Flux inverses : modèles de gestion des stocks

Hichem Zerhouni, Jean-philippe Gayon, Yannick Frein

Laboratoire G-SCOP
Grenoble INP - UJF - CNRS
46, Avenue Félix Vialet, 38031 Grenoble Cedex, France

Hichem.Zerhouni@g-scop.inpg.fr, Jean-Philippe.Gayon@g-scop.inpg.fr,
Yannick.Frein@g-scop.inpg.fr
http://www.g-scop.inpg.fr/

Résumé— **Le recyclage ainsi que la réutilisation des produits et matériaux est en plein essor depuis quelques années. En termes logistiques, cette évolution sociétale donne lieu à des flux grandissants de matières du consommateur au producteur :** *les flux inverses.*
La prise en compte des flux inverses est alors devenu une nécessité compte tenu des différents problèmes qu'ils peuvent engendrer parmi lesquels nous nous sommes intéressés aux problèmes de gestion des sotcks. En effet, les flux retours, en s'ajoutant au flux de production initial, perturbent et compliquent la gestion classique des stocks et de la production [4]. Par conséquent, nous avons considéré différents modèles de systèmes de production intégrant les retours de produits et sur lesquels nous avons tenté de définir les politiques optimales de gestion des stock. Nous nous sommes également intéressés à l'influence des délais de retours ainsi qu'à la relation entre *demandes/retours de produits* **sur les performances des systèmes considérés en termes de coûts.**

Nous allons dans ce qui suit présenter les modèles que nous avons étudié ainsi que les principales perspectives de recherche.

Mots-clés— **Logistique inverse, Gestion des stocks, Files d'attente, Processus de décision markoviens.**

I. Introduction

Le recyclage des produits et matériaux est en plein essor depuis quelques années, non plus seulement pour des raisons économiques mais aussi pour des raisons écologiques, les législations mises en place obligeant les industriels à recycler leurs produits. Dans le même temps, les clients retournent de plus en plus leurs produits aux producteurs pour diverses raisons [5]. Ainsi sommes-nous en train de passer d'une société industrielle fortement dissipatrice en matières premières à une société basée sur le recyclage [11]. En termes logistiques, cette évolution sociétale donne lieu à des flux grandissants de matières du consommateur au producteur : *les flux inverses*. La prise en compte ainsi que la gestion de ces flux inverses est de plus en plus connue sous le nom de *logistique inverse* [6]. Les problématiques rencontrées par la logistique inverse peuvent être classées en trois catégories principales [6] :

1. Les problèmes liés au transport et à la distribution des flux inverses : l'une des premières études faites dans ce domaine était relative à l'industrie du plastic [12].

2. Les problèmes liés à la gestion des stocks : qui sont d'autant plus visibles lorsque les retours de produits sont importants comme dans le monde de l'édition en espagne [16] où, en moyenne en 2001, 41% des ouvrages vendus étaient retournés aux détaillants. Il est évident dans ce cas que les retours de produits conduisent à une remise en question du mode d'approvisionnement afin d'éviter les surcoûts liés à des stocks trop importants.

3. Les problèmes liés au traitement des produits retournés : et auxquels certaines entreprises tentent de faire face, telles qu'IBM dont les efforts en matière de récupération et de réutilisation de produits ont été répertoriés par [9]. D'autres entreprises comme la marque de photocopieurs *Xerox* ont partiellement résolu ce problème en réutilisant jusqu'à 10 fois les pièces détachées des anciennes machines retournées sur de nouvelles machines (10 cycles de vie) [8].

Nos recherches concernent plus particulièrement la seconde catégorie de problèmes. Les retours de produits en s'ajoutant au flux de production initial, perturbent et compliquent la gestion classique des stocks et de la production [4]. Les problèmes de gestion des stock constituent d'ailleurs plus de 50% des articles publiés ces dernières années dans le domaine de la logistique inverse [15].

Nous nous intéressons au cas où le producteur est confronté à un retour de ses propres produits, en quantités et qualités variables, afin d'optimiser la gestion de ses stocks. Ceci nous a conduit à considérer différents modèles de systèmes de production sur lesquels nous avons tenté de déterminer les politiques optimales de gestion des stocks. Notre attention s'est également portée sur l'étude de certains aspects liés aux flux inverses tels que l'étude de la corrélation entre demandes et retours de produits, ou l'influence des délais de retours sur les performances du système considéré.
Les outils mathématiques que nous avons utilisé afin d'étudier nos modèles sont principalement les chaînes de Markov, la théorie des files d'attente et les processus de décision markoviens [1] [14]. En effet, nous supposerons tout au long de cet article que les demandes de produits ainsi que les retours suivent des lois aléatoires afin de se rapprocher des cas réels rencontrés en industrie.

Ainsi, nous nous sommes d'abord appliqués à analyser les travaux préalablement publiés parmis lesquels nous pouvons citer les travaux de DeBrito & Dekker [3] qui ont

exploré dans leur article les simplifications généralement admises dans les modèles avec retours de produits parmi lesquelles l'hypothèse d'indépendance entre demandes et retours. Les auteurs finissent par conclure qu'il est nécessaire de lever cette hypothèse. Nous pouvons également parler des travaux de KiesmÄuller & van der Laan [10] qui furent parmi les premiers à tenir compte dans leur modèle de la relation entre produits demandés et produits retournés dans le cas des retours déterministes.
Aussi, parmi les modèles rencontrés dans la littérature nous pouvons citer l'article de Cheung & Yuan [2]. Ces derniers proposent un modèle qui nous intéresse tout particulièrement du fait qu'il considère des demandes aléatoires.
Enfin, Gayon [7] considère un modèle proche de ceux que nous traitons. Il étudie une file M/M/1 sur un modèle de production par anticipation avec back-orders (demandes mises en attentes si non statisfaites), avec des délais de production exponentiels. Les demandes comme les retours de produits suivent un processus de Poisson mais sont indépendants l'un de l'autre. Ce modèle constitue le point de départ de nos travaux.

Nous allons dans ce qui suit présenter différents modèles que nous avons étudié, quelques uns des résultats obtenus ainsi que les principales perspectives de recherche.

II. Modèle indépendant

Soit un système de production par anticipation où le producteur a la possibilité de démarrer et d'arrêter la production (unitaire) à tout moment (figure 1) :

- La production, à capacité finie, est distribuée selon une loi exponentielle de taux μ ;
- Les demandes de produits en stock arrivent selon un processus de Poisson de taux λ ;
- Une demande qui ne peut être immédiatement satisfaite, lorsque le stock est nul, est perdue ;
- Nous supposons également des retours aléatoires de produits en stock qui peuvent être réutilisés pour satisfaire de nouvelles demandes. Le stock est commun aux produits neufs et retournés ;
- Les retours des produits **ne sont pas corrélés** avec les demandes. Ces retours se font de manière **indépendante** selon un processus de Poisson de taux δ ;
- Le coût moyen considéré est la somme des coûts de production $C_p(x)$, de possession des stocks $C_h(x)$, de rupture de stock $C_l(x)$ et de retour des produits $C_r(x)$. x étant le niveau de stock pour lequel sont calculés ces différents coûts.

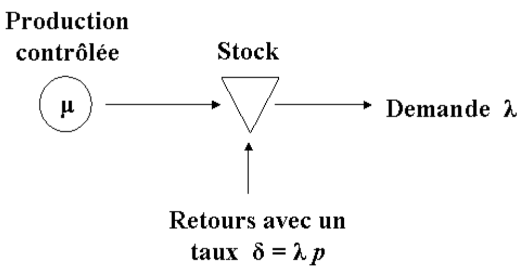

Fig. 1. Modèle indépendant

L'objectif est de déterminer une politique optimale de gestion des stocks. Il s'agira de chercher la politique optimale d'approvisionnement du stock ainsi que les stocks optimaux pour enfin déduire le coût moyen optimal correspondant.

La politique optimale est une politique qui spécifie la décision optimale à prendre (produire ou pas) à chaque état (niveau de stock) du système. Nous montrons que cette politique optimale minimisant le coût moyen minimise *aussi* le coût total actualisé de notre système à horizon infini. Ainsi, notre problème peut être modélisé par un processus de décision markovien (MDP pour Markov Decision Process). Nous nous restreignons à l'ensemble des politiques optimales étant donné qu'il existe une politique optimale markovienne stationnaire [14].
Le coût total actualisé à horizon infini associé à un niveau de stock initial x et à la politique π est alors donné par :

$$\begin{aligned} v^{\pi}(x) \quad = \quad & E\left[\int_0^{\infty} e^{-\beta t} c_h X_x^{\pi}(t)dt + \int_0^{\infty} e^{-\beta t} c_l dY_x^{\pi}(t)dt \right. \\ & \left. + \int_0^{\infty} e^{-\beta t} c_r dZ_x^{\pi}(t)dt + \right] \end{aligned}$$

Où :

- $X_x^{\pi}(t)$: est le niveau de stock à l'instant t ;
- $Y_x^{\pi}(t)$: est le nombre de demandes non satisfaites jusqu'à l'instant t ;
- $Z_x^{\pi}(t)$: est le nombre de produits retournés jusqu'à l'instant t ;
- c_h, c_l et c_r sont les coûts unitaires des coûts définis précédemment.

Nous voulons donc trouver la politique optimale π^* permettant de minimiser le coût total actualisé $v^{\pi}(x)$ et d'obtenir $v^*(x)$, avec :

$$v^*(x) = \min_{\pi} v^{\pi}(x)$$

Partant de là, et moyennant un processus d'uniformisation [14], nous sommes parvenus à trouver la politique optimale (minimisant le coût actualisé et moyen) comme étant une politique de type *Base-stock* ; autrement dit, la production se poursuit tant que le niveau du stock est inférieur à un niveau S (appelé base-stock level).
La politique optimale étant établie, reste à calculer le stock optimal ou base-stock level S qui sera donné par la formule suivant :

$$S = \min_{[0, x_{max}]} C_{ind}(x)$$

où x_{max} est une borne supérieure du niveau de stock qui peut être donnée par le stock optimal du modèle sans retours par exemple et dont la formule analytique est connue. $C_{ind}(x)$ représente le coût total moyen défini précedemment relativement au modèle indépendant et dont la formule analytique est la suivante :

$$C_{ind}(x) = C_h(x) + C_p(x) + C_l(x) + C_r(x)$$

$$C_h(x) = \begin{cases} c_h\pi_0 \left(\frac{\rho_1^{x+1}-\rho_1-\rho_1 x+x}{\rho_1^x\ (1-\rho_1)^2} + \frac{1}{\rho_1^x}\ \frac{p(1+qx)}{q^2}\right) & \text{si } \rho_1 \neq 1 \\ c_h\pi_0 \left[\frac{x(x+1)}{2} + \frac{p(1+qx)}{q^2}\right] & \text{si } \rho_1 = 1 \end{cases}$$

$$C_p(x) = \mu c_p \left(1 - \frac{\rho_1^{-x}\ \pi_0}{q}\right)$$

$$C_l(x) = \lambda c_l \pi_0$$

$$C_r(x) = \lambda p\ c_r$$

π_0 est la probabilité de rupture de stock avec :

$$\pi_0 = \begin{cases} \rho_1^S \left(\frac{1-\rho_1^{x+1}}{1-\rho_1} + \frac{p}{q}\right)^{-1} & \text{si } \rho_1 \neq 1 \\ \frac{q}{1+xq} & \text{si } \rho_1 = 1 \end{cases}$$

c_h, c_p, c_l et c_r représentent les coûts unitaires des coûts définis précédemments.

Nous montrons également l'influence des différents paramètres du système sur ce base-stock level S où nous constatons que le base-stock optimal S décroit avec le taux de production μ, le taux de retour $\delta = \lambda p$ et le coût de possesion unitaire c_h. S est par ailleurs croissant avec le taux d'arrivée des demandes λ et le coût unitaire de ventes perdues c_l et est indépendant de c_r.
Des résultats similaires peuvent être étendu au modèle dépendant présenté ci-dessous.

III. Modèle dépendant

Nous avons choisi d'entamer l'extension du modèle indépendant de base en prenant en compte le phénomène de dépendance entre la demande et les retours. Sur ce *modèle corrélé ou dépendant*, la formulation du problème ainsi que les paramètres utilisés restent les mêmes que lors du précédent modèle. Toutefois, l'hypothèse d'indépendance (des retours avec les demandes) est levée dans le cas présent. Désormais, une demande satisfaite conduit au retour d'un produit retourné avec une probabilité p.

Dans le cadre du modèle avec retours dépendants, nous avons choisi de mener nos recherches en considérant les deux cas suivants :
- Les produits demandés reviennent au bout d'un délai nul ;
- Les produits demandés reviennent en stock au bout d'un délai exponentiel de taux γ.

Nous pouvons remarquer à ce niveau que le premier cas est est un cas limite du second lorsque $\gamma \to \infty$.

A. Modèle dépendant avec retours immédiats

Ce modèle représenté par la figure 2 est celui décrit en **II** avec dans ce cas, chaque demande satisfaite qui conduit au retour d'un produit retourné avec une probabilité p et **de façon immédiate**.

Après avoir posé le problème, défini notre modèle et identifier les outils à utiliser, nous avons adopté la même démarche que lors de l'étude du modèle indépendant. Par conséquent, nous montrons que pour le modèle dépendant avec retours immédiats, la politique optimale est **également de type base-stock**. Nous avons ensuite comparé

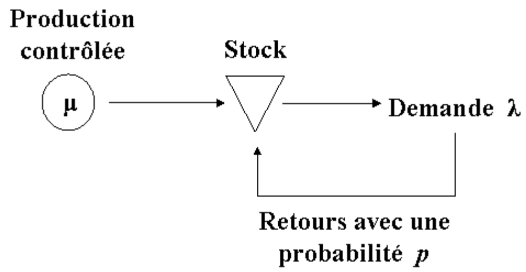

Fig. 2. Modèle dépendant retours immédiats

ce modèle au précédent en vue d'étudier l'effet de la dépendance (corrélation entre les demandes et les retours) sur les stocks optimaux ainsi que sur les coûts optimaux.
Pour ce faire, nous considérons les deux politiques suivantes pour le modèle dépendant :
- La politique optimale du modèle dépendant (base-stock) avec son stock optimal $S^*_{dép}$ et le coût moyen optimal associé $C_{dép}(S^*)$;
- Une heuristique du modèle dépendant, considérant le stock optimal S^*_{ind} du modèle **indépendant**. Le coût total moyen associé à l'heuristique sera alors $C_{dép}(S^*_{ind})$.

Nous souhaitons comparer ces deux politiques en vue de déterminer le surcoût résultant lorsque l'on ignore la corrélation entre les demandes et les retours de produits. En cas de faible surcoût, le modèle indépendant peut être considéré comme étant une bonne approximation du modèle dépendant et la corrélation entre demandes et retours peut être ignorée sans engendrer de coûts additionnels significatifs.
En vue de comparer ces deux politiques, nous avons défini l'accroissement du coût relatif associé à l'heuristique comme étant :

$$\Delta C = \frac{C_{dép}(S^*_{ind}) - C_{dép}(S^*_{dép})}{C_{dép}(S^*_{dép})}$$

Plus ΔC est faible, plus le modèle indépendant peut approximer le modèle dépendant.

Les résultats de cette comparaison montrent qu'il est difficile de déduire des résultats généraux étant donné la non motonicité de l'heuristique par rapport aux paramètres du système. Cela étant dit, nous remarquons que ce ne sont ni les coûts ni la demande mais principalement la probabilité de retour d'un produit p qui influe sur le phénomène de corrélation, même s'il est difficile de quantifier cette influence.

B. Modèle dépendant avec retours différés

Ce modèle représenté par la figure 3 possède les même caractéristiques que ceux décrits en **II** et *A*. La différence réside dans le faite qu'une demande satisfaite conduit à présent au retour d'un produit retourné avec une probabilité p après un **temps exponentiel de taux** γ.

Du point de vue du contrôle d'un tel système, le modèle avec retours différés permet de distinguer deux situations :

1. le nombre de pièces qui sont chez les clients et qui vont revenir *est observable*.

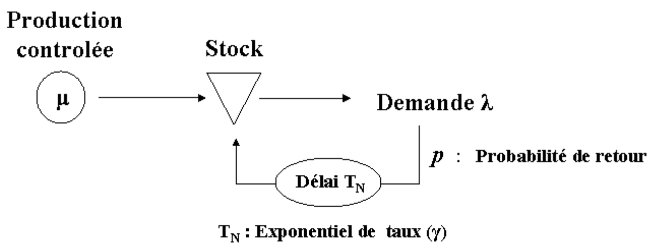

Fig. 3. Modèle dépendant retours différés

2. le nombre de pièces qui sont chez les clients *n'est pas observable.*

Nous pouvons résumer les résultats obtenus relatifs à ces deux situations comme suit :

- Nous avons constaté numériquement que le modèle avec retours observables - pour un nombre y donné de pièces retournées - a une politique optimale de type *base − stock* où le base-stock level $S(y) = min[x \ tq \ Ne \ pas \ produire]$ (figure 4) ;
- La démonstration de cette propriété est en cours ;
- Le modèle avec retours non observable s'avère plus complexe à étudier analytiquement. Néanmoins, nous effectuons des tests numériques afin d'étudier l'influence du délai sur les paramètres de performance du système (stocks et coûts). Cette étude se fait en comparant le modèle avec retours non observales aux deux premiers modèles et en identifiant les éventuelles convergences. Des tests similaires sont à prévoir pour le modèle avec retours observables.

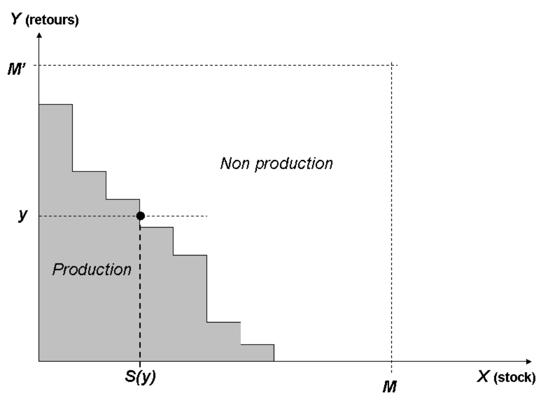

Fig. 4. Politique optimale (retours différés observables)

IV. Modèle indépendant avec option de rejet

Il nous a semblé intéressant d'aborder le cas où les produits retournés n'étaient pas systématiquement acceptés, ou du moins pas systématiquement réinjectés en stock. Ce modèle représenté par la figure 5 est en cours d'analyse. Nous n'y avons pas encore déterminé la politique optimale de production.

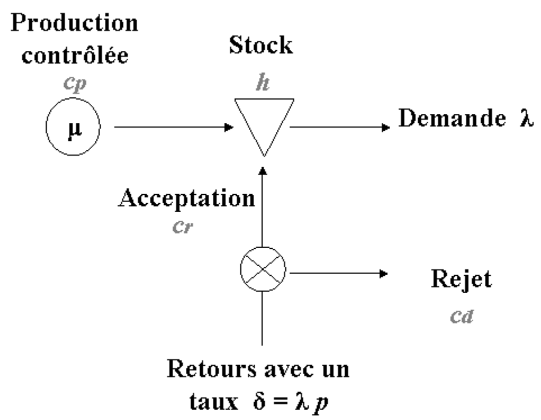

Fig. 5. Modèle indépendant avec option de rejet

Il est à noter que nous traitons le modèle indépendant avec rejets dans deux cas distincts :

- Le cas *Lost-sales* où les demandes non satisfaites sont perdues ;
- Le cas *Back-orders* où les demandes non satisfaites sont mises en attente.

V. Perspectives de recherche

Les modèles présentés ci-dessus sont les premiers modèles sur lesquels s'est portée notre attention. Ces derniers gagneraient cependant à être étendu et enrichi. Ainsi, une recherche intéressante serait de lever l'hypothèse selon laquelle les demandes non satisfaites (stock nul) sont perdues. Ces demandes seraient **mises en attente**. D'autre part, se pose la question du Remanufacturing. En effet, si nos modèles considèrent que les produits retournés peuvent être directement réinjectés en stock, la pratique nous montre qu'il est souvent nécessaire de traiter (réparation, remise à neuf, etc) ces produits avant de les remettre en stock. La prise en compte de ces processus et des problèmes qui en découlent (partage des ressources) constitue une perspective intéressante d'enrichissement de notre travail. Aussi, l'arbitrage entre les flux fournisseurs (contrôlables) et les flux inverses (aléatoires) constitue une réelle problématique à laquelle nous allons tenter d'apporter des éléments de réponse.

Par ailleurs, la coexistence de produits neufs et remanufacturés pose la question des prix facturés aux consommateurs. Les produits remanufacturés peuvent-ils/doivent-ils êtres vendus à moindre prix ? La détermination du prix des produits retournés étant elle même fonction de plusieurs paramètres (prix des produits neufs, durée du cycle de vie, demande ...) [13]. Maintenant, si une différenciation produits neufs/remanufacturés est adoptée, comment intégrer alors la politique de prix à la gestion des stocks ?

Enfin, une autre évolution serait de généraliser nos modèles en introduisant des processus aléatoires plus généraux (non markoviens) en vue de se rapprocher encore plus de la réalité industrielle. L'idéal étant de faire valider notre travail sur une étude de cas réelle.

VI. Conclusion

La prise en compte des flux inverses dans la gestion des stocks et de la production de façon plus générale est devenue une nécessité, voire une obligation dans grand nombre de pays ou les législations deviennent de plus en plus sévères. Nous avons d'ailleurs pris connaissance de quelques cas industriels qui nous ont confirmé l'ampleur et la diversité des flux retours auxquels doivent faire face les entreprises.

Les modèles que nous avons étudié prennent en compte certaines caratéristiques du monde industriel telles que l'aspect aléatoire des demandes et des retours de produit. De ce point de vue, nous estimons que les résultats que nous avons obtenus peuvent aider à la prise de décision dans un contexte de flux inverses. Cependant, ces résultats gagneraient à être étendus à des systèmes plus complexes et donc plus proches de la réalité industrielle en considérant par exemple que les différents processus suivent des lois générales (autres que Poisson) ou que les produits retournés ne peuvent être directement réintroduits en stock.

Finalement, la prise en compte et l'étude progressive des problèmes liés aux flux inverses nous ont conduit à considérer différents modèles de systèmes de production intégrant les retours de produits et sur lesquels nous avons tenté de déterminer les politiques optimales de gestion des stock. Nous avons également fait ressortir certaines propriétés sur les coûts des politiques et leurs variations en fonction des paramètres qui nous montrent bien que la gestion des flux inverses ou *logistique inverse* nécessite une analyse rigoureuse et spécifique des systèmes étudiés et ne peut être confondue avec la gestion dite traditionnelle des stocks.

Références

[1] B. Baynat. *Théorie des files d'attente, des chaînes de Markov aux réseaux à forme produit.* HERMES science publications, 2000.

[2] K. L. Cheung and X. M. Yuan. An infinite horizon inventory model with periodic order commitment. *European Journal of Operational Research*, 146 :52–66, 2003.

[3] M. P. de Brito and R. Dekker. Modelling product returns in inventory control exploring the validity of general assumptions. *Economic Institute Report*, 27, 2001.

[4] G. DeCroix, J-S. Song, and P. Zipkin. A series system with returns : Stationary analysis. *OPERATIONS RESEARCH*, 52 NO. 2 :350–362, 2005.

[5] G. DeCroix and P. H. Zipkin. Inventory management for an assembly system with product or component returns. *MANAGEMENT SCIENCE*, 51 :1250–1265, 2005.

[6] M. Fleischmann, J. M. Bloemhof-Ruwaard, R. Dekker, E. A. van der Laan, J. A. E. E. Van Nunen, and L. N. Van Wassenhove. Quantitative models for reverse logistics : A review. *EUROPEAN JOURNAL OF OPERATIONAL RESEARCH*, 103 :1–17, 1997.

[7] J-P. Gayon. A make-to-stock queue with product return. *Working paper (http ://www.g-scop.inpg.fr/ gayonj/)*, 2007.

[8] Pilar L. Gonzalez-Torre, B. Adenso-Diaz, and Hakim Artiba. Environmental and reverse logistics policies in european bottling and packaging firms. *International journal of production economics*, 88 :95–104, 2004.

[9] R. Hale, JR. Kirby, T. Mann, and D. Pitts. An overview of ibm product takeback programs : "considerations for commercial and consumer computer returns". In *IEEE International Symposium on Electronics and the Environment DENVER, CO*, MAY 07-09, 2001.

[10] G. P. Kiesmüller and E. A. van der Laan. An inventory model with dependent product demands and returns. *International journal of production economics*, 72 :73–87, 2001.

[11] Fabrice Mathieux. *Contribution à l'intégration de la valorisation en fin de vie dés la conception d'un produit.* PhD thesis, ENSAM, Chambéry, 2002.

[12] T.L. Pohlen and M.T. Farris. Reverse logistics in plastic recycling. *International Journal of Physical Distribution & Logistics Management*, 22(7) :35–47, 1992.

[13] Carol Prahinski and Canan Kocabasoglu. Empirical research opportunities in reverse supply chains. *Omega the International Journal of Management Science*, 34 :519–532, 2006.

[14] M.L Puterman. *Markov Decision Processes, discrete stochastic dynamic programming.* Wiley-Interscience, 1994.

[15] Sergio Rubio, Antonio Chamorro, and Francisco J. Miranda. Characteristics of the research on reverse logistics (1995-2005). *International journal of production research*, 46 No. 4 :1099–1120, february 2008.

[16] Juan Pablo Soto Zuluaga. *Reverse Logistics : Models and applications.* PhD thesis, DEPARTMENT OF ECONOMICS AND BUSINESS, GRADUATE PROGRAM IN ECONOMICS, MANAGEMENT AND FINANCE, UNIVERSITAT POMPEU FABRA, 2001.