

HYBRIDATION NON LINEAIRE ET CALCUL PAR INTERVALLES POUR L'ATTEIGNABILITE CONTINUE DES SYSTEMES NON LINEAIRES INCERTAINS

Nacim MESLEM

INRA, unité MIG (Mathématique, Informatique et Génome).
Centre de recherche de Jouy-en-Josas. Domaine de Vilvert 78352 Jouy-en-Josas.

Plusieurs approches ensemblistes ont été développées récemment pour apporter des réponses fiables aux problèmes d'analyse, commande et diagnostic des systèmes dynamiques continus incertains. Le principe fondamental de ces approches consiste à modéliser les grandeurs incertaines liées aux systèmes étudiés par des formes géométriques compactes et bornées, dont les bornes sont connues *a priori*, et de développer des nouvelles arithmétiques adaptées à ces formes géométriques. Dans ce contexte de modélisation et calcul ensembliste, l'étude de consistance entre les données expérimentales et les données obtenues par simulation permet de caractériser de manière garantie, dans le sens où aucune solution du problème posé ne sera perdue, l'ensemble de solutions possibles et leurs incertitudes. Généralement, cette étude de consistance nécessite la reconstruction de l'espace d'état atteignable par les systèmes dynamiques incertains. Ceci est réalisable par l'utilisation des méthodes d'intégration numériques garantie des équations différentielles ordinaires (EDO) incertaines.

En pratique, l'utilisation des formes géométriques telles que les ellipsoïdes, les zonotopes et autres, est limitée à l'étude des systèmes linéaires et sans incertitudes paramétriques. Cependant, la représentation intervalle et l'intégration numérique garantie des EDO basée sur les méthodes de Taylor intervalle permettent de caractériser l'espace d'état atteignable par des systèmes dynamiques non linéaires en présence d'incertitudes paramétriques. Néanmoins l'accumulation du pessimisme, dû à l'effet d'enveloppement associé aux schémas d'intégration de Taylor, conduit à des sur-approximations de l'espace d'état atteignable de tailles très importantes et inexploitable. Pour contourner ce problème, il est intéressant d'utiliser les théorèmes de comparaison des inégalités différentielles. Ces théorèmes permettent de construire à partir du système incertain initial deux systèmes englobant déterministes dont les solutions encadrent de manière garantie tout le flot d'état généré par le système initial. Ainsi, l'absence d'incertitudes dans les systèmes englobant permet d'éviter efficacement l'effet d'enveloppement.

Pour utiliser ces théorèmes de comparaison pour l'intégration numérique garantie des EDO incertaines, les systèmes dynamiques sont séparés en deux classes selon leur satisfaction ou non d'une certaine relation d'ordre définie par rapport à leurs états initiaux. La première classe regroupe les systèmes monotones dont les trajectoires d'état préservent à chaque instant une relation d'ordre sur les états initiaux. Cette propriété de préservation d'ordre facilite considérablement la construction des systèmes englobant par rapport aux incertitudes sur l'état initial. De plus, pour assurer l'encadrement par rapport aux incertitudes paramétriques, il suffit de fixer les paramètres incertains à leurs bornes inférieures ou supérieures selon les signes des dérivées partielles de la dynamique du système initial par rapport à ces paramètres. Dans ce contexte, les sur-approximations de l'espace d'état atteignable sont meilleures, en termes de précision et de temps de calcul, par rapport à celles obtenus par les méthodes de Taylor intervalle [1]. La deuxième classe regroupe donc les systèmes non monotones. Dans ce cas les systèmes englobant déterministes sont couplés. Ils peuvent être obtenus en appliquant le théorème de Müller et en étudiant les signes des dérivées partielles de la dynamique de système initial par rapport à ses variables d'état et à ses paramètres incertains [2].

Dans plusieurs applications, les signes des dérivées partielles des systèmes étudiés ne sont pas constants. Pour cette raison, il est intéressant de décomposer virtuellement l'espace d'état en plusieurs zones, domaines bien définis de l'espace d'état, dans lesquelles les signes de ces dérivées partielles sont constants. Cette décomposition nous conduit à construire des systèmes englobant sous la forme

d'automates hybrides continus-discrets dont (i) les conditions de garde sont les frontières de ces zones définies par les changements de signe des dérivées partielles, (ii) les modes de fonctionnement continu sont les systèmes englobant construits localement par l'application du principe de comparaison dans le cas des systèmes monotones ou par l'application du théorème de Müller dans le cas général [1-5].

Enfin l'utilisation de ces outils techniques, théorèmes de comparaison des inégalités différentielles et modélisation hybride, permettra de contribuer à élargir l'application des méthodes ensemblistes pour l'automatique à une grande classe des systèmes dynamiques non linéaires à temps continu incertains et de grande dimension [5-7].

Références :

- [1] N. Ramdani, N. Meslem, Y. Candau. Reachability analysis of uncertain nonlinear systems using guaranteed set integration, IFAC World Congress 2008, Seoul, Korea. Invited Paper. pp.8972-8977.
- [2] N. Ramdani, N. Meslem, Y. Candau. Reachability of uncertain nonlinear systems using a nonlinear hybridization. In : M. Egerstedt and B. Mishra (Eds.) : HSCC 2008, LNCS 4981, pp. 415–428. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.
- [3] N. Meslem, N. Ramdani, Y. Candau, Approximation garantie de l'espace d'état atteignable des systèmes dynamiques continus incertains, APII-JESA 43(1-2) à paraître 2009.
- [4] N. Meslem, N. Ramdani, Y. Candau. Approximation conservative de l'espace d'état atteignable des systèmes dynamiques monotones par analyse par intervalles et hybridation. CIFA 2008, 3-5 septembre, Bucarest.
- [5] N. Melem. Atteignabilité hybride des systèmes dynamiques continus par analyse par intervalles. Application à l'estimation ensembliste. Thèse de Doctorat Université Paris Est, 2008.
- [6] N. Meslem, N. Ramdani, Y. Candau. Interval Observers for Uncertain Nonlinear Systems. Application to bioreactors. IFAC World Congress 2008, Seoul, Korea. pp.9667-9672.
- [7] N. Meslem, N. Ramdani, Y. Candau. Hybrid Modeling for Set-membership State Estimation with Uncertain Nonlinear Continuous-time Systems In : J. Filipe, J. Andrade-Cetto and J.L Ferrier (Eds.) : ICINCO 2008, LNEE Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.