

# Filtre de Kalman Etendu avec Fenêtre Glissante : Application à la Localisation de Projectile

Bertrand GRANDVALLET<sup>1, 2</sup>, Ali ZEMOUCHE<sup>1</sup>, Mohamed BOUTAYEB<sup>1</sup>, Sébastien CHANGEY<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Centre de Recherche en Automatique de Nancy, Nancy-Université  
IUT de Longwy, 186 rue de Lorraine, 54400 Cosnes et Romain, France

<sup>2</sup>Institut franco-allemand de recherche de Saint Louis  
5 rue du Général Cassagnou, 68300 Saint Louis, France

Bertrand.Grandvallet@iut-longwy.uhp-nancy.fr

Ali.Zemouche@iut-longwy.uhp-nancy.fr

Mohamed.Boutayeb@iut-longwy.uhp-nancy.fr

changey@isl.eu

*Résumé*— Cet article traite de l'estimation en ligne de l'attitude et de la position d'un projectile dans un contexte bruité. Compte tenu des fortes non-linéarités et de la faible observabilité du système, très peu de techniques d'estimation peuvent être appliquées. Le principal apport de cet article réside dans l'utilisation d'un Filtre de Kalman Etendu (EKF) qui grâce à une fenêtre glissante sur des mesures issues de magnétomètres, assure une bonne localisation du projectile. En outre, nous montrons que l'approche proposée peut être appliquée à une classe plus générale de systèmes non linéaires en temps discret, et qu'elle n'utilise que peu de calculs supplémentaires par rapport à un EKF standard. Les bonnes performances du filtre sont montrées au travers des simulations, bien qu'en présence d'un biais inconnu sur les mesures.

*Mots-clés*— Observation des systèmes non linéaires, filtre de Kalman étendu, fenêtre glissante, localisation de projectiles

## I. INTRODUCTION

Au cours des dernières décennies, l'observation des systèmes non linéaires a fait l'objet d'activités de recherche importantes et reste un domaine ouvert [6], [12], [13], [7], [4]. En effet, la localisation de robots ou la navigation autonome se ramènent à des problèmes d'observation. Ces problèmes concernent une importante variété d'applications, notamment dans le domaine militaire. Cet article est consacré à l'estimation de l'attitude (position angulaire) et de la position spatiale des projectiles en utilisant uniquement des capteurs magnétométriques [2], [3], [11], [10]. En effet, pour des raisons techniques et de coût, seuls les magnétomètres peuvent actuellement être embarqués sur un projectile. Le principal avantage est que les magnétomètres sont robustes aux fortes accélérations (dans notre cas environ 50 000 g) et sont relativement bon marché. Toutefois, en vertu de ces hypothèses et en raison des fortes non linéarités et de la faible observabilité du modèle [5], peu de techniques d'estimation peuvent être appliquées [8], [9]. Dans un récent article [1], les auteurs ont montré comment une modification

de l'EKF peut assurer une bonne estimation de l'attitude et de la position d'un projectile dans un cas déterministe. Il est intéressant de remarquer que généralement, dans un contexte bruité ou en présence de biais, le principal inconvénient de l'EKF standard est l'extrême sensibilité aux initialisations, ou la divergence lorsque le système est faiblement observable ou présentant de fortes non linéarités. Pour pallier ces inconvénients, nous proposons dans un cadre général, un estimateur basé EKF utilisant une fenêtre glissante sur les mesures (SWEKF, pour Sliding Window Extended Kalman Filter). En effet, nous montrons comment déduire localement la matrice de gain de manière optimale quand une fenêtre glissante est utilisée sur les mesures. En outre, de par la construction du filtre, nous n'avons pas besoin de beaucoup de calculs supplémentaires (par rapport à un EKF standard), ce qui a l'avantage d'assurer une estimation "temps réel". Cette méthode appliquée à la localisation de projectiles dans un contexte bruité est comparée à un filtre EKF standard. Nous montrons ainsi ses bonnes performances même en présence de biais sur les mesures, au travers des simulations.

## II. MODÉLISATION DU SYSTÈME

Nous décrivons ici le comportement du projectile via les équations balistiques. Les équations différentielles du système sont alors mise sous forme d'espace d'état. Le modèle des sorties magnétométriques est également donné.

### A. Description des capteurs et du projectile

Le capteur embarqué sur le projectile est une combinaison de magnétomètres montés en trièdre qui mesure les projections du champ magnétique terrestre selon les axes du repère lié au projectile. La figure 1(a) montre le repère lié au projectile vi-à-vis du vecteur champ magnétique de la Terre. Pour caractériser l'attitude d'un objet, il est nécessaire de connaître trois angles (théorème des rotations

d'Euler). Pour localiser le projectile dans le repère lié au sol, nous devons décomposer ces trois angles en cinq dans le but de dissocier l'attitude et l'orientation du vecteur vitesse. Ainsi, cette représentation est décrite sur la figure 1(b).

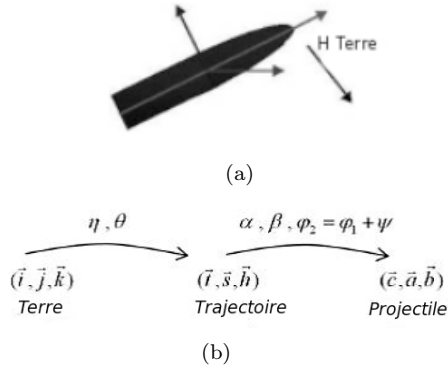


Fig. 1. (a) Le projectile, (b) Les 5 angles à estimer

- $\eta, \theta$  définissent l'orientation du vecteur vitesse dans le repère lié au sol  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$
- $\alpha, \beta, \varphi_2$  Définissent l'attitude du projectile  $\vec{c}, \vec{a}, \vec{b}$ , dans le repère lié la trajectoire  $\vec{t}, \vec{s}, \vec{h}$

Dans la figure 2, l'azimut  $\eta$  et la pente  $\theta$  permettent de définir la trajectoire. Ensuite, sur la figure 3, l'angle d'attaque  $\alpha$ , de dérapage  $\beta$  et de roulis  $\varphi_2$  définissent l'attitude du projectile autour du vecteur vitesse. Les angles  $\alpha, \beta$  et  $\eta$  sont de l'ordre de quelques miliradians, donc peuvent être approximés comme suit :

$$\sin \alpha \simeq \alpha, \sin \beta \simeq \beta, \sin \eta \simeq \eta \quad (1)$$

L'angle de roulis  $\varphi_2 = \varphi_1 + \psi$  définit la rotation autour de  $\vec{t}$ .

### B. Modèle mécanique

Le modèle du système présenté ici est issu des équations balistiques, projetées dans les différents repères et approximés du fait des faibles angles évoqués précédemment. Ces équations sont décomposées en trois sous-modèles :

#### B.1 Attitude

$$\begin{cases} \ddot{\varphi}_2 = -k\varphi_2 \\ \xi'' + (a_1 - ib_1)\xi' + (a_2 - ib_2)\xi = a_3 - ib_3 \end{cases} \quad (2)$$

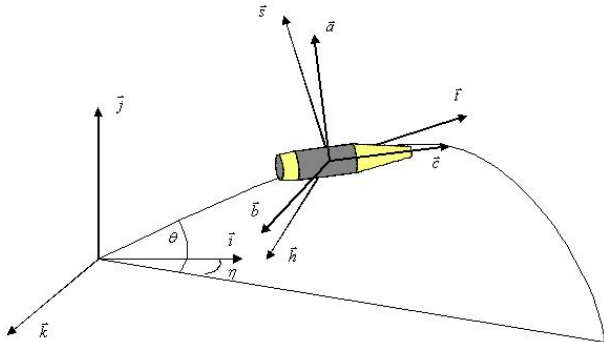


Fig. 2. Définition du repère lié à la trajectoire

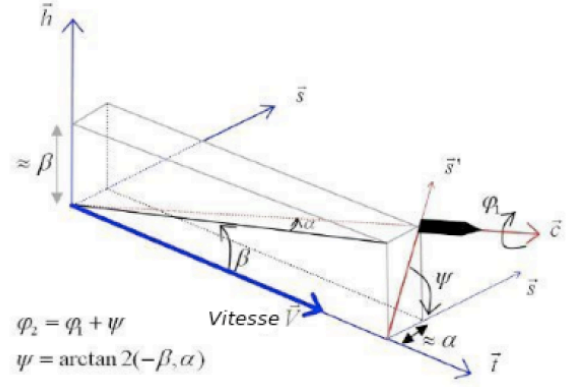


Fig. 3. Définition du repère lié au projectile

$$\text{avec : } \xi' = \frac{D}{v}\xi$$

#### B.2 Trajectoire

$$\begin{cases} \dot{\eta} = \frac{1}{Mv \cos \theta} (\beta F_1 + \alpha F_m + F_{c\eta}) \\ \dot{\theta} = \frac{1}{Mv} (-Mg \cos \theta + \alpha F_1 - \beta F_m + F_{c\theta}) \\ \dot{v} = \frac{1}{M} (-Mg \sin \theta - F_d) \end{cases} \quad (3)$$

#### B.3 Position

$$\begin{cases} \dot{x} = v \cos \theta \\ \dot{y} = v \sin \theta \\ \dot{z} = -v\eta \cos \theta \end{cases} \quad (4)$$

où

- $D$  est le diamètre du projectile ;
- $a_i, b_i, k$  dépendent de la vitesse  $v$ , l'altitude  $y$ , la vitesse de rotation  $w_c$ , l'azimut  $\eta$ , la pente  $\theta$  et des paramètres mécaniques ;
- $\xi$  est une variable complexe, décrivant l'attitude et qui peut être approximée par  $\alpha - i\beta$  à cause des valeurs de ces angles (miliradians) ;
- $F_l, F_m, F_d$  sont respectivement la force de portance, la force de Magnus et la force de résistance de l'air,  $F_{c\eta}, F_{c\theta}$  représentent la force de Coriolis sur les équation de  $\dot{\eta}, \dot{\theta}$ .

Avec toutes ces équations, nous pouvons écrire un modèle d'évolution sous forme d'espace d'état :

$$\dot{X} = F(X(t), t) \quad (5)$$

où

$$X = [X_1 \ X_2]^T \quad (6)$$

$$\begin{cases} X_1 = [\eta \ \theta \ v]^T \\ X_2 = [\alpha \ \beta \ \dot{\alpha} \ \dot{\beta} \ \varphi_2 \ \dot{\varphi}_2]^T \end{cases} \quad (7)$$

Les équations d'évolution de l'attitude et de la trajectoire peuvent être dissociées (7). Nous obtenons alors la

représentation d'état non linéaire suivante :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = F_1(X(t), t) \\ \dot{X}_2 = F_2(X(t), t) \end{cases} \quad (8)$$

Par décomposition des parties réelle et imaginaire de l'équation non linéaire complexe de l'attitude, nous pouvons donc l'écrire sous forme matricielle (plus pratique pour l'algorithme d'estimation).

$$\dot{X}_2 = A_2(X(t), t)X_2(t) + B_2(X(t), t) \quad (9)$$

ou

$$A_2(X(t), t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -a_2 \frac{v^2}{D^2} & b_2 \frac{v^2}{D^2} & -a_1 \frac{v}{D} & b_1 \frac{v}{D} & 0 & 0 \\ -b_2 \frac{v^2}{D^2} & -a_2 \frac{v^2}{D^2} & -b_1 \frac{v}{D} & -a_1 \frac{v}{D} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$B_2(X, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ a_3 \frac{v^2}{D^2} \\ b_3 \frac{v^2}{D^2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

### C. Modèle d'observation

Les capteurs magnétométriques embarqués mesurent les projections du champ magnétique terrestre le long des axes du repère lié au projectile, l'un sur l'axe longitudinal  $\vec{c}$  et les deux autres le long des axes radiaux  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ . La valeur du champ magnétique terrestre est connue dans le repère lié au sol  $\vec{i}$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{k}$  et est mesurée dans celui lié au projectile  $\vec{c}$ ,  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ . La matrice de rotation entre ces deux repères représente l'information d'attitude. Comme les capteurs nous donnent l'attitude globale du projectile, les équations d'observation sont issues de transformations trigonométriques considérant les cinq angles qui nous intéressent  $\alpha, \beta, \varphi_2, \eta$  et  $\theta$ . Les angles d'attitude et  $\eta$  étant "petits", nous simplifions les écritures pour obtenir :

$$Y = \begin{pmatrix} H_c \\ H_a \\ H_b \end{pmatrix} \quad (12)$$

où

$$H_c = \alpha(\cos\theta H_j - \sin\theta H_i) - \beta H_k + (-\eta \cos\theta H_k + \cos\theta H_i + \sin\theta H_j) \quad (13)$$

$$H_a = H_1 \cos\varphi_2 + H_2 \sin\varphi_2 \quad (14)$$

$$H_b = H_2 \cos\varphi_2 - H_1 \sin\varphi_2 \quad (15)$$

avec :

$$\begin{cases} H_1 = \alpha(\cos\theta H_i + \sin\theta H_j) - \sin\theta H_i + \cos\theta H_j + \eta \sin\theta H_k \\ H_2 = \beta(\cos\theta H_i + \sin\theta H_j) + \eta H_i + H_k \end{cases} \quad (16)$$

## III. FILTRE DE KALMAN ÉTENDU AVEC FENÊTRE GLISSANTE

Cette partie décrit la méthode utilisée pour discrétiser le modèle développé précédemment, ensuite nous montrerons comment est construit le filtre avec fenêtre glissante.

### A. Discrétisation du modèle

Le but de cette partie est de déterminer la meilleure méthode de discrétisation du modèle, c'est-à-dire trouver un modèle "discret" étant le plus proche possible de la réalité et utilisant un pas d'intégration le plus élevé possible. En effet notre algorithme de localisation doit pouvoir être implanté sur un microprocesseur pour travailler en "temps réel". C'est pourquoi nous utilisons deux méthodes d'intégration, plus ou moins fines en fonction des états à estimer. Le modèle "discret" considéré est donc obtenu par la méthode d'Euler pour  $X_1$  et nous utilisons la transformation bilinéaire pour  $X_2$ . Le pas d'intégration choisi est de  $T = 0.001s$  pour les deux méthodes, qui sont décrites en (17) et (18).

$$\begin{cases} X_{1(k+1)} = X_{1(k)} + TF_1(X_k, k) \\ X_{2(k+1)} = A_{2d}X_{2(k)} + B_{2d} \end{cases} \quad (17)$$

avec :

$$\begin{cases} A_{2d} = (2I - TA_2)^{-1}(2I + TA_2) \\ B_{2d} = (2I - TA_2)^{-1}B_2 \end{cases} \quad (18)$$

### B. Construction du filtre

Pour construire un EKF avec fenêtre glissante, nous considérons une forme générale d'un système non linéaire temps discret :

$$x_{k+1} = f(x_k) + w_k \quad (19)$$

$$y_k = h(x_k) + v_k$$

avec

$$E(w_k) = E(v_k) = 0 \quad (20)$$

$x_k \in \mathbb{R}^N$  et  $y_k \in \mathbb{R}^P$  étant les vecteurs d'état, d'entrée et de sortie à l'instant  $k$ , respectivement. Les fonctions non linéaires  $f(x_k)$  et  $h(x_k)$  étant continues et dérivables. Par ailleurs, l'observateur que nous utilisons est donné par :

$$\hat{x}_{k+1} = f(\hat{x}_k) + K_k \begin{pmatrix} y_k - h(\hat{x}_k) \\ y_{k-1} - h(\hat{x}_{k-1}) \\ \vdots \\ y_{k-N+1} - h(\hat{x}_{k-N+1}) \end{pmatrix} \quad (21)$$

D'abord, nous devons définir :

$$\tilde{x}_{k+1} = x_{k+1} - \hat{x}_{k+1} \quad (22)$$

$$\tilde{y}_k = \begin{pmatrix} y_k - h(\hat{x}_k) \\ y_{k-1} - h(\hat{x}_{k-1}) \\ \vdots \\ y_{k-N+1} - h(\hat{x}_{k-N+1}) \end{pmatrix} \quad (23)$$

### C. Calcul des paramètres du filtre

Par définition, nous pouvons écrire :

$$P_k^k = E(\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T) \quad (24)$$

Considérant les approximations suivantes :

$$f(x_k) - f(\hat{x}_k) \simeq A_k \tilde{x}_k \quad (25)$$

avec

$$A_k = A(\hat{x}_k) = \frac{\partial f}{\partial x_k}(\hat{x}_k) \quad (26)$$

Nous pouvons développer  $P_{k+1}^{k+1}$  pour obtenir

$$\begin{aligned} P_{k+1}^{k+1} = & A_k P_k^k A_k^T + K_k H_k \bar{P}_k H_k^T K_k^T \\ & - A_k [P_k^k \ P_k^{k-1} \ \dots \ P_k^{k-N+1}] H_k^T K_k^T \\ & - K_k H_k \begin{pmatrix} P_k^k \\ P_k^{k-1} \\ \vdots \\ P_k^{k-N+1} \end{pmatrix} A_k^T + K_k R_k K_k^T + Q \end{aligned} \quad (27)$$

où

$$H_k = \begin{pmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_k}(\hat{x}_k) & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \frac{\partial h}{\partial x_k}(\hat{x}_{k-N+1}) \end{pmatrix} \quad (28)$$

$$Q = E(w_k w_k^T) \quad (29)$$

$$R = E(v_k v_k^T) \quad (30)$$

$$\bar{P}_k = \begin{pmatrix} P_k^k & P_k^{k-1} & \dots & P_k^{k-N+1} \\ P_k^{k-1} & P_k^{k-1} & & \\ \vdots & & \ddots & \\ P_k^{k-N+1} & & \dots & P_k^{k-N+1} \end{pmatrix} \quad (31)$$

$$\bar{P}_{k+1} = \begin{pmatrix} P_{k+1}^{k+1} & P_{k+1}^k & \dots & P_{k+1}^{k-N+2} \\ P_{k+1}^k & P_{k+1}^k & & \\ \vdots & & \ddots & \\ P_{k+1}^{k-N+2} & & \dots & P_{k+1}^{k-N+2} \end{pmatrix} \quad (32)$$

et

$$P_{k+1}^{k-i} = E(\tilde{x}_{k+1} \tilde{x}_{k-i}^T) \quad (33)$$

$$P_{k+1}^{k-i} = A_k P_k^{k-i} - K_k H_k \begin{pmatrix} P_k^{k-i} \\ P_k^{k-i} \\ \vdots \\ P_k^{k-N+1} \end{pmatrix} \quad (34)$$

Nous devons définir  $K_k$ , dans le but de minimiser la trace de la matrice de covariance d'erreur  $trace(P_{k+1}^{k+1})$  :

$$\frac{\partial trace(P_{k+1}^{k+1})}{\partial K_k} = 0 \quad (35)$$

Ainsi, nous obtenons  $K_k$  satisfaisant (35) :

$$K_k = A_k [P_k^k \ P_k^{k-1} \ \dots \ P_k^{k-N+1}] H_k^T (H_k \bar{P}_k H_k^T + R)^{-1} \quad (36)$$

Le fait d'utiliser une fenêtre glissante sur les mesures introduit une matrice  $\bar{P}_{k+1}$  et ses éléments, le calcul de  $K_{k+1}$  est donc différent de celui d'un EKF classique. La partie suivante de l'article montre l'efficacité de notre filtre au travers des résultats de simulations.

*Remarque* : L'estimation de la position spatiale n'est pas incluse directement dans le filtre mais est calculée à partir de (4) par la méthode d'Euler.

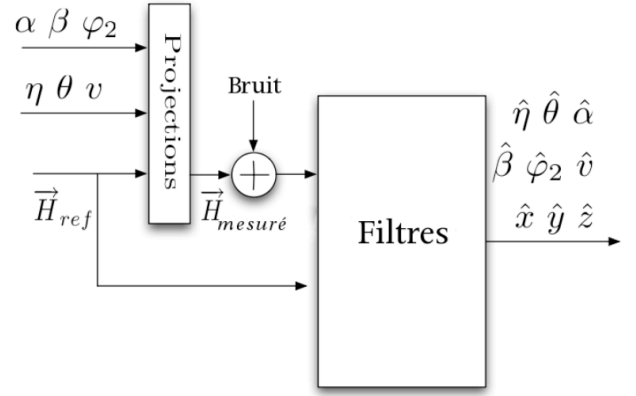


Fig. 4. Modèle de simulation

## IV. RÉSULTATS DE SIMULATIONS

Pour simuler un tir, nous utilisons un modèle "complet", qui nous fournit les différents signaux images du comportement du projectile  $x, y, z, v, \eta, \theta, \alpha, \beta$  et  $\varphi_2$ . Ces différents signaux nous permettent de recomposer les sorties magnétométriques  $H_c, H_a, H_b$  par projection du champ magnétique terrestre. Ce sont ces sorties qui sont fournies au filtre (figure 4), ce qui nous permet de simuler un tir avec les capteurs embarqués et un traitement des signaux en temps réel. Cette méthode nous permet de comparer les observations issues du filtre au modèle de référence (ainsi connu), et évaluer la performance de l'algorithme.

Les algorithmes sont donc éprouvés en simulations en utilisant le modèle "complet" d'évolution du système pour un projectile de 155 mm tournant sur lui même et sur une distance de 16 km. Dans un premier temps, l'EKF classique décrit dans [3] est testé et nous montrons ses limites au travers des résultats de simulation. Ensuite le nouvel algorithme est utilisé pour comparer les performances de chacun.

Le mouvement complet du projectile est divisé en deux sous mouvements, en effet l'évolution de l'attitude est décrite autour de sa trajectoire. Comme les magnétomètres mesurent la position angulaire relative au vecteur champ magnétique de la Terre, et que cette position contient les cinq angles qui nous intéressent, nous devons avoir une bonne connaissance de l'orientation du repère lié à la trajectoire au début du tir.

Pour montrer les performances du filtre SWEKF proposé, nous simulons un tir avec une initialisation parfaite de l'EKF classique (c'est-à-dire connaissance de l'orientation du canon et vitesse initiale du projectile) et sans bruits (figure 5). Ensuite, nous ajoutons un biais constant ainsi qu'un bruit blanc sur les mesures  $H_a$  et  $H_b$  (figure 6). Enfin nous comparons les performances du SWEKF (figure 7), à l'EKF classique.

Comme le montrent les résultats des simulations, l'EKF classique est très sensible aux biais (qui représentent un défaut de mise en place des magnétomètres). En réalité, il est très difficile d'aligner parfaitement les magnétomètres entre eux (orthogonalement) et avec le projectile, ce qui se traduit par des biais sur les mesures. Les biais que nous ajoutons sont de l'ordre de 30% de la plage de fonctionnement maximale des mesures.

Les résultats de simulations sont donnés dans un tableau de résultats, dans lequel nous utilisons la moyenne de l'erreur d'observation des différents états  $\|X - \hat{X}\|$  comme critère de comparaison. Globalement le SWEKF donne de meilleurs résultats que l'approche classique dans un contexte bruité. Les états estimés qui sont les plus représentatifs sont les angles d'attitude ( $\alpha$  et  $\beta$ ). Dans nos prochains algorithmes de filtrage, nous tenterons d'estimer les biais (défauts d'orientation des capteurs) comme des états du système considéré, bien que le fait d'utiliser une fenêtre glissante les compense partiellement. Ainsi, la prise en compte des défauts dans notre algorithme d'estimation permettra d'accroître encore ses performances.

	EKF sans bruit	EKF avec bruit	SWEKF avec bruit
$\alpha - \hat{\alpha}$	OK	NON	OK
$\beta - \hat{\beta}$	OK	NON	OK
$\varphi_2 - \hat{\varphi}_2$	OK	OK	OK
$\eta - \hat{\eta}$ (rad)	$8,2 \cdot 10^{-3}$	0,021	0,03
$\theta - \hat{\theta}$ (rad)	$6,5 \cdot 10^{-4}$	$2,8 \cdot 10^{-3}$	$1,7 \cdot 10^{-3}$
$v - \hat{v}$ (m/s)	1,4	1,84	1,35
$X - \hat{X}$ (m)	17,2	16,46	9,64
$Y - \hat{Y}$ (m)	4,2	44,11	8,52

TABLE I  
TABLEAU DE RÉSULTATS

L'estimation de l'angle d'azimut  $\eta$  est toujours un problème. Pour l'estimer correctement, il faudra prendre en compte le vent dans notre algorithme d'estimation.

## V. CONCLUSION ET FUTURS TRAVAUX DE RECHERCHE

La localisation de projectile semble être possible avec un filtrage temps réel embarqué. Ce papier apporte une contribution au problème d'estimation de l'attitude, de la trajectoire et de la position en dépit de bruits sur les mesures.

La prochaine étape de nos recherches consistera en l'analyse de la convergence de ce filtre. Nous tenterons également d'inclure les défauts de capteurs ainsi que la prise en compte du vent dans notre algorithme d'estimation. Les évolutions de cette méthode de filtrage appliquée à la localisation de projectiles, nous permettront donc d'utiliser des mesures "réelles" enregistrées en vol.

L'objectif de ce travail est la mise en pratique de nos méthodes au travers de la réalisation d'un démonstrateur basé sur une architecture DSP (Digital Signal Processor). En effet, nous pourrions alors évaluer l'efficacité de nos algorithmes. Les performances des microprocesseurs actuels (en constante évolution) nous permettent d'effectuer des calculs complexes et donc une meilleure localisation du projectile. La principale contrainte que nous rencontrons est le temps de calcul, sachant que nous utilisons un temps d'intégration des équations du système de 1ms. Nous devons alors trouver le meilleur compromis entre temps de calcul et complexité des algorithmes. Une première implémentation du modèle dans un DSP de 3.6 MFLOPS nous a montré que le modèle seul consomme 10% du temps de calcul dis-

ponible, ce qui implique que nous disposons des 90% restant pour l'algorithme de filtrage. Le but final de ce projet est bien évidemment la réalisation d'un prototype capable de se localiser lui-même dans l'espace grâce à l'utilisation de magnétomètres seuls.

## VI. REMERCIEMENTS

Les auteurs tiennent particulièrement à remercier la DGA (Délégation Générale pour l'Armement) pour son soutien financier sur ce projet.

## RÉFÉRENCES

- [1] M. Boutayeb, S. Changey, and J. Bara. A strong tracking extended kalman observer for projectile attitude and position estimation. In *SPIE Defense and Security Symposium*, Orlando, Florida, March 2007.
- [2] S. Changey. *Modélisation et estimation par filtrage nonlinéaire de l'attitude d'un projectile à partir de magnétomètres*. PhD thesis, ISL/Supelec, 2005.
- [3] S. Changey, V. Fleck, and D. Beauvois. Projectile attitude and position determination using magnetometer sensor only. In *SPIE Defense and Security Symposium*, Orlando, Florida, March 2005.
- [4] X. Fan and M. Arcak. Observer design for systems with multi-variable monotone nonlinearities. *Systems and Control Letters*, 50 :319-330, 2003.
- [5] V. Fleck. *Introduction à la balistique extérieure*. 1999.
- [6] M. Fliess, C. Join, and H. Sira Ramirez. Non-linear estimation is easy. *Int. J. Modelling Identification and Control*, 4 :12-27, 2008.
- [7] J. P. Gauthier, H. Hammouri, and S. Othman. A simple observer for nonlinear systems. Applications to bioreactors. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 37(6) :875-880, 1992.
- [8] D. Gudjohnsen and M. Worthington. Development of the xm982 excalibur fuzing system. In *NDIA 49th Annual Fuze Conference*, 5-7 April 2005.
- [9] J. Marins, X. Yun, E. Bachmann, R. McGhee, and M. Zyda. An extended kalman filter for quaternion-based orientation estimation using mag sensors. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Oct. 29 - Nov. 03 2001.
- [10] M. L. Psiaki, F. Martel, and K. P. Parimal. Three axis attitude determination via kalman filtering of magnetometers data. *Journal of guidance*, 13, 1990.
- [11] M. J. Wilson. *Attitude Determination With Magnetometers for Gun-Launched Munitions*. 2004.
- [12] A. Zemouche and M. Boutayeb. A unified  $\mathcal{H}_\infty$  adaptive observer synthesis method for a class of systems with both Lipschitz and monotone nonlinearities. *Systems & Control Letters*, pages Article in Press, Corrected Proof, 2009.
- [13] A. Zemouche, M. Boutayeb, and G. I. Bara. Observers for a class of Lipschitz systems with extension to  $\mathcal{H}_\infty$  performance analysis. *Systems & Control Letters*, 57(1) :18-27, 2008.

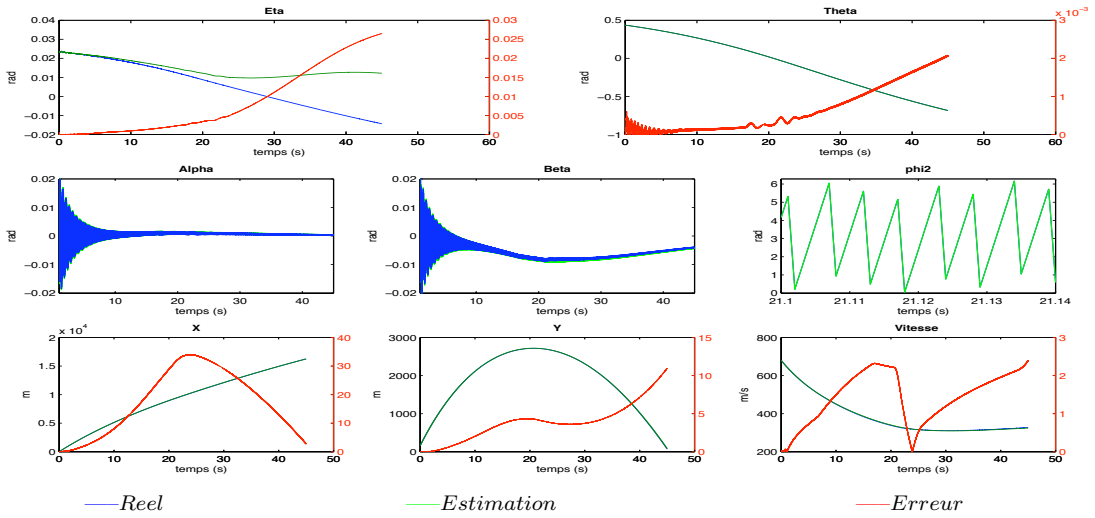


Fig. 5. Résultats d'un EKF classique sans bruit/biais sur les mesures

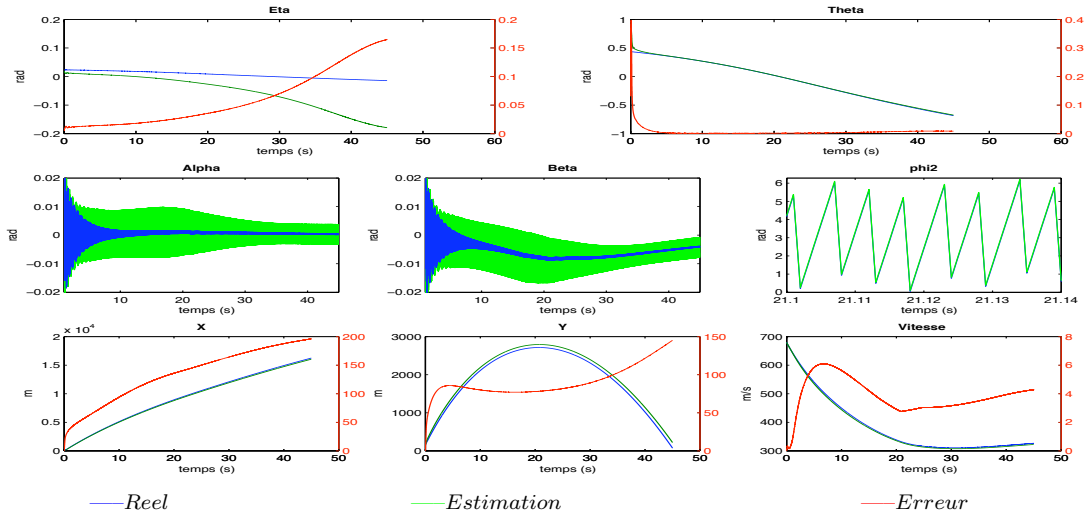


Fig. 6. Résultats d'un EKF classique avec bruit/biais sur les mesures

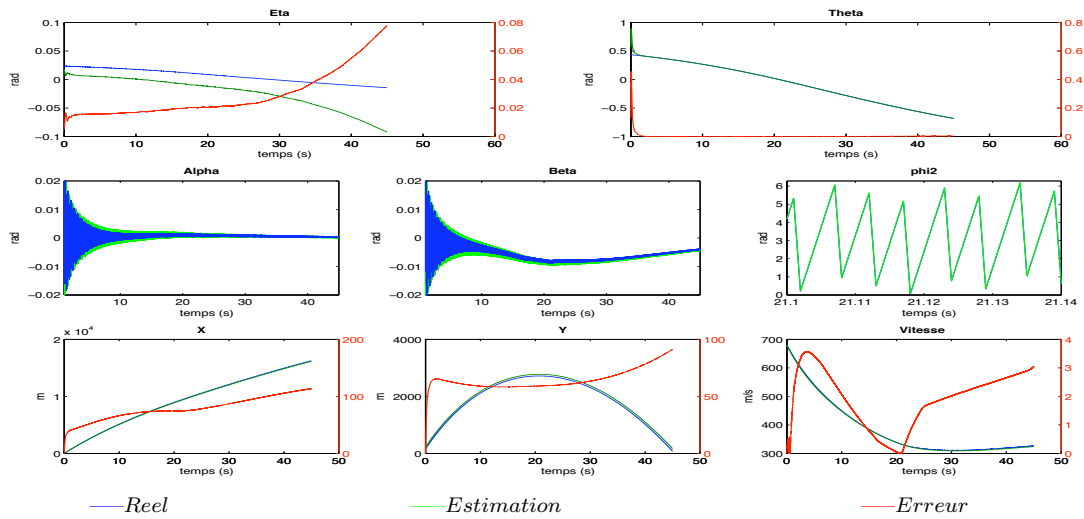


Fig. 7. Résultats de notre SWEKF avec bruit/biais sur les mesures