

Modèles mathématiques et outils numériques pour la génération automatique de motifs graphiques : application au domaine du textile-habillement.

Mickaël NAUD, Paul RICHARD, François CHAPEAU-BLONDEAU, Jean-Louis FERRIER

Laboratoire d'Ingénierie des Systèmes Automatisés (LISA),
Université d'Angers, 62 avenue Notre Dame du Lac, 49000 Angers, France

{mickael.naud,paul.richard,chapeau,Jean-Louis.ferrier}@univ-angers.fr

Résumé— Dans le domaine de la conception de vêtements, la génération de motifs assistée par ordinateur et leur visualisation sur des modèles 3D est un domaine prometteur (personnalisation de masse, etc.). Cet article décrit deux modèles mathématiques particulièrement intéressants dans ce contexte, ainsi qu'une approche méthodologique de leur exploitation à travers des ateliers logiciels. Ce travail repose sur deux étapes complémentaires : (1) l'identification et le développement de modèles mathématiques exhibant des potentialités pour la génération automatique de motifs complexes ayant des propriétés esthétiques et (2) l'implémentation de ces modèles dans des ateliers flexibles permettant d'explorer l'espace de leurs paramètres et de les visualiser sur des modèles 3D (vêtements, etc.).

Mots-clés— Modèles mathématiques, génération automatique, imprimés numériques, visualisation 3D.

I. INTRODUCTION

La tendance actuelle de la conception de vêtements, orientée vers la personnalisation de masse (mass customization), fait apparaître le besoin de plate-formes logicielles simples et flexibles, intégrant différents outils d'aide à la création, susceptibles de générer rapidement ou de converger vers des solutions esthétiques.

Dans cet article, nous présentons deux modèles mathématiques particulièrement intéressants pour la génération automatique d'images ou de motifs esthétiques. Les approches théoriques envisagées concernent les systèmes de fonctions itérées (IFS) et les attracteurs étranges. Puis nous présentons une approche méthodologique permettant l'intégration de processus créatifs, basés sur les modèles mathématiques présentés, et de techniques de visualisation 3D.

Dans la dernière partie, nous présentons deux ateliers logiciels, contribuant à la mise en oeuvre de cette méthodologie. Ces ateliers permettent une exploration rapide de l'espace des paramètres de modèles mathématiques, la configuration de l'espace colorimétrique utilisé pour la génération des imprimés, et leur visualisation sur un mannequin virtuel.

II. MODÈLES MATHÉMATIQUES

A. Systèmes de fonctions itérées

La notion de systèmes de fonctions itérées ("Iterated Function Systems" ou IFS) a été inventée par Hutchinson au début des années 80 [1]. Cette approche a notamment été étudiée et exploitée par Barnsley [2].

Il s'agit de l'ensemble des processus itératifs qui possèdent la propriété de converger vers un élément fixe, indépendamment de leur initialisation. Ce point fixe est appelé "attracteur" de l'IFS.

Les IFS produisent des types de fractales dont la structure est, dans la plupart des cas, décrite par un ensemble de fonctions affines, permettant de calculer des transformations appliquées à chaque point, par homothétie, translation et rotation. Les images sont produites de la façon suivante :

Soit W une transformation affine de $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, définie ci-dessous :

$$W : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$$

$$W \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$$

Soient W_1, W_2, \dots, W_n , n transformations affines réductrices. Si on itère le processus $F^n = F \circ F \circ F \dots \circ F$, n fois, alors F^n appliquée sur tous les points d'une image de référence produit une image à caractère fractal possédant un caractère d'autosimilarité en échelle [3].

B. Attracteur IFS "snake skin"

Cet attracteur repose sur l'utilisation d'un IFS (système d'équations 1 - 4) qui permet de transformer une image contenue dans l'intervalle $[0, 1[\times [0, 1[$ en une image contenue dans le même intervalle [3]. Un point important est que ces transformations, définies ci-dessous, agissent à la fois sur les coordonnées spatiales (x, y) et sur les niveaux de gris de l'image.

Considérons l'image s , avec $s(x, y) \in \mathbb{R}$ pour les coordonnées spatiales (x, y) définies sur le support $[0, 1[\times [0, 1[= S$. Nous effectuons quatre transformations (T1, T2, T3, T4) dont la partie géométrique est illustrée à la figure 1.

Nous avons : $S_1 = [0, 1/2[\times [0, 1/2[$, $S_2 = [1/2, 1[\times [0, 1/2[$, $S_3 = [0, 1/2[\times [1/2, 1[$, $S_4 = [1/2, 1[\times [1/2, 1[$.

$$\begin{aligned} S \times \mathbb{R} &\longrightarrow S_1 \times \mathbb{R} \\ ((x, y), s(x, y)) &\longmapsto \left(\left(\frac{x}{2}, \frac{y}{2} \right), a_1 s(x, y) + b_1 \right. \\ &\quad \left. + c_1 x + d_1 y \right) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} S \times \mathbb{R} &\longrightarrow S_2 \times \mathbb{R} \\ ((x, y), s(x, y)) &\longmapsto \left(\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{2}, \frac{y}{2} \right), a_2 s(x, y) + b_2 \right. \\ &\quad \left. + c_2 x + d_2 y \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} S \times \mathbb{R} &\longrightarrow S_3 \times \mathbb{R} \\ ((x, y), s(x, y)) &\longmapsto \left(\left(\frac{x}{2}, \frac{1}{2} + \frac{y}{2} \right), a_3 s(x, y) + b_3 \right. \\ &\quad \left. + c_3 x + d_3 y \right) \end{aligned} \quad (3)$$

et

$$\begin{aligned} S \times \mathbb{R} &\longrightarrow S_4 \times \mathbb{R} \\ ((x, y), s(x, y)) &\longmapsto \left(\left(\frac{1}{2} + \frac{x}{2}, \frac{1}{2} + \frac{y}{2} \right), a_4 s(x, y) \right. \\ &\quad \left. + b_4 + c_4 x + d_4 y \right) \end{aligned} \quad (4)$$

Les paramètres a_j , b_j , c_j et $d_j \in \mathbb{R}$.

Les coefficients a_j , avec $j = 1 \dots 4$ doivent satisfaire la condition $0 < |a_j| < 1$, afin d'obtenir des transformations contractantes permettant de converger vers un attracteur unique $\sigma(x, y)$ satisfaisant $T[\sigma(x, y)] = \sigma(x, y)$.

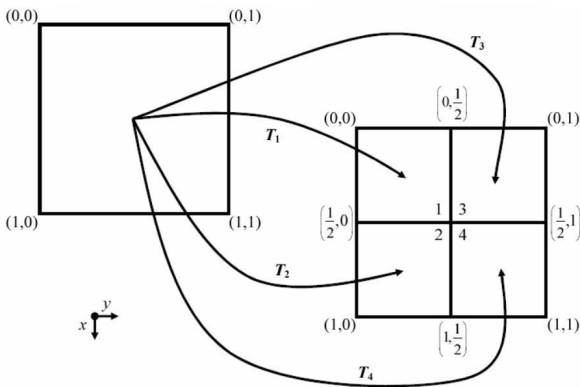


Fig. 1. Illustration du principe de transformation géométrique de l'IFS "snake skin".

Les différentes transformations T étant affines contractantes, il est démontré que l'union de ces transformations $T_1 \cup T_2 \cup T_3 \cup T_4$ est aussi une transformation affine contractante.

$$s(x, y) \longmapsto T[s(x, y)]$$

Il en résulte que l'application itérée de T admet un unique point fixe appelé attracteur $\sigma(x, y)$ [3] (représenté par l'image finale obtenue), et vérifiant :

$$T[\sigma(x, y)] = \sigma(x, y)$$

Le processus converge vers un attracteur unique, complètement déterminé par les 16 paramètres a_j , b_j , c_j et d_j ,

$j = 1 \dots 4$. Un exemple d'attracteur est illustré à la figure 2. Une propriété de robustesse intéressante [3] est qu'une faible variation des paramètres $\{(a_j, b_j, c_j, d_j), j = 1 \dots 4\}$ implique une faible variation de l'attracteur $\sigma(x, y)$.

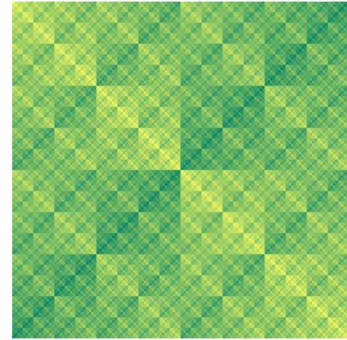


Fig. 2. Exemple d'attracteur de l'IFS "snake skin".

C. Attracteurs étranges

Les attracteurs étranges sont formés d'une suite infinie de points $(x_0, x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$. Au fur et à mesure que le nombre d'itérations augmente, une orbite se forme dans le plan. Celle-ci n'est ni une courbe ni une surface, mais un objet intermédiaire. Cet objet est qualifié "d'étrange" en raison de sa structure pointilliste et de sa nature quelquefois fractale.

D. Modèle de Mira-Gumowski

Différents modèles mathématiques conduisent à la génération d'attracteurs étranges. Un modèle particulièrement intéressant et non exploité jusqu'ici est celui de Mira-Gumowski. Ce modèle repose sur le système d'équations (5). Il a été proposé par Mira et Gumowski au début des années 80 pour simuler la trajectoire de particules se déplaçant à très haute vitesse dans un accélérateur [4].

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= B y_n + F(x_n) \\ y_{n+1} &= -x_n + F(x_{n+1}) \end{aligned} \quad (5)$$

avec pour fonction $F(x)$, la fonction définie ci-dessous :

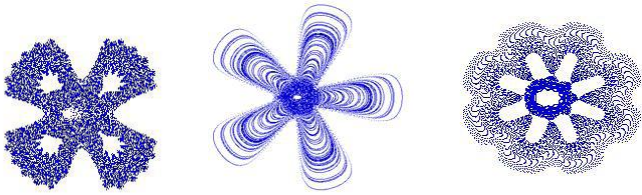
$$F(x) = Ax + (2(1 - A)x^2)/(1 + x^2) \quad (6)$$

Mira et Gumowski donnèrent à la constante A des valeurs comprises entre -1 et 1 et à la constante B (beaucoup plus sensible) des valeurs très proches de 1. Ils découvrirent que les trajectoires issues de ce système d'équations produisaient des motifs rappelant certaines formes de vie marine (Fig. 3). Outre ce caractère esthétique, la diversité des solutions obtenues avec ce modèle est surprenante et relative à sa nature chaotique.

III. APPROCHE MÉTHODOLOGIQUE

A. Architecture

Notre approche méthodologique, illustrée à la figure 4, repose une architecture bilatérale conduisant à l'intégration



$A = 0.05, B = 1$ $A = 0.3, B = 1$ $A = 0.7, B = 0.9$

Fig. 3. Exemples de motifs obtenus avec le modèle de Mira-Gunowski.

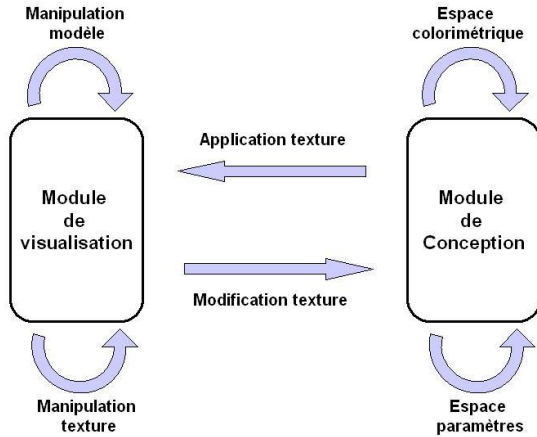


Fig. 4. Illustration de l'approche méthodologique utilisée pour la conception d'imprimés numériques.

de processus créatifs et de techniques de visualisation sur modèle 3D. Cette approche implique deux modules complémentaires, à savoir, le *module de conception* et le *module de visualisation* :

- le **module de conception** permet l'exploration interactive de l'espace des paramètres des modèles théoriques et une prévisualisation bidimensionnelle des imprimés numériques. Il permet également la spécification de l'espace colorimétrique utilisé lors de la génération des imprimés. Plusieurs approches ont été envisagées.
- le **module de visualisation** a pour objectif principal de visualiser les imprimés numériques créés sur les modèles de vêtements 3D. Ce module permet également une visualisation interactive du modèle 3D et une manipulation en temps réel des coordonnées de texture, permettant ainsi de déplacer et de modifier le nombre de répétitions de l'imprimé sur le vêtement.

B. Niveau de spécification

Une des problématiques à laquelle nous sommes confrontés, dans le cadre du **module de conception**, est liée au degré de spécification des solutions (imprimés numériques) auxquelles on veut aboutir. En effet, une absence totale de spécification conduit à des solutions aléatoires et rarement satisfaisantes pour le créateur. A l'opposé, des spécifications trop contraignantes conduisent à un nombre restreint de solutions et limite les aspects créatifs. Un compromis est donc nécessaire.

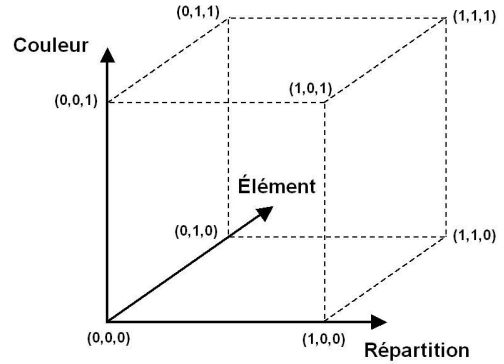


Fig. 5. Modèle conceptuel pour la spécification d'imprimés numériques.

Nous proposons de considérer le caractère esthétique des solutions générées selon trois composantes indépendantes : la **couleur** (espace colorimétrique et application des couleurs), les **éléments** (taille, forme, etc. des motifs élémentaires), et la **répartition** des éléments (nombre et position de chaque motif élémentaire). Ceci conduit au modèle conceptuel illustré à la figure 5.

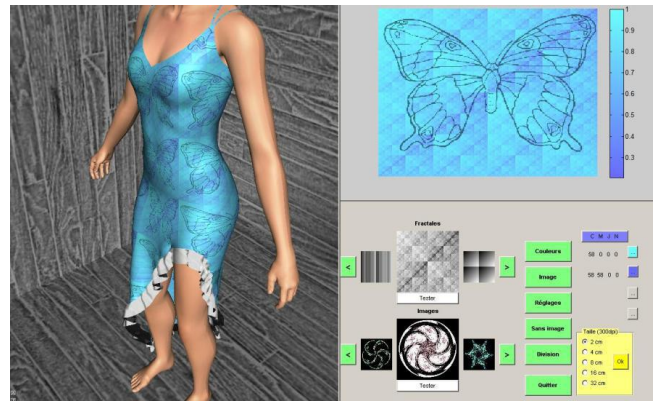


Fig. 6. Atelier de conception basé sur l'IFS décrit au paragraphe II-B.

IV. ATELIERS DE GÉNÉRATION D'IMAGES

A. Atelier 1 : exploitation de l'IFS "snake skin"

Cet atelier, illustré à la figure 6 permet une exploration interactive des solutions générées par le modèle d'IFS décrit au paragraphe II-B. Chaque solution est, comme nous l'avons vu, entièrement définie par un jeu unique de 16 paramètres. L'atelier est divisé en trois fenêtres dédiées à :

- l'exploration des paramètres (fenêtre inférieure droite),
- la pré-visualisation de l'imprimé (fenêtre supérieure droite),
- la visualisation interactive des modèles 3D (fenêtre gauche).

L'exploration du modèle est réalisée via une interface qui a permis de caractériser l'influence des paramètres sur le caractère esthétique des imprimés obtenus. Nous avons identifié quatre jeux de paramètres que nous avons intégrés dans l'interface de l'atelier, afin de proposer à l'utilisateur

une présélection de jeux de paramètres, à partir desquels une exploration individuelle peut être réalisée.

L'utilisateur a aussi la possibilité d'intégrer une image quelconque (photo, etc.) et de générer automatiquement des camaïeux.

Le principe de la génération automatique de camaïeux est le suivant : on divise l'image créée en quatre parties et on leur applique des couleurs légèrement différentes, via un algorithme spécifique, illustré à la figure 7. Des exemples de camaïeux sont donnés à la figure 8.

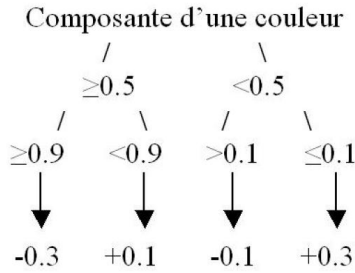


Fig. 7. Illustration de l'algorithme utilisé pour la création automatique de camaïeux.

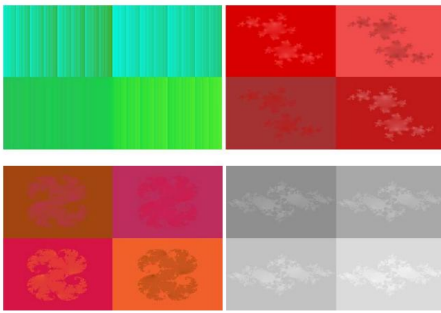


Fig. 8. Exemples de camaïeux.

B. Atelier 2 : Intégration multi-modèles

Cet atelier, illustré à la figure 9, offre la possibilité d'explorer les paramètres de différents modèles théoriques tels que le modèle de Mira-Gumowski [4]. Les objectifs de cet atelier sont :

1. d'explorer les paramètres de modèles théoriques connus,
2. d'étudier (voire proposer) de nouveaux modèles ou des modèles dérivés,
3. de concevoir des imprimés numériques esthétiques, à base de modèles théoriques.

La création d'imprimés numériques, via l'atelier d'intégration multi-modèles, repose sur l'architecture présentée à la figure 10. Cette architecture est issue de l'approche théorique proposée à la figure 5. Pour chaque modèle, l'utilisateur a la possibilité :

- d'explorer l'espace des paramètres de manière prédéfinie ou librement,
- de configurer l'espace colorimétrique de manière partiellement prédéfinie ou de manière aléatoire,
- d'utiliser différents éléments pour le rendu : pixel, forme géométrique ou image.

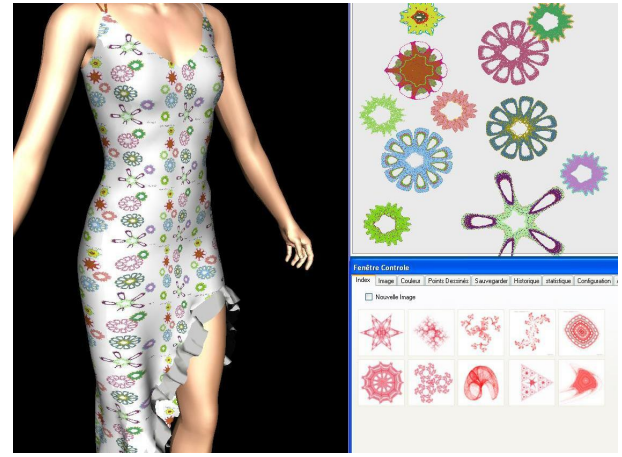


Fig. 9. Illustration de l'atelier 2 : Intégration multi-modèles.

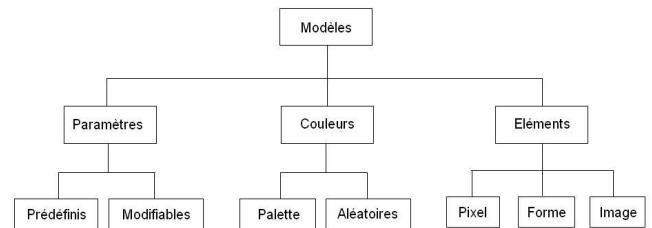


Fig. 10. Architecture de spécification des imprimés réalisés avec l'atelier d'intégration multi-modèles.

V. CONCLUSION

Cet article s'inscrit dans le contexte de la chaîne numérique de la conception de vêtements, depuis la génération automatique de motifs jusqu'à l'impression numérique de tissus, en passant par une visualisation 3D des imprimés sur mannequins virtuels en situation statique (essayage virtuel) et dynamique (défilé virtuel) [5].

Notre contribution repose sur deux étapes complémentaires : (1) l'identification et le développement de modèles mathématiques exhibant des potentialités pour la génération automatique de motifs complexes ayant des propriétés esthétiques et (2) l'implémentation de ces modèles dans des ateliers flexibles permettant d'explorer l'espace de leurs paramètres et de les visualiser sur des modèles 3D (vêtements, etc.).

Nous avons décrit deux modèles mathématiques pertinents pour la génération automatique d'imprimés numériques. Puis, nous avons proposé une approche méthodologique qui a conduit à la conception de deux ateliers logiciels permettant de générer des images ou motifs esthétiques et de les visualiser sur un mannequin virtuel. Le premier atelier permet d'explorer l'espace des paramètres d'un système de fonctions itérées (IFS) exhibant des propriétés esthétiques (autosimilarité en échelle, etc.). Le second permet d'exploiter d'autres approches mathématiques (attracteurs étranges, etc.) ainsi qu'une spécification plus ouverte de critères esthétiques.

RÉFÉRENCES

- [1] Hutchinson, J., E., (1981) "Fractals and self-similarity", Indiana University Mathematics Journal, n°. 30.

- [2] Barnsley, M., F. (1993) "Fractals Everywhere" , Academic Press, New York.
- [3] Portefaix, C., Cavaro-Ménard, C., Chapeau-Blondeau, F., "Modelling of fractal images with iterated function systems : moment matching, continuity of attractors" ; pp. 113-116, Proceedings 3rd International Symposium on Physics in Signal and Image Processing, Grenoble, France, 29-31 Jan. 2003.
- [4] Gumowski, I. and Mira, C. (1980) "Recurrences and Discrete Dynamic Systems", Lecture Notes in Mathematics N°. 809, Springer.
- [5] Naud, M. (2008) "Contribution au développement d'outils d'aide à la conception assistée par la réalité virtuelle et augmentée : application au domaine du textile/habillement", Thèse de Doctorat, Université d'Angers, N°. 913.