le schéma proposé permet donc de réaliser de bonnes performances en dépit d'une mauvaise initialisation du correcteur.

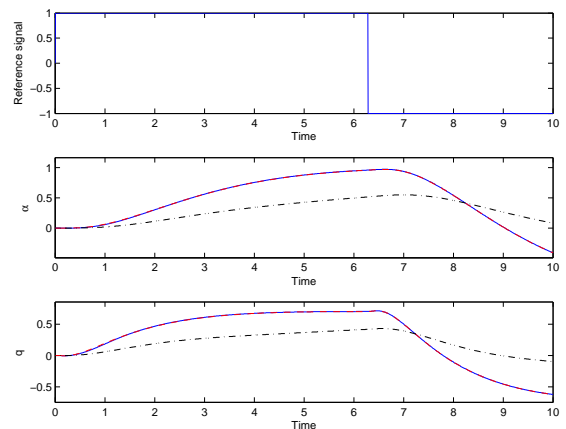


Fig. 8. Simulation des réponses temporelles. Les courbes en traits interrompus correspondent aux réponses obtenues sans erreur, i.e $\delta\theta = 0$; les courbes en traits interrompus et pointillés correspondent aux réponses avec une erreur sur les valeurs des paramètres non corrigées; et les courbes en trait plein correspondent aux réponses obtenues avec un estimateur corrigeant l'erreur initiale.

VII. CONCLUSION

Dans cet article, des techniques de synthèse de gain auto-séquéncé et d'analyse robuste ont été utilisées pour réaliser

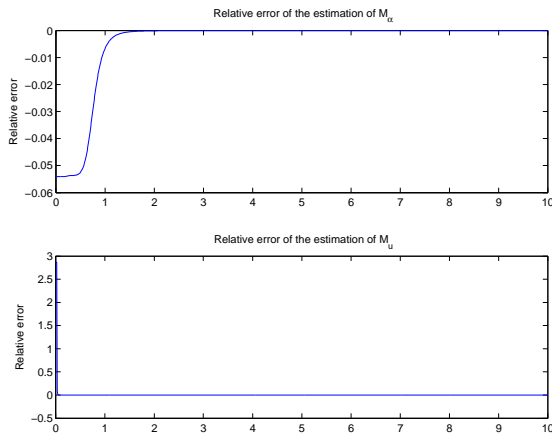


Fig. 9. Evolution des erreurs relatives au cours de la simulation. L'erreur initiale sur chacun des paramètres est de 200%

un correcteur adaptatif. Pour analyser la stabilité et les performances de la boucle fermée, et afin de minimiser le temps de calcul pour le réajustement du correcteur, le procédé et le correcteur ont été modélisés sous forme LFT. Cette structure permet l'utilisation d'algorithmes de synthèse modale et la validation via la μ -analyse. L'originalité de l'approche tient du fait que l'estimateur n'apparaît pas explicitement dans les schémas de synthèse et d'analyse. Uniquement les bornes de l'erreur d'estimation sont établies.

Cette technique est appliquée à un avion de transport. Le modèle utilisé est issu du projet IMMUNE. Une simulation temporelle met en évidence les propriétés appréciables du schéma adaptatif pendant le régime transitoire.

Dans le cadre de l'application, le schéma de commande adaptative présenté rassemble un correcteur continu et un estimateur discret. Une amélioration de ce schéma consisterait donc à adapter soit les méthodes de synthèse à un procédé discretisé et obtenir un correcteur discret afin que l'ensemble du schéma soit discret, soit les méthodes d'analyse afin de prendre en compte le caractère hybride du schéma.

Dans la perspective d'appliquer cette méthode au modèle non-linéaire de l'avion de transport du projet IMMUNE, un objectif à moyen terme serait de réaliser une estimation « satisfaisante » de paramètres variant faiblement dans le temps. Dans le paragraphe V, quelques pistes dans cette voie ont été proposées.

RÉFÉRENCES

- [1] C.J. CHIEN, K.C. SUN, A.C. WU et L.C. FU : A robust MRAC using variable structure design for multivariable plants. *Automatica*, 32(6):833–848, 1996.
- [2] T.C. TSAO et M.G. SAFONOV : Set theoretic adaptor control systems. *Proceedings of the ACC*, pages 3043–3047, 1993.
- [3] T.C. TSAO et M.G. SAFONOV : Convex set theoretic adaptor control systems. *Proceedings of the IEEE CDC*, pages 582–584, 1993.
- [4] T.C. TSAO et M.G. SAFONOV : Unfalsified direct adaptive control of a two-link robot arm. *Proc. of the IEEE international Conference on Control Applications*, pages 680–686, 1999.
- [5] J.M. KRAUSE, G. STEIN et P.P. KHARGONEKAR : Sufficient conditions for robust performance of adaptive controllers with general uncertainty structure. *Automatica*, 28(2):277–288, 1992.
- [6] P. TOMEI : Robust adaptive control with arbitrary transient performance and disturbance attenuation. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 44(3):654–658, 1999.

- [7] Y. ZHANG, C. WEN et Y.C. SOH : Robust decentralized adaptive stabilisation of interconnected systems with guaranteed transient performance. *Automatica*, 36:907–915, 2000.
- [8] S. SASTRY : *Nonlinear systems: analysis, stability and control*. Springer Verlag, 1999.
- [9] I. BARKANA : Classical and simple adaptive control for nonminimum phase autopilot design. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 28(4):631–638, 2005.
- [10] G. FERRERES, V. FROMION et M. M'SAAD : Adaptive H_∞ control using coprime factors and set-membership identification with application to a missile autopilot. *Proceedings of the ACC*, pages 698–702, 1995.
- [11] J.H. KELLY et B.E. YDSTIE : Adaptive H_∞ control with application to systems with structural flexibility. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42(10):1358–1369, 1997.
- [12] G. FERRERES et C. ROOS : Robust feedforward design in the presence of LTI/LTV uncertainties. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 17(14):1278–1293, september 2007.
- [13] J.F. MAGNI : An LFT approach to robust gain scheduling. *Proc. of the IEEE conference on Decision and Control, Seville, Spain, 2005*.
- [14] M E SALGADO, G GOODWIN et R H MIDDLETON : Modified least squares algorithm incorporating exponential forgetting and resetting. *Int. J. Control*, (47):477–491, 1988.
- [15] J.F. MAGNI, A. KNAUF et C. DOLL : Practical implementation of LFT-scheduled feedback gains. *Proc. of the Asian Control Conference*, 2006.
- [16] G. FERRERES : *A practical approach to robustness analysis with aeronautical applications*. Plenum Press / Kluwer Academic / Springer Verlag, 1999.
- [17] G. KREISSELMEIER : Stabilized least-squares type adaptive identifiers. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 35(3):306–310, Mar 1990.
- [18] M. BODSON : An adaptive algorithm with information-dependent data forgetting. *American Control Conference, 1995. Proceedings of the*, 5:3485–3489 vol.5, Jun 1995.
- [19] J.F. MAGNI : Presentation of the Linear Fractional Representation Toolbox (LFRT). *Proc. IEEE CACSD, Glasgow, UK, 2002*.