

Un algorithme de commande prédictive non-linéaire pour la régulation de la concentration de substrat dans un bioréacteur

E. Pigeon, O. Gehan, M. Pouliquen

GREYC/équipe automatique

UMR 6072 CNRS - Université de Caen

Boulevard Maréchal Juin, 14050 Caen Cedex, France

pigeon@greyc.ensicaen.fr, olivier.gehan@greyc.ensicaen.fr, mathieu.pouliquen@greyc.ensicaen.fr

Résumé— Cet article est consacré au suivi de consigne en concentration de substrat à l'intérieur d'un bioréacteur continu. L'objectif de cette approche est de proposer une loi de commande très facilement implémentable sur des systèmes industriels tout en obtenant des performances temporelles satisfaisantes. Cette simplicité est obtenue par l'utilisation d'une période d'échantillonnage variable sur un algorithme de commande prédictive non-linéaire.

Mots-clés— Commande, prédictif, nonlinéaire, bioprocédé

I. INTRODUCTION

LA synthèse de lois de commande dans les biotechnologies est un problème difficile à résoudre de part la nature même des phénomènes mis en jeu. L'approche passant par une simple linéarisation autour d'un point de fonctionnement n'est pas acceptable à cause des non-linéarités, des variations des paramètres physiques et des saturations des actionneurs.

Parmi tous les problèmes rencontrés, nous nous sommes intéressés au suivi de consigne de la concentration de substrat dans un bioréacteur continu. La variable de commande est dans le cas présent le taux de dilution. Plusieurs approches ont déjà été proposées pour résoudre ce problème, la plus connue étant une commande linéarisante par retour de sortie présentée initialement par [1] et reprise ensuite dans [2] et [3]. La principale difficulté rencontrée avec cette approche est la nécessité de connaître les vitesses de réactions. Des variantes proposent d'obtenir ces vitesses de réaction par différenciation de mesures faites sur le réacteur [4] ou de considérer ces vitesses comme lentement variables et de les obtenir en utilisant un algorithme adaptatif [5]. Une autre voie très étudiée actuellement est d'utiliser un observateur non-linéaire [6], [7] ce qui permet dans certains cas de ne pas avoir à connaître les expressions de ces vitesses [8], [9].

Toutes ces approches sont développées en temps continu d'où l'apparition de certaines difficultés lors de leur implémentation. Les deux principales difficultés sont d'une part l'utilisation d'un algorithme d'intégration numérique et d'autre part le temps de réponse des capteurs instrumentant les réacteurs. L'utilisation d'un algorithme d'intégration numérique pour la discrétisation va provoquer la perte d'un certain nombre de propriétés essentielles de la loi de commande (la stabilité globale notamment) et augmenter le temps de calcul de la commande. D'autre part, le temps de

réponse des capteurs va introduire des contraintes fortes sur le choix de la période d'échantillonnage.

L'objectif de ce travail est de présenter une loi de commande discrète non linéaire facilement implémentable sur un système temps réel industriel, basée sur une méthode de synthèse proche du linéaire et permettant ainsi l'utilisation des outils d'analyse connus. De plus, cette approche ne fait aucune hypothèse sur les différentes lois physico-chimiques mises en jeu lors des réactions.

Cet article est organisé de la manière suivante : le chapitre suivant présente le modèle de bioréacteur étudié et qui sera utilisé dans l'exemple d'illustration donné au dernier chapitre. Le chapitre 3 est consacré à la description de la loi de commande permettant de suivre un profil de consigne pour le substrat. Le chapitre 4 détaille la synthèse de cette commande sur un exemple déjà étudié dans diverses publications.

II. MODELE DU BIOREACTEUR

A. Equation du bilan massique

Le bioréacteur étudié est de type continu dans le quel une culture d'une variété de bactérie est effectuée. Il y a donc une seule variable de biomasse $X(t)$ (mg.l^{-1}) qui se développe en consommant un seul type de substrat $S(t)$ (mg.l^{-1}). Le bilan massique conduit au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = r(t) - D(t)X(t) \\ \dot{S}(t) = -k r(t) + D(t)(S_{in}(t) - S(t)) \end{cases} \quad (1)$$

Avec les notations suivantes :

$S_{in}(t)$ (mg.l^{-1}) : concentration du substrat entrant.

$D(t)$ (Jours^{-1}) : taux de dilution.

$r(t)$ ($\text{mg.l}^{-1}.\text{Jours}^{-1}$) : vitesse de réaction.

k : coefficient stœchiométrique.

L'objectif de la loi de commande est le suivi d'un profil de substrat $S^*(t)$ indépendamment des variations de la concentration du substrat entrant $S_{in}(t)$. Le taux de dilution $D(t)$ est la variable de commande. Nous supposons, dans cet article, que la vitesse de réaction suit la loi de Monod, i.e :

$$r(t) = \mu_m \frac{S(t)}{K_S + S(t)} X(t) \quad (2)$$

avec μ_m et K_S notant respectivement la vitesse maximale de

croissance spécifique et la constante de saturation.

Pour montrer qu'il est possible d'utiliser une période d'échantillonnage constante, nous linéarisons ce modèle autour d'un point d'équilibre défini par le quadruplet (S_0, X_0, S_{in0}, D_0) . A partir de (1), nous obtenons alors les relations suivantes :

$$D_0 = \mu_m \frac{S_0}{K_S + S_0} \quad (3)$$

$$(S_{in0} - S_0) = k X_0 \quad (4)$$

Le comportement du bioréacteur autour du point de fonctionnement est obtenu par un développement de Taylor de (1) à l'ordre 1:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mu_m \frac{K_S X_0}{(K_S + S_0)^2} s(t) - X_0 d(t) \\ \dot{s}(t) = -k D_0 x(t) - D_0 + \frac{k K_S \mu_m X_0}{(K_S + S_0)^2} s(t) \\ \quad + (S_{in0} - S_0) d(t) + D_0 s_{in}(t) \end{cases} \quad (5)$$

où $x(t)$, $s(t)$, $s_{in}(t)$ et $d(t)$ sont les variations locales des différentes variables. En considérant $s_{in}(t)$ comme une perturbation, nous obtenons la représentation d'état :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{s}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mu_m \frac{K_S X_0}{(K_S + S_0)^2} \\ -k D_0 & -D_0 + \frac{k K_S \mu_m X_0}{(K_S + S_0)^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ s(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -X_0 \\ S_{in0} - S_0 \end{pmatrix} d(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ D_0 \end{pmatrix} S_{in}(t) \quad (6)$$

La fonction de transfert reliant la commande $d(t)$ et la concentration du substrat $s(t)$ est caractérisée par les pôles (p_1, p_2) et le zéro (z_1) tel que :

$$p_1 = -D_0 ;$$

$$p_2(S_0, S_{in0}) = -\frac{K_S (S_{in0} - S_0)}{(K_S + S_0) S_0}; \quad (7)$$

$$z_1 = -D_0$$

La simplification (p_1, z_1) met en évidence la non-commandabilité « locale » de la concentration de la biomasse. Il est donc possible d'écrire la relation reliant la concentration de substrat au taux de dilution par une fonction de transfert du premier ordre pur dont la constante de temps dépend des valeurs des variables définissant le point d'équilibre.

En cherchant à suivre un profil de consigne de substrat $s^*(t)$, la constante de temps du système varie dans de grandes proportions ce qui entraîne des contraintes assez fortes pour la détermination de la période d'échantillonnage. Afin de ne pas subir ces contraintes, nous avons choisi d'utiliser un modèle discret variant dans le temps. L'originalité de l'approche consiste à faire varier la période d'échantillonnage et pas, comme dans d'autres travaux, les paramètres du modèle.

B. Le modèle discret à période d'échantillonnage variable.

La fonction de transfert échantillonnée bloquée du système à commander est donnée par :

$$G(z) = \frac{b_1(S_0, S_{in0})}{z - e^{p_2(S_0, S_{in0})T_s}} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} \quad (8)$$

Où T_s est la période d'échantillonnage. En raison des grandes variations des paramètres pendant le suivi de consigne et afin d'éviter un sur-échantillonnage ou une violation du théorème de Shannon, nous utilisons un modèle à paramètres constants mais à période d'échantillonnage variable.

La période d'échantillonnage est ajustée en ligne en fonction du point d'équilibre afin de conserver le produit $p_2(S_0, S_{in0})T_s$ constant. Il y a deux avantages à procéder de la sorte, tout d'abord le théorème de Shannon est toujours respecté et ensuite le dénominateur de $G(z)$ est constant. La méthode de synthèse de la loi de commande peut alors s'inspirer de l'approche linéaire et l'implémentation se résume à la mise en œuvre d'une équation de récurrence.

III. ALGORITHME DE COMMANDE

A. Schéma de commande linéaire

Le comportement entrée/sortie du bioréacteur peut être approximé par le système d'équations aux différences suivant:

$$\begin{cases} A(q^{-1}) y(t) = B(q^{-1}) u(t) + v(t) \\ A(q^{-1}) v(t) = C(q^{-1}) \gamma(t) \end{cases} \quad (9)$$

où q^{-1} représente l'opérateur retard, $\{u(t)\}$ and $\{y(t)\}$ sont les variables de commande i.e $d(t)$ et de sortie i.e $s(t)$. $\{\gamma(t)\}$ est une séquence d'impulsion d'occurrence et d'amplitude inconnue. Les polynômes $A(q^{-1})$ et $B(q^{-1})$ ont les expressions suivantes :

$$\begin{cases} A(q^{-1}) = 1 - a_1 z^{-1} \\ B(q^{-1}) = b_1 z^{-1} \end{cases} \quad (10)$$

Où $a_1 = e^{p_2(S_0, S_{in0})T_s(S_0)}$ est un paramètre constant et $b_1(S_0, S_{in0})$ un paramètre dépendant du point d'équilibre.

Une première synthèse est réalisée autour d'un point d'équilibre en utilisant le formalisme de la commande prédictive [9],[10]. Ce qui nous conduit à la loi de commande suivante usuelle :

$$S_n(q^{-1})D_n(q^{-1})u(t) + R_n(q^{-1})y(t) = T_n(q^{-1})y^*(t) \quad (11)$$

Où $y^*(t)$ est la séquence de référence i.e $s^*(t)$. Le polynôme caractéristique $P_{cn}(q^{-1})$ de la fonction de transfert est :

$$P_{cn}(q^{-1}) = A(q^{-1})S_n(q^{-1})D_n(q^{-1}) + q^{-1}b_{1n}R_n(q^{-1}) \quad (12)$$

où b_{1n} représente la valeur de b_1 au point d'équilibre considéré.

Afin de réaliser un compromis performances/bruit satisfaisant sur tout le domaine de fonctionnement, le point d'équilibre

retenu pour la synthèse de la loi de commande est celui qui exhibe la plus grande sensibilité au bruit de mesure. Les paramètres de synthèse sont déterminés au cours d'une procédure itérative qui se base sur le modelage des différentes fonctions de sensibilité qui sont de bons indicateurs de performances et de robustesse en stabilité. L'accent est surtout mis sur le rejet de la perturbation de sortie qui est caractérisé par la fonction de sensibilité :

$$S(z^{-1}) = \frac{A(z^{-1})S_n(z^{-1})D_n(z^{-1})}{P_{cn}(z^{-1})} \quad (13)$$

En s'inspirant de la commande avec modèle de référence sur l'état partiel [11], nous avons déterminé le polynôme $T_n(q^{-1})$ de la manière suivante :

$$T_n(q^{-1}) = \frac{P_{cn}(q^{-1})}{b_{1n}} \quad (14)$$

Ce choix permet de spécifier indépendamment les dynamiques de poursuite du profil de substrat et de réjection des perturbations agissant sur le système.

B. Schéma de commande non-linéaire

La loi de commande linéaire est modifiée afin de prendre en compte les variations de b_1 lors des changements de point de fonctionnement. L'objectif de ces modifications est de maintenir les performances du système de commande lorsque la dynamique du procédé évolue tout en minimisant les difficultés liées à l'implémentation d'une loi de commande non linéaire.

Dans les développements suivants, S_{in0} est supposé constant, ce qui permet de lier les variations de b_1 et de T_s aux variations de S_0 , soit.

$$b_1 = f_1(S_0) \quad (15)$$

$$T_s = f_2(S_0) \quad (16)$$

Où $f_1()$ et $f_2()$ sont des fonctions non linéaires qui sont déterminées hors ligne.

A chaque période d'échantillonnage, ces fonctions sont utilisées pour déterminer T_s et b_1 à partir de la mesure de $s(t)$.

La loi de commande non linéaire peut alors être réécrite de la manière suivante:

$$S(q^{-1})D(q^{-1})u(t) + R(q^{-1}, S_0)y(t) = T(q^{-1}, S_0)y^*(t) \quad (17)$$

où $R(q^{-1}, s(t))$ et $T(q^{-1}, s(t))$ sont des polynômes dépendant de la valeur du substrat $s(t)$ et sont calculés en ligne de manière à maintenir le polynôme caractéristique constant i.e. $P_c(q^{-1}) = P_{cn}(q^{-1})$ où $P_c(q^{-1})$ est défini comme suit:

$$P_c(q^{-1}) = A(q^{-1})S(q^{-1})D(q^{-1}) + q^{-1}b_1R(q^{-1}) \quad (18)$$

A chaque période d'échantillonnage, nous réalisons l'adaptation paramétrique suivante du correcteur :

$$R(q^{-1}, S_0) = \frac{b_{1n}}{b_1(S_0)}R_n(q^{-1}) \quad (19)$$

$$T(q^{-1}, S_0) = \frac{P_c(q^{-1})}{b_1(S_0)}. \quad (20)$$

Avec cette approche, nous pouvons remarquer que la fonction de sensibilité est constante sur tout le domaine de fonctionnement. Il en découle une marge de module constante et indépendante du point de fonctionnement. Le temps de réponse ainsi que le dépassement en poursuite sont maintenus bien que le bioréacteur puisse présenter de grandes variations de dynamique sur tout le domaine de fonctionnement.

IV RESULTATS EN SIMULATION

Dans ce chapitre, nous mettons en évidence les intérêts de ce schéma de commande en reprenant un exemple déjà développé dans différents articles ([12], [13]). Nous avons repris les paramètres de simulation de [12] afin de pouvoir comparer les performances de notre algorithme avec une loi de commande non-linéaire.

L'objectif de la loi de commande consiste en le suivi de consigne de substrat $s^*(t)$. La concentration du substrat doit être maintenue autour de différents points de fonctionnement (300mg/l, 200mg/l, 100mg/l and 50mg/l). Le modèle de poursuite est un second ordre possédant un pôle double en 0.7 et un gain statique. Un bruit blanc à valeur moyenne nulle et de variance égale à 0.05 est ajouté sur la sortie mesurée $s(t)$ issue du modèle de simulation. Une perturbation de type échelon avec une amplitude de 50mg/l est alternativement ajoutée et retirée sur chaque point de fonctionnement S_{in0} . Le bioprocédé à contrôler est décrit par les équations (1) dont les paramètres sont donnés dans la table 1.

TABLE I
PARAMETRES DE SIMULATION

Symbole	Unité	Valeur
μ_m	1/jour	1.064
K_s	mg/jour	43.9
k	-	2.686
$S(0)$	mg/l	250
$X(0)$	mg/l	260
$S_{in}(0)$	mg/l	1000
$D(0)$	1/jour	0.923

Un ensemble de points d'équilibre incluant les points de fonctionnement a été choisi pour identifier les paramètres des fonctions $f_1(.)$ et $f_2(.)$. Une troisième fonction $f_3(.)$ est utilisée pour obtenir la caractéristique statique reliant D_0 à S_0 soit :

$$D_0 = f_3(S_0) \quad (21)$$

L'utilisation de cet interpolateur permet de ne pas faire d'hypothèse sur l'expression de la vitesse de réaction. D'un point de vue pratique, la structure des modèles retenue permet l'utilisation d'une simple réponse indicielle pour la détermination des paramètres du modèle [14]. La constante de temps est utilisée pour la détermination de la période d'échantillonnage T_s , le gain statique permet d'estimer b_1 .

L'estimation des fonctions a été réalisée au sens des moindres carrés, elle conduit aux polynômes suivants :

$$f_1(x) = 11.659 + 3.3299 \cdot 10^{-2} x + 2.6636 \cdot 10^{-3} x^2$$

$$f_2(x) = 2.8905 \cdot 10^{-2} - 3.6596 \cdot 10^{-4} x + 5.2607 \cdot 10^{-6} x^2$$

$$f_3(x) = 0.1931 + 1.007 \cdot 10^{-2} x - 6.2693 \cdot 10^{-5} x^2 + 1.9038 \cdot 10^{-7} x^3 - 2.203 \cdot 10^{-10} x^4$$

Les figures 1, 2 and 3 montrent les estimations de b_1 , T_s et D_0 sur l'ensemble du domaine de fonctionnement.

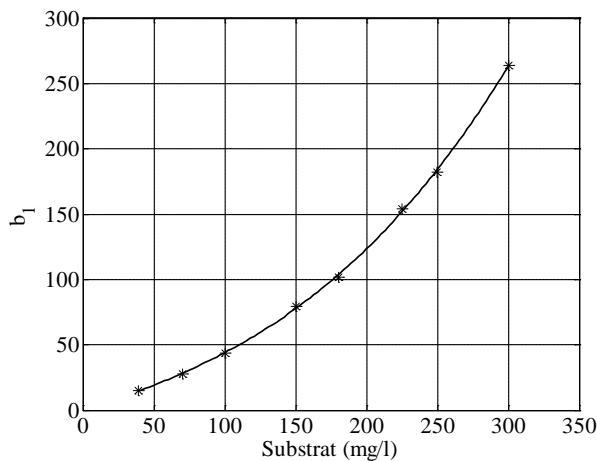


Fig. 1. Estimation de $b_1 = f_1(S_0)$

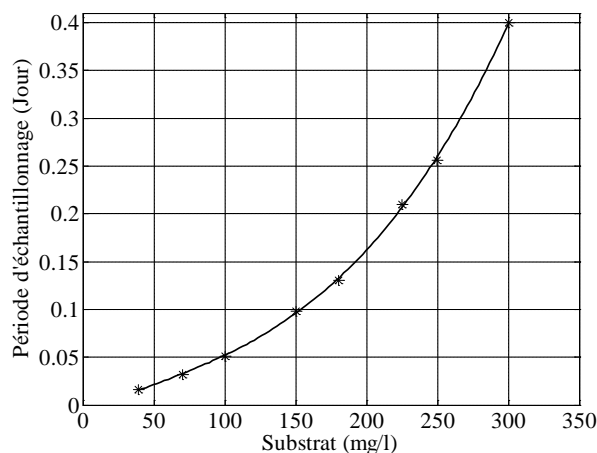


Fig. 2. Estimation de $T_s = f_2(S_0)$

On peut remarquer que la période d'échantillonnage varie d'un facteur 25 sur le domaine de fonctionnement étudié.

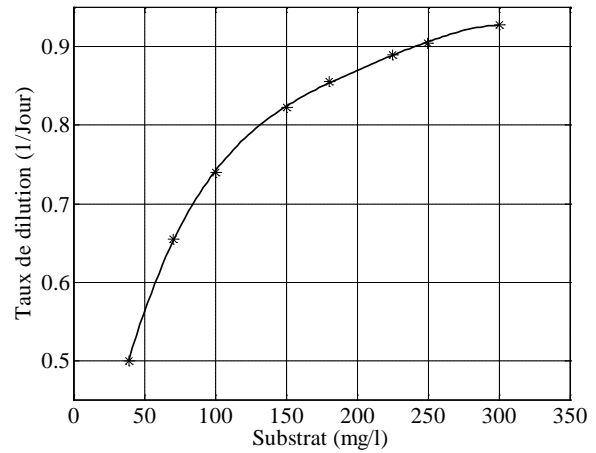


Fig. 3. Estimation de $D_0 = f_3(S_0)$

La synthèse de la loi de commande prédictive linéaire a été réalisée au point de fonctionnement $S_0 = 50\text{mg/l}$. Le modèle interne des perturbations permet de rejeter asymptotiquement les perturbations de type échelon i.e. $D(q^{-1}) = 1 - q^{-1}$.

Les figures 4 et 5 montrent les diagrammes de Bode des deux fonctions de sensibilité utilisées pour la synthèse, respectivement la fonction de sensibilité et la fonction de sensibilité fois le régulateur. La dernière caractérise l'influence du bruit de mesure présent dans le signal de sortie sur le signal de commande $d(t)$. Les paramètres du bioréacteur étant exprimés en jour, l'unité des pulsations utilisée est en Rad/jour.

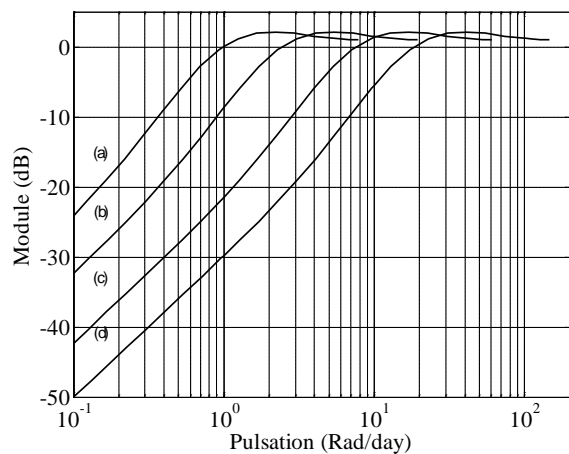


Fig. 4. Fonction de Sensibilité pour les différents points de fonctionnement: (a) 300mg/l, (b) 200mg/l, (c) 100mg/l, (d) 50mg/l.

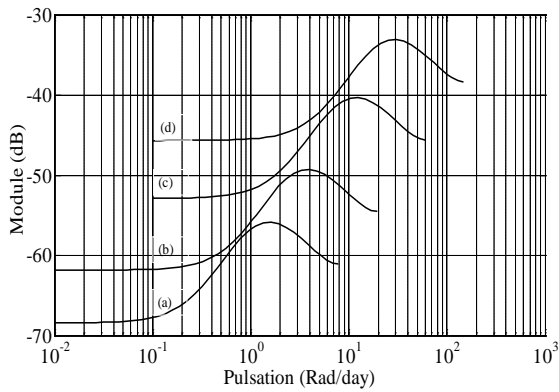


Fig. 5. Régulateur fois Fonction de Sensibilité aux différents points de fonctionnement: (a) 300mg/l, (b) 200mg/l, (c) 100mg/l, (d) 50mg/l.

Afin de mettre en évidence les conséquences du choix d'une période d'échantillonnage variable, nous avons tracé sur ces figures les différentes fonctions de sensibilité obtenues à chaque point de fonctionnement pour observer leur évolution lors du suivi de consigne. La fonction de sensibilité est traduite horizontalement lors des variations de la période d'échantillonnage. Ces tracés sont superposés si nous utilisons une pulsation normalisée en fonction de T_s . Sur cette figure, nous constatons également que la marge de module est constante et indépendante du point de fonctionnement comme le les équations (19) et (20) nous l'indiquent.

La même translation fréquentielle est observée sur la figure 5 mais l'adaptation de $R(q^{-1})$ introduit une variation du module.

Le point de fonctionnement à $S_0 = 50\text{mg/l}$ est clairement le plus sensible aux bruits de mesure ce qui justifie le fait qu'il ait été choisi pour la synthèse du correcteur linéaire.

Le comportement entrée/sortie est donné Figures 6 et 7. Tout d'abord, l'objectif de commande est atteint i.e. un suivi de consigne de substrat sans erreur de position. De plus, les perturbations de la concentration entrante sont correctement rejetées. L'effet de la perturbation sur la sortie est évidemment atténué avec l'augmentation de la bande passante du système sur les différents paliers. Pour la même raison, le palier $S^* = 50\text{ mg/l}$ est le plus sensible aux bruits de mesure. Malgré la présence d'un bruit de mesure sur la sortie, la commande reste relativement peu bruitée même sur le palier $S^* = 50\text{ mg/l}$. L'adaptation de la période d'échantillonnage permet de filtrer au mieux naturellement le bruit de mesure. Cet effet va être accentué si l'on utilise comme il se doit un filtre anti repliement adaptatif à fréquence de coupure variable. Ce bruit disparaît sur les paliers hauts grâce à l'augmentation de la période d'échantillonnage. Cet effet de filtrage ne peut être obtenu que par cette approche et n'est pas constaté dans les approches déjà parues dans la littérature.

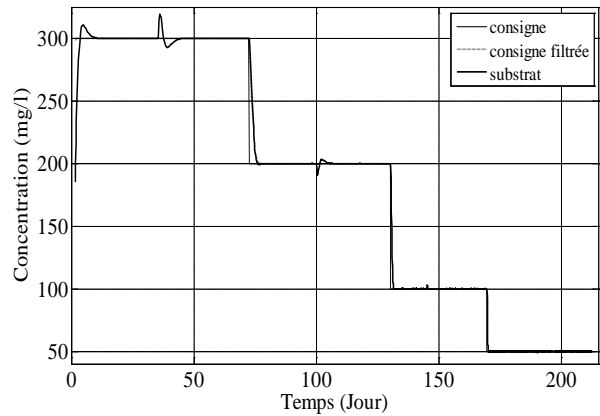


Fig. 6. Sortie en boucle fermée

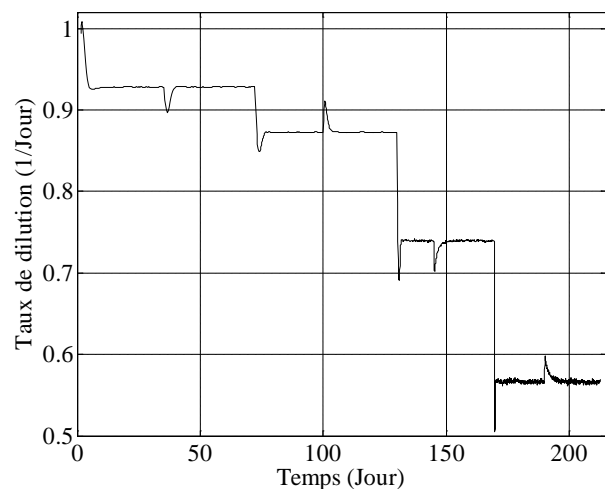


Fig. 7. Commande en boucle fermée

Afin de mettre en évidence l'effet de la variation de la période d'échantillonnage, la figure 8 représente l'évolution de la sortie lors de cette expérience en fonction des instants d'échantillonnage. La conservation de la dynamique de poursuite que permet notre approche (19) et (20) par rapport à T_s est mise en évidence sur cette courbe. Afin de bien mettre en évidence ces propriétés, les temps de régulation autour des paliers (entre les doubles traits) n'ont pas été affichés.

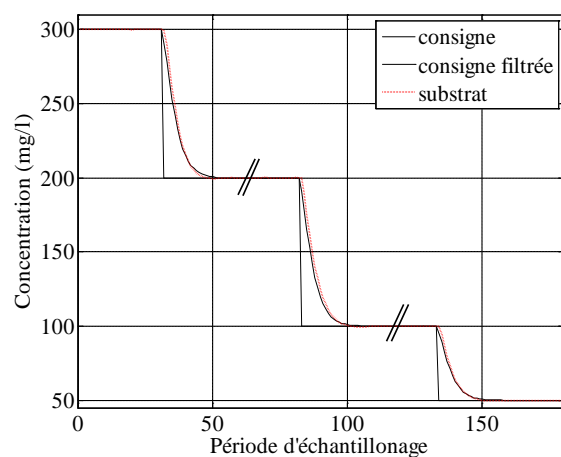


Fig. 8. Tracé de la sortie en boucle fermée avec les instants d'échantillonnage en abscisse.

V. CONCLUSION

Une nouvelle approche de commande non linéaire a été proposée dans cet article. L'originalité provient de l'utilisation d'une période d'échantillonnage variable, ce qui permet avec ce type de procédé de limiter la non-linéarité à la variation du gain statique.

On a montré avec les résultats en simulation la pertinence de la loi de commande en remplissant le cahier des charges fixé i.e stabilité du système en boucle fermée, suivi un profil de consigne et réjection de certaines perturbations.

Les trois avantages principaux de cette approche qui méritent d'être mis en lumière sont:

- La procédure d'identification utilise une approche connue de tous et très facilement réalisable sur un processus réel.
- La loi de commande est tirée de la bibliographie de la commande linéaire, en l'occurrence la commande prédictive et l'analyse des fonctions de sensibilité. Ainsi, la synthèse se fait au cours d'une procédure itérative de modelage des fonctions de sensibilité à la portée de tous les ingénieurs.
- L'algorithme proposé est discret et se résume en une équation de récurrence et le calcul de 3 polynômes. Cette simplicité permet d'envisager une implémentation sur n'importe quel système industriel. Le fait de faire varier la période d'échantillonnage permet de conserver une bande de Shannon en adéquation avec la bande passante du procédé quelque soit le point de fonctionnement.

VI BIBLIOGRAPHIE

- [1] K. H. Hoo and J.C. Kantor. Global linearization and control of a mixed-culture bioreactor with competition and external inhibition. *Mathematical Biosciences*, 82:43–62, 1986.
- [2] G. Bastin and D. Dochain. *On-line estimation and adaptive control for bioreactors*. Elsevier, Amsterdam, 1990.
- [3] J. Harmand, A. Rapaport, and F. Mazenc. Output tracking of continuous bioreactors through recirculation and by-pass. *Automatica*, 42:1025–1032, 2006.
- [4] J. Alvarez-Ramirez and R. Femat. Robust PI stabilization of a class of chemical reactors. *Systems & Control Letters*, 38:219–225, 1999.
- [5] L. Mailleret, O. Bernard, and J.P. Steyer. Nonlinear adaptive control for bioreactors with unknown kinetics. *Automatica*, 40:1379–1385, 2004.
- [6] J.L. Gouzé, A. Rapaport, and Z. Hadj-Sadok. Interval observers for uncertain biological systems. *Ecological modelling*, 133:45–56, 2000.
- [7] A. Rapaport and J. Harmand. Robust regulation of a class of partially observed nonlinear continuous bioreactors. *Journal of Process Control*, 12:291–302, 2002.
- [8] A. Bédoui, M. Farza, M. M'Saad, M. Ksouri. Robust nonlinear controllers for bioprocesses, In *Proc. of the IFAC World Congress*, Seoul, 15541-15546, 2008.
- [9] D.W. Clarke, C. Mohtadi and P.S. Tuffs. Generalized predictive control. *Automatica*, 23(2):137-160, 1987.
- [10] M.M'Saad, J.Chebassier. *Commande prédictive des systèmes*. Chap In *Art et Sciences Diderot Editeur, Commande optimale*, p2-67. 1996.
- [11] M. M'Saad and G. Sanchez. Partial state reference model adaptative control of multivariable systems. *Automatica*, 28: 1189-1197, 1992.
- [12] M. Farza, M. M'Saad, and M. Sekher. A set of observers for a class of nonlinear systems. In *Proc. of the IFAC World Congress*, Prague, Czech Republic, 2005.
- [13] R. A. Lopez, N. Gonzalez, and G. S. Corte. Tracking substrate trajectories in continuous aerobic wastewater reactors via nonlinear PI controllers. *Journal of Applied Research and Technology*, 4:40–49, 2006.

- [14] L.Ljung. *System identification: theory for the user*. Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall,1987.