

PRETOPOLOGIE STOCHASTIQUE

Michel Lamure¹, Marc Bui², Stéphane Bonneval¹ – SCDD

¹LIRIS - 43, boulevard du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex nom@univ-lyon1.fr

² LRIA /UP8- EPHE, 41, Rue Gay Lussac, 75005 Paris, marcbui@mac.com

Introduction. Un système complexe peut être défini comme un système composé de nombreux éléments autonomes différenciés interagissant entre eux de manière non triviale. Un système complexe se caractérise également par l'émergence au niveau global de propriétés nouvelles, non observables au niveau des éléments constitutifs et par une dynamique de fonctionnement global difficilement prédictible à partir de l'observation et de l'analyse des constituants et de leurs interactions élémentaires. Cela implique en particulier qu'un système complexe ne peut être analysé par une décomposition en sous-systèmes plus simples.

Deux des outils privilégiés dans le groupe pour la modélisation des systèmes complexes sont la prétopologie et les multialéatoires :

- la prétopologie est une version affaiblie de la topologie qui permet de structurer des données plongées dans des espaces pauvres du point de vue de leur structure mathématique, et d'analyser des phénomènes d'agrégation de préférences dans la lignée des travaux de Arrow.
- les multialéatoires permettent de modéliser des situations où l'observé est un ensemble et non plus un point. Cela consiste à remplacer le concept de variable aléatoire par celui d'ensemble aléatoire. Plus particulièrement, nous nous intéressons à développer des concepts d'estimation de paramètres dans le cadre des multialéatoires.

La conjonction de ces deux approches nous a amené à définir le concept de prétopologie stochastique que nous nous proposons d'exposer dans cette présentation.

Éléments de prétopologie Dans cette première partie, nous rappelons les concepts de base de la prétopologie en mettant l'accent sur les résultats intéressants en termes d'application aux systèmes complexes. Un exemple relatif à un projet en cours (Programme Interdisciplinaire Recherche CNRS MOUSSON) illustrera les possibilités de la prétopologie comme outil de modélisation. Cet exemple met toutefois en évidence les insuffisances pour gérer certains phénomènes, ce qui nous amène à introduire les concepts de multialéatoires.

Théorie des multialéatoires Les multialéatoires ou ensembles aléatoires offrent l'opportunité de modéliser des situations mettant en jeu des phénomènes nécessitant la manipulation d'ensembles et non de valeurs et pour lesquelles il est nécessaire d'introduire une modélisation stochastique.

Après un rappel des principaux résultats sur les multialéatoires, nous présenterons des éléments de statistique adaptés aux multialéatoires et nécessaires pour l'exploitation de données de terrain dans une optique économétrique d'estimation de modèles ensemblistes. L'exemple introduit dans la section précédente servira également de fil rouge pour illustrer les notions théoriques introduites.

La prétopologie stochastique Dans cette troisième section, nous présenterons les premiers résultats relatifs à la prétopologie stochastique : définitions de base, différentes manières de construire une prétopologie stochastique dans un espace. L'exemple précédent sera également utilisé à titre d'illustration.

Conclusion En conclusion, nous proposerons les développements possibles et les implications des recherches menées au sein du groupe SCDD. En particulier, les objectifs et perspectives du groupe :

- Développement de la plate-forme multi-agents pour la négociation avec la théorie des jeux comme support mathématique des modèles de négociation, l'agrégation des préférences et la décision multicritère pour les outils d'obtention d'un consensus entre les décideurs et les systèmes multi-agents comme formalisme de développement d'applications coopératives.

- Développement de modèles pour la formalisation des systèmes complexes et l'aide à la décision avec la prétopologie et les multialéatoires comme support mathématique de ces modèles d'aide à la décision.
- Mise en place sur d'un projet prétopologie open-source pour le développement informatique des outils mathématiques proposés ci-dessus.
- Une série de livres, édités chez Hermann, sur la prétopologie sont en préparation.