

Commande prédictive distribuée pour la régulation thermique des bâtiments

Petru-Daniel MOROȘAN¹, Romain BOURDAIS¹, Didier DUMUR², Jean BUISSON¹

¹SUPELEC - IETR

Avenue de la Boulaie - B.P. 81127

F-35511 Cesson-Sévigné Cedex, France.

{petru-daniel.morosan, romain.bourdais, jean.buisson}@supelec.fr

²Département d'Automatique, SUPELEC

3 Rue Joliot Curie

F-91192 Gif sur Yvette Cedex, France.

didier.dumur@supelec.fr

Résumé— Ce papier propose une stratégie de commande prédictive distribuée pour la régulation thermique des bâtiments. L'originalité de l'approche est triple. Elle se base, en premier lieu, sur un critère dynamique, défini en fonction du profil d'occupation de chaque pièce. Deuxièmement, l'horizon est lui aussi dynamique pour permettre un rejet plus efficace des perturbations. Enfin, la gestion de l'ensemble des pièces est effectuée de manière distribuée, structure dans laquelle chaque correcteur doit résoudre un problème d'optimisation locale avec une connaissance partielle du comportement prévu par les autres correcteurs. Après une formalisation théorique de la démarche, l'efficacité des résultats proposés est mise en évidence notamment par le biais de différentes simulations.

Mots-clés— Commande prédictive distribuée, systèmes de grande taille, horizon de prédiction dynamique

I. INTRODUCTION

La notion d'économie d'énergie est omniprésente, et il n'est désormais plus envisageable de concevoir un système sans ce souci d'optimisation énergétique. Un problème bien connu est le gouffre énergétique lié au chauffage des bâtiments. Si de nos jours les bâtiments sont construits de manière à respecter les nouvelles normes environnementales, le problème reste entier pour les immeubles, bureaux et maisons existants, où les mises aux normes et isolations sont trop difficiles à mettre en œuvre. Pour ces derniers, seul un usage optimisé des systèmes de chauffage existants peut permettre de réduire cette facture énergétique. C'est dans ce cadre que se situent les travaux présentés dans cet article.

Que ce soit dans les bureaux ou dans les habitations, l'utilisation de programmeurs, qui permettent de régler le chauffage différemment suivant des plages horaires, est de plus en plus fréquente. Le *profil d'occupation* joue alors un rôle crucial. Évidemment, pour obtenir une température désirée à une certaine heure, il est nécessaire de déclencher le système en avance. Un premier problème se pose alors : quand déclencher l'allumage du dispositif, et à quelle puissance ? C'est souvent l'expérience qui permet ce réglage, mais évidemment, en fonction de la température extérieure, de l'utilisation d'équipements électriques, l'instant d'allumage optimal peut varier considérablement d'un jour à l'autre. Le but de nos travaux est de proposer une structure de commande qui permet notamment de pallier ce

problème.

Pour permettre cet effet anticipatif, l'utilisation d'une commande prédictive semble pertinente. En effet, en quelques mots, cette technique consiste à calculer une commande qui optimise un critère donné (suivi de consigne, effort de commande, ...), et qui intègre des informations concernant le futur : une trajectoire à suivre, un événement à venir, ... Dans le cas du chauffage de bâtiments, le critère à optimiser est un compromis entre le confort des occupants et la consommation énergétique, et cette technique a été utilisée dans de nombreux travaux [1], [2], [3], [4].

Dans cet article, nous proposons une approche originale de commande construite à partir des principes de base de la commande prédictive. Contrairement aux autres approches, dans lesquelles le compromis entre confort et minimisation est fixé une fois pour toute, nous intégrons ici un paramètre supplémentaire, le profil d'occupation de la pièce. Le critère que l'on cherche à optimiser est alors construit de manière dynamique. Plus l'horizon de prédiction est grand, plus l'anticipation est optimisée, mais cette optimisation est réalisée au détriment du rejet de perturbations, a priori inconnues. L'idée développée est alors de résoudre un problème d'optimisation sur un horizon de prédiction variable. Enfin, l'extension de cette technique à des bâtiments de grande taille engendre des problèmes de complexité de calcul (explosion combinatoire). Une approche prédictive centralisée n'est alors pas envisageable, et l'adaptation du correcteur pièce par pièce (approche décentralisée) est, comme nous le verrons, très sous optimale. Nous développons alors une approche prédictive distribuée, dans laquelle chaque correcteur doit résoudre localement un problème d'optimisation proche de la solution globale.

Le papier est construit comme suit. La partie II présente le critère dynamique élaboré à partir du profil d'occupation. Dans la section suivante, la formalisation d'une prédiction à horizon dynamique est explicitée. L'efficacité est alors illustrée par simulation. Dans la partie IV, l'approche développée pour une pièce est étendue aux bâtiments de grande taille, mettant en avant l'efficacité d'une stratégie de commande distribuée pour exploiter au maximum l'idée d'horizon dynamique et offrir ainsi les

meilleures performances avec une charge de calcul relativement faible. La section V conclut l'article et présente les perspectives de travail.

II. PRÉDICTION À CRITÈRE DYNAMIQUE

Garantir une bonne régulation de température n'a d'intérêt que lorsque la pièce est occupée. Or la commande prédictive classique minimise un critère fixé une fois pour toute. D'où l'idée de prendre en compte le profil d'occupation dans ce critère, pour minimiser consommation et erreur de suivi quand la pièce est occupée, et pour minimiser uniquement l'énergie quand la pièce est vide. La puissance de chauffage durant les périodes de transition sera alors déterminée par la résolution du problème d'optimisation ainsi posé. Formellement, pour un horizon de prédiction maximal N_2 , on peut définir le vecteur d'occupation par le vecteur $\delta^k = [\delta^k(1) \ \dots \ \delta^k(N_2)]^T$, dans lequel

$$\delta^k(j) = \begin{cases} 1 & , k+j \in \text{Occupation} \\ 0 & , k+j \in \text{Inoccupation.} \end{cases} \quad (1)$$

On peut alors définir la fonction de coût dynamique à optimiser par l'équation suivante :

$$J(k) = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta^k(j) [\hat{y}(k+j|k) - w(k+j)]^2 + \lambda \sum_{j=0}^{N_2-1} u^2(k+j), \quad (2)$$

sous les contraintes

$$u(k+j) = u(k+N_u-1), \quad \forall j = N_u \dots N_2 - 1, \quad (3)$$

dans laquelle $\hat{y}(k+j|k)$ représente la sortie prédite à partir d'un modèle du système et $w(k+j)$ est la consigne future à suivre sur l'horizon glissant. Le paramètre λ permet de pondérer la commande par rapport à l'erreur de suivi. Ce critère permet une anticipation optimale vis-à-vis du déclenchement du chauffage de la pièce et exploite également au mieux l'inertie thermique pour l'arrêt du chauffage avant la fin de la période d'occupation. Le réglage des différents paramètres de ce critère (N_1 , N_2 , N_u , λ) ainsi que les performances comparées de ce critère ont été analysées dans nos précédents travaux [5]. Aussi, nous ne développerons pas ici ces réglages, mais proposons uniquement une comparaison entre commande prédictive classique et la commande prédictive modifiée, comparaison illustrée par la figure 1. Le suivi n'est nécessaire que de 8h à 17h. L'intérêt de notre approche vient aussi du fait qu'elle n'impose pas de consigne durant les périodes d'inoccupation, ce qui améliore le suivi de température dès le début à la fin des périodes d'occupation (figure 1).

III. FENÊTRE DE PRÉDICTION VARIABLE

Les systèmes de chauffage sont caractérisés par une forte inertie et des dynamiques très lentes. Ainsi, pour assurer un bon suivi de consigne lors des transitions inoccupation/occupation, il est nécessaire d'anticiper suffisamment à l'avance. Si avoir une grande période de prédiction permet de donner de meilleures marges de stabilité au système, la

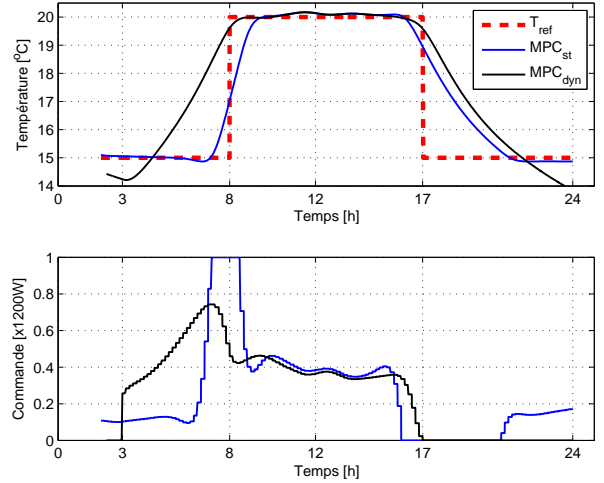


Fig. 1. Comparaison des performance entre MPC à critère statique et MPC à critère dynamique

commande devient moins agressive et du coup moins robuste aux perturbations [6]. Or, durant les périodes d'occupation, les fluctuations de température sont fréquentes et ont des dynamiques plus rapides, comme par exemple les radiations solaires, une porte qui s'ouvre, ... Afin de proposer un régulateur qui rejette au mieux ces perturbations, il devient nécessaire alors d'avoir, lors de ces périodes d'occupation, une petite fenêtre de prédiction. Pour ne pas faire de variations brusques d'un pas d'échantillonnage à l'autre, l'idée est la suivante : d'une part réduire progressivement la taille de la fenêtre de prédiction (jusqu'à une valeur minimale N_2^{min}) dès que l'on entre en phase de transition inoccupation/occupation. D'autre part, revenir à la taille maximale de prédiction N_2^{max} dès que l'on passe en période d'inoccupation. Le calcul de la taille courante de la fenêtre de prédiction est illustré par la figure 2 et est donné de manière formelle par l'équation suivante :

$$N_2^c(k) = \begin{cases} N_2^{max} & , \delta^k(j) = 0, \forall j = N_1 \dots N_2 \\ j + N_1 - 1 & , j \text{ est le maximum pour lequel} \\ & \delta^k(j) > \delta^k(j-1) \text{ et } j \geq N_2^{min} \\ N_2^{min} & , j \text{ est le maximum pour lequel} \\ & \delta^k(j) > \delta^k(j-1) \text{ et } j < N_2^{min} \\ & \text{ou } j \in \emptyset \text{ et } \delta^k(N_1) = 1. \end{cases} \quad (4)$$

A. Elaboration de la loi de commande

Pour construire un régulateur prédictif, il est nécessaire de disposer d'un modèle du système. Dans le cas d'une seule pièce, le comportement entrée/sortie du processus de chauffage peut être modélisé par un système d'équations dynamiques, représenté sous la forme d'état discrète (avec la période d'échantillonnage T_s) suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}u(k) \\ y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (5)$$

dans lequel le vecteur $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ est l'état du système, et $u, y \in \mathbb{R}$ sont respectivement l'entrée (puissance électrique)

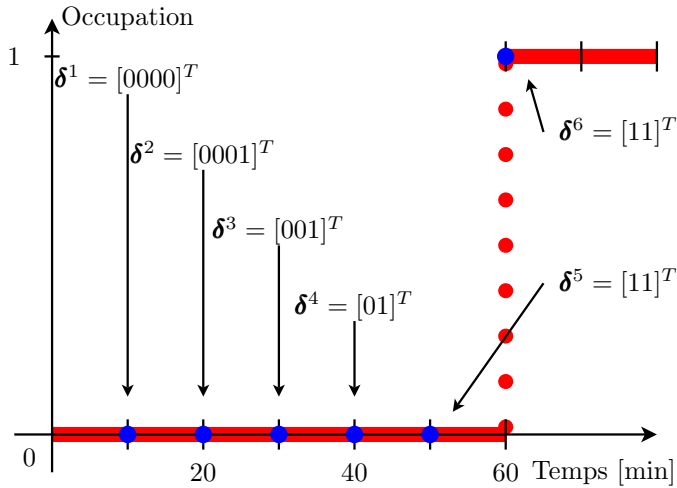


Fig. 2. Evolution de l'horizon de prédiction ($N_1 = 1$, $N_2^{min} = 2$, $N_2^{max} = 4$, $T_s = 10\text{min}$)

et la sortie (température mesurée de la pièce).

A partir du modèle (5), on peut en déduire la sortie prédite à l'instant $k + i$ connaissant l'état courant $\mathbf{x}(k)$ par :

$$\hat{y}(k + i|k) = \mathbf{CA}^i \mathbf{x}(k) + \sum_{j=0}^{i-1} \mathbf{CA}^{i-j-1} \mathbf{B}u(k + j). \quad (6)$$

Considérant l'équation (6) pour $i = N_1..N_2^c(k)$ et la contrainte (3), la séquence des sorties prédites devient :

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = \mathbf{\Psi}^k \mathbf{x}(k) + \mathbf{\Phi}^k \mathbf{u}(k),$$

avec les matrices

$$\mathbf{\Psi}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{CA}^{N_1} \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{N_2^c(k)} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Phi}^k = \begin{bmatrix} \phi^{N_1-1} & \dots & \phi^0 & 0 & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \phi^{N_2^c(k)-1} & \dots & \dots & \phi^{N_2^c(k)-N_u+1} & \sum_{k=0}^{N_2^c(k)-N_u} \phi^k \end{bmatrix},$$

$$\phi^k = \mathbf{CA}^k \mathbf{B},$$

et les vecteurs

$$\hat{\mathbf{y}}(k) = [\hat{y}(k + N_1|k) \quad \dots \quad \hat{y}(k + N_2^c(k)|k)]^T,$$

$$\mathbf{u}(k) = [u(k) \quad \dots \quad u(k + N_u - 1)]^T.$$

On peut alors écrire la fonction de coût quadratique (2) sous forme matricielle par :

$$J(k) = \mathbf{u}(k)^T (\mathbf{\Phi}^{kT} \mathbf{\Delta}^k \mathbf{\Phi}^k + \mathbf{\Lambda}^k) \mathbf{u}(k) - 2(\mathbf{w}(k) - \mathbf{\Psi}^k \mathbf{x}(k)) \mathbf{\Delta}^k \mathbf{\Phi}^k \mathbf{u}(k) + (\mathbf{w}(k) - \mathbf{\Psi}^k \mathbf{x}(k))^T \mathbf{\Delta}^k (\mathbf{w}(k) - \mathbf{\Psi}^k \mathbf{x}(k)),$$

dans lequel on a :

$$\mathbf{w}(k) = [w(k + N_1) \quad \dots \quad w(k + N_2^c(k))]^T,$$

$$\mathbf{\Delta}^k = \begin{bmatrix} \delta^k(N_1) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta^k(N_1 + 1) & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \delta^k(N_2^c(k)) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\Lambda}^k = \begin{bmatrix} \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \lambda & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \lambda(N_2^c(k) - N_u + 1) \end{bmatrix}.$$

La séquence optimale de commande au pas k est alors :

$$\mathbf{u}^{opt}(k) = (\mathbf{\Phi}^{kT} \mathbf{\Delta}^k \mathbf{\Phi}^k + \mathbf{\Lambda}^k)^{-1} \mathbf{\Phi}^{kT} \mathbf{\Delta}^k (\mathbf{w}(k) - \mathbf{\Psi}^k \mathbf{x}(k)). \quad (7)$$

D'un point de vue pratique, et pour réduire la complexité de l'algorithme, on choisit $N_2^{min} = N_u$. Dans ce cas particulier, les matrices $\mathbf{\Psi}^k$ et $\mathbf{\Phi}^k$ n'ont pas à être déterminées à chaque itération. Lors de l'initialisation, ces deux matrices sont calculées pour N_2^{max} et les valeurs numériques nécessaires à chaque pas d'échantillonnage sont ensuite sélectionnées en prenant les premières $(N_2^c(k) - N_1 + 1)$ lignes de ces matrices.

B. Résultats pour une pièce

Les valeurs numériques présentées dans cette section ont été obtenues en utilisant une toolbox MATLAB appelée SIMBAD¹. Le volume de la pièce simulée est de 42m³. Celle-ci dispose d'un convecteur électrique d'une puissance de 1200W. La température de confort considérée pendant l'occupation est de 20°C. Pour vérifier l'efficacité de la méthode proposée et pour la comparer au MPC avec une période de prédiction constante, nous avons défini de façon classique deux indicateurs de performance. Ils traduisent l'énergie consommée et le confort des occupants :

- La consommation énergétique, en kWh, pendant la période d'étude :

$$I_W = \sum_{k=k_0}^{k_f} u(k) T_s.$$

- L'indice de confort pénalisant l'écart entre la température de la pièce et la température de référence, mais uniquement lors des périodes d'occupation de la pièce, ce qui donne, en °Ch :

$$I_C = \sum_{k=k_0}^{k_f} |w(k) - y(k)| T_s \delta^{k-1}(1).$$

D'un point de vue qualitatif, la figure 3 met en avant le meilleur rejet des perturbations sur une journée de travail. Quantitativement, le tableau suivant donne les résultats obtenus sur un mois de simulation, à partir des conditions météorologiques de Rennes en janvier 1998. Si les deux méthodes sont bien plus performantes que le régulateur horaire classique (Tout ou Rien), l'utilisation d'un horizon dynamique accroît encore les performances.

IV. EXTENSION AU CAS MULTI-ZONES

Plusieurs questions se posent alors naturellement : comment étendre cette approche à un ensemble de plusieurs pièces. Faut-il privilégier une approche globale? Ou au contraire pièce par pièce?

La manière la plus naturelle serait d'appliquer cette méthode de commande avec une approche pièce par pièce,

1. <http://kheops.champs.cstb.fr/Simbadvac/>

Loi de commande	I_C [°Ch]	I_W [kWh]
Tout ou rien	369	206
MPC à N_2 st	134	196
MPC à N_2 dyn	100	191

TABLE I
COMPARAISON MPC STATIQUE ET DYNAMIQUE

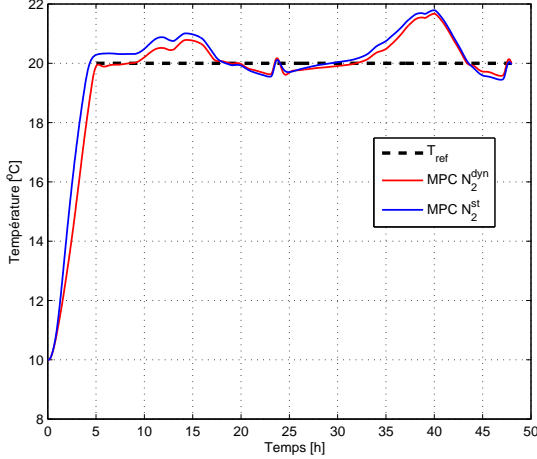


Fig. 3. Comparaison entre MPC statique et dynamique

c'est à dire de manière *décentralisée*. Chaque correcteur est alors indépendant. Le problème de cette approche est qu'elle ne prend pas en compte le couplage thermique entre les pièces, à travers les murs, les portes ou par circulation d'air. Le rejet de perturbations est alors mal assuré, et les dépassements de consigne sont omniprésents.

Une autre solution serait alors de prendre en compte ces couplages dans le modèle du système puis de définir un régulateur global qui générerait la commande de toutes les pièces. Cette approche, de type *centralisé*, permet une amélioration des performances mais la complexité de calcul, due au nombre de variables à manipuler, est alors exponentielle. Deux autres problèmes sont inhérents à cette méthode. D'une part, si le correcteur tombe en panne, c'est tout le bâtiment qui est pénalisé. D'autre part, pour construire un modèle de prédiction, l'utilisation d'un horizon de prédiction dynamique ne peut être faite que de manière globale, et on ne peut plus utiliser des horizons de prédiction dynamiques pièce par pièce.

C'est pourquoi, nous proposons une extension par une approche *distribuée* : à savoir des régulateurs locaux, mais qui communiquent entre eux afin de prendre en compte les couplages thermiques. La structure générale de cette commande prédictive distribuée, dMPC, est décrite par la figure 4. Par le réseau de communication, les régulateurs échangent des informations concernant leur comportement futur, ce qui permet de converger soit vers la solution optimale globale [7], [8] soit vers un point d'équilibre de Nash [9], [10], avec un coût de calcul réduit.

La partie suivante formalise cette approche, qui dans notre cas est originale par rapport aux précédents travaux : la quantité d'informations échangées varie en fonction de la taille de l'horizon de prédiction.

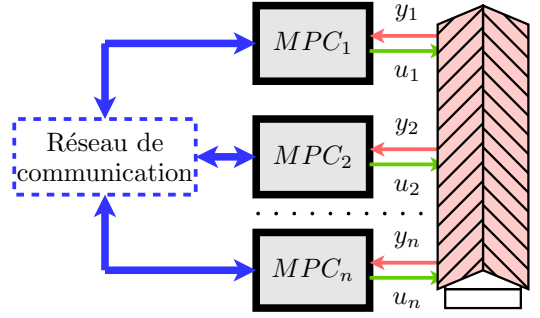


Fig. 4. Structure de commande MPC distribuée

A. Formalisation de l'approche distribuée

Le comportement dynamique dans chaque pièce est représenté sous forme d'état, dans laquelle les influences thermiques des autres pièces sont modélisées par un couplage de sortie. Ce qui amène à l'équation suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i(k+1) = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i(k) + \mathbf{B}_{ii} u_i(k) + \sum_{j \in \tilde{h}_i} \mathbf{B}_{ij} y_j(k) \\ y_i(k) = \mathbf{C}_i \mathbf{x}_i(k) \end{cases} \quad (8)$$

dans laquelle \tilde{h}_i est l'ensemble des pièces adjacentes à la pièce i . A partir de cette structure, on peut obtenir l'équation de prédiction de sortie du sous-système i , par :

$$\hat{\mathbf{y}}_i(k) = \Psi_i^k \mathbf{x}_i(k) + \Phi_{ii}^k \mathbf{u}_i^{opt}(k) + \sum_{j \in \tilde{h}_i} \Phi_{ij}^k \tilde{\mathbf{y}}_j(k) \quad (9)$$

avec les notations suivantes

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}_i(k) &= [\hat{y}_i(k + N_{1i}|k) \quad \dots \quad \hat{y}_i(k + N_{2i}^c(k)|k)]^T \\ \mathbf{u}_i^{opt}(k) &= [u_i(k|k) \quad \dots \quad u_i(k + N_{ui} - 1|k)]^T \\ \Psi_i^k &= [\mathbf{C}_i \mathbf{A}_i^{N_{1i}} \quad \dots \quad \mathbf{C}_i \mathbf{A}_i^{N_{2i}^c(k)}]^T \\ \Phi_{ii}^k &= \begin{bmatrix} \phi_{ii}^{N_{1i}-1} & \dots & \phi_{ii}^0 & 0 & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{ii}^{N_{2i}^c(k)-1} & \dots & \dots & \phi_{ii}^{N_{2i}^c(k)-N_{ui}+1} & \dots & \sum_{k=0}^{N_{2i}^c(k)-N_{ui}} \phi_{ii}^k \end{bmatrix} \\ \Phi_{ij}^k &= \begin{bmatrix} \phi_{ij}^{N_{1i}-1} & \dots & \phi_{ij}^0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{ij}^{N_{2i}^c(k)-1} & \dots & \dots & \dots & \dots & \phi_{ij}^0 \end{bmatrix} \\ \phi_{ij}^k &= \mathbf{C}_i \mathbf{A}_i^k \mathbf{B}_{ij} \\ \tilde{\mathbf{y}}_j(k) &= \begin{bmatrix} y_j(k) \\ \hat{y}_j(k + N_{j1}|k-1) \\ \vdots \\ \hat{y}_j(k + N_{j2}^c(k) - 1|k-1) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La séquence de commande optimale $\mathbf{u}_i^{opt}(k)$ est obtenue par la minimisation analytique de la fonction de coût locale :

$$J_i(k) = \|\hat{\mathbf{y}}_i(k) - \mathbf{w}_i(k)\|_{\Delta_i^k}^2 + \|\mathbf{u}_i(k)\|_{\Lambda_i^k}^2 \quad (10)$$

et

$$\mathbf{u}_i^{opt}(k) = (\Phi_i^{kT} \Delta_i^k \Phi_i^k + \Lambda_i^k)^{-1} \Phi_i^{kT} \Delta_i^k (\mathbf{w}_i(k) - \Psi_i^k \mathbf{x}_i(k) - \sum_{j \in \tilde{h}_i} \Phi_{ij}^k \tilde{\mathbf{y}}_j(k)). \quad (11)$$

Le point clé de notre approche distribuée réside dans la construction du prédicteur à un instant d'échantillonnage k . On utilise pour ce faire les prédictions du comportement des voisins calculées à l'instant d'échantillonnage précédent! Sachant que l'on utilise une période de prédiction dynamique, la taille de la fenêtre à l'instant de prédiction k peut être plus grande que celle de la fenêtre de prédiction précédente ($N_{2j}^c(k-1) < N_{2i}^c(k)$). Par conséquent, le vecteur $\tilde{\mathbf{y}}_j(k)$ n'a pas les bonnes dimensions dans le sens où il manque des données pour construire le prédicteur. Ce problème peut être résolu car les profils d'occupation sont connus, donc les tailles des fenêtres de prédiction peuvent elles aussi être connues à l'avance. Ce calcul peut être fait comme suit :

$$\hat{N}_{2i}^c(k+1|k) = \begin{cases} N_{2i}^{max} & , \delta_i^k(N_{2i}^{max}) = 0 \\ N_{2i}^c(k) - 1 & , N_{2i}^c(k) > N_{2i}^{min} \text{ et} \\ & \delta_i^k(N_{2i}^{max}) = 1 \\ N_{2i}^{min} & , N_{2i}^c(k) = N_{2i}^{min} \text{ et} \\ & \delta_i^k(N_{2i}^{max}) = 1 \end{cases} \quad (12)$$

Il est nécessaire de calculer $\hat{N}_{2i}^c(k+1|k)$ pour tous les sous-systèmes, afin de connaître ainsi la dimension des vecteurs $\tilde{\mathbf{y}}_j(k+1)$ requise par les correcteurs voisins, à l'instant suivant, pour construire leur prédiction. Chaque correcteur transmet alors son paramètre $\hat{N}_{2i}^c(k+1|k)$ à tous ses correcteurs voisins. Ensuite, la séquence de sorties futures est complétée de manière décentralisée, pour arriver à la dimension nécessaire au pas suivant, donnée par :

$$N_{2i}^{cmax}(k+1) = \max_{j \in \tilde{h}_i \cup \{i\}} \hat{N}_{2j}^c(k+1|k). \quad (13)$$

Le vecteur ainsi complété aura la structure suivante :

$$\hat{\mathbf{y}}_i^t(k) = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{y}}_i^t(k) \\ \hat{\mathbf{y}}_i^e(k) \end{bmatrix} \quad (14)$$

avec une partie $\hat{\mathbf{y}}_i^t(k)$ correspondant à la réponse future du système obtenue par la minimisation de la fonction locale $J_i(k)$. La seconde partie du vecteur, $\hat{\mathbf{y}}_i^e(k) = [\hat{y}_i^e(k + \hat{N}_{2i}^c(k+1|k)) \cdots \hat{y}_i^e(k + N_{2i}^{cmax}(k+1|k))]^T$ est calculée de façon décentralisée par :

$$\hat{y}_i^e(k+j|k) = \begin{cases} w_i(k+j) & , \delta_i^k(j) = 1 \\ \hat{y}_i^0(k+j) & , \delta_i^k(j) = 0 \end{cases}, \quad (15) \\ j = N_{2i}^c(k) \dots N_{2i}^{cmax}(k+1)$$

Pour ce calcul, deux possibilités sont envisageables. Soit les instants à compléter correspondent à une période d'occupation, auquel cas on complète par la consigne prévue. Soit ils correspondent à une période d'inoccupation, auquel cas on complète par la réponse libre du sous-système à partir de l'état prédit à l'instant $k + N_{2i}^c(k)$, ce qui donne :

$$\hat{\mathbf{y}}_i^0 = \Psi_i^e \hat{\mathbf{x}}_i(k + N_{2i}^c(k)|k) \quad (16)$$

avec

$$\Psi_i^e = \left[\mathbf{C}_i \mathbf{A}_i \quad \dots \quad \mathbf{C}_i \mathbf{A}_i^{N_{2i}^{cmax}(k+1) - N_{2i}^c(k)} \right]^T \quad (17)$$

La figure 5 illustre ce principe de construction du vecteur de prédiction à l'instant k , découpé en une partie distribuée et une partie décentralisée.

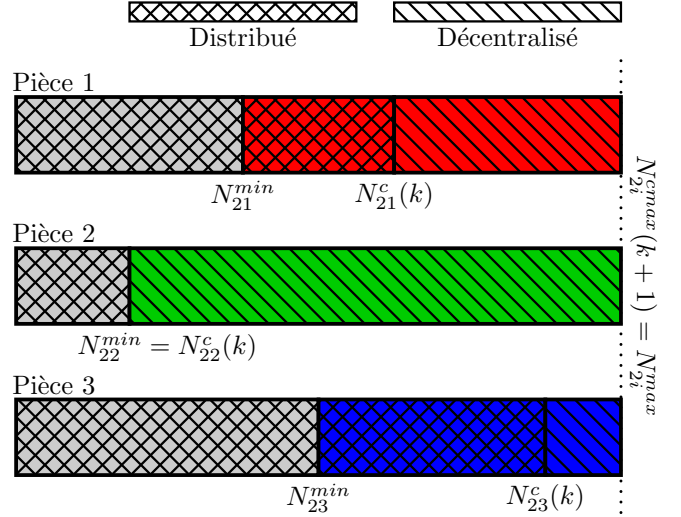


Fig. 5. Principe du découpage calcul distribué - calcul décentralisé

L'algorithme 1 synthétise la démarche présentée dans cette section. Le programme est exécuté localement par chaque régulateur à chaque instant d'échantillonnage.

Algorithm 1 MPC distribué à horizon dynamique avec deux échanges d'information

- 1: Envoyer $\hat{\mathbf{y}}_i^t(k-1)$ et $y_i(k)$ aux voisins $j \in \tilde{h}_i$
- 2: Recevoir $\hat{\mathbf{y}}_j^t(k-1)$ et $y_j(k)$ de tous $j \in \tilde{h}_i$
- 3: Remplacer $\hat{y}_j^t(k + N_{1j} - 1|k - 1)$ dans $\hat{\mathbf{y}}_j^t(k-1)$ avec $y_j(k)$ pour tous $j \in \tilde{h}_i$ obtenant $\tilde{\mathbf{y}}_j(k)$
- 4: Résoudre le problème local d'optimisation $\min_{\mathbf{u}_i(k)} J_i(k)$ et calculer $\hat{\mathbf{y}}_i(k)$
- 5: Appliquer la première composante de $\mathbf{u}_i(k)$ au sous-système local
- 6: $\hat{N}_{2i}^c(k+1|k)$ (12)
- 7: Envoyer $\hat{N}_{2j}^c(k+1|k)$ aux voisins $j \in \tilde{h}_i$
- 8: Recevoir $\hat{N}_{2j}^c(k+1|k)$ de tous $j \in \tilde{h}_i$ et calculer $N_{2i}^{cmax}(k+1)$ (13)
- 9: **if** $N_{2i}^c(k) < N_{2i}^{cmax}(k+1)$ **then**
- 10: Calculer $y_i^e(k+p|k)$, $p = N_{2i}^c(k) + 1 \dots N_{2i}^{cmax}(k+1)$ de manière décentralisée (15)
- 11: Construire $\hat{\mathbf{y}}_i^t(k)$ (14)
- 12: **else**
- 13: $\hat{\mathbf{y}}_i^t(k) = \hat{\mathbf{y}}_i(k)$
- 14: **end if**
- 15: $k = k + 1$ et retour au pas 1

B. Résultats numériques

Cet algorithme a été testé par simulation en utilisant SIMBAD, pour un bâtiment de 3 pièces 42m³, disposant

d'un convecteur électrique de 1200W, suivant le schéma de la figure 6. Le modèle de prédiction a été obtenu par identification expérimentale à partir du modèle de simulation. La complexité d'un modèle local s'élève à dix variables d'état.

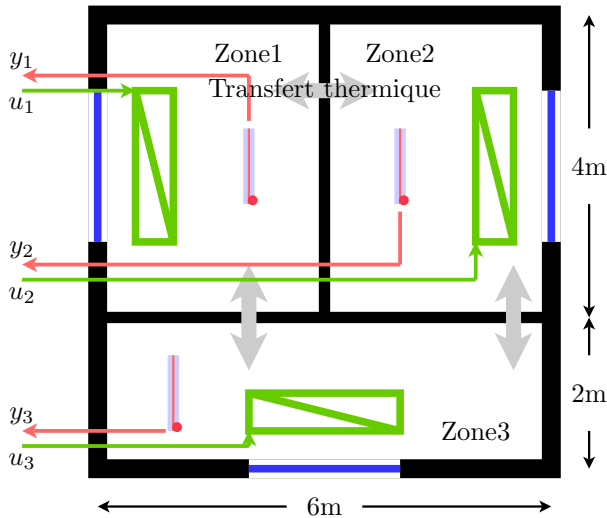


Fig. 6. Configuration du bâtiment simulé

Loi de commande	I_C [$^{\circ}Ch$]	I_W [kWh]
Tout ou rien (consigne décalée)	306	312
MPC distr. à N_2 statique	285	284
MPC distr. à N_2 dynamique	283	276

TABLE II

COMPARAISON ENTRE DIFFÉRENTES STRUCTURES DE COMMANDE

La figure 7 illustre les résultats obtenus sur une journée. La première partie du graphique montre le suivi de consigne et les commandes associées. La seconde partie explicite la taille des fenêtres de prédiction ainsi que la répartition calcul distribué - calcul décentralisé. En raison des dynamiques lentes des systèmes thermiques, les résultats ne sont pas beaucoup améliorés en minimisant les critères locaux au fil des itérations. Les variables de couplage, $\hat{y}_j(k)$, évoluent très peu entre deux optimisations consécutives. Par conséquent, on n'utilisera en pratique qu'une seule itération (algorithme 1) pour calculer les commandes optimales, ce qui donne au niveau de la complexité un effort similaire à celui d'une méthode décentralisée.

V. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons proposé une structure de commande prédictive distribuée pour la commande de la température dans les bâtiments de grande taille. Les idées novatrices sont d'abord d'utiliser un horizon de prédiction dynamique en fonction de l'occupation, permettant ainsi un meilleur rejet des perturbations. Par suite, cette démarche a été adaptée à un ensemble de pièces où la commande est calculée de manière distribuée. L'efficacité de la démarche a été illustrée par diverses simulations.

Concernant nos travaux futurs, nous envisageons l'adaptation de la méthode aux cas multi-sources ainsi que la prise en compte des prévisions météorologiques dans l'algorithme de commande. Sur un axe plus théorique nous

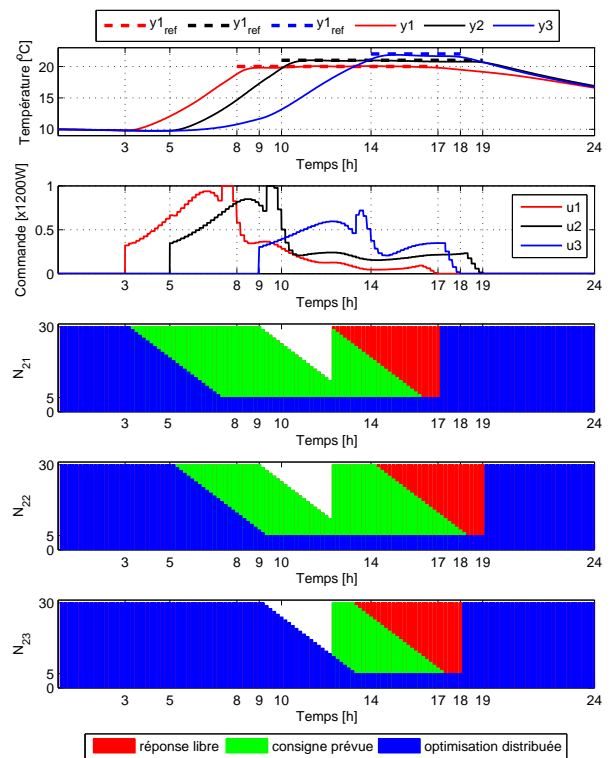


Fig. 7. Comportement du régulateur prédictif distribué et évolution de l'horizon ($\lambda_i = 1$, $N_{1i} = 1$, $N_{ui} = N_{2i}^{min} = 5$, $N_{2i}^{max} = 30$, $i = 1..3$, $T_s = 600s$)

travaillerons afin de construire un outil pour garantir formellement la stabilité et la convergence du système commandé par le MPC distribué à horizon dynamique.

RÉFÉRENCES

- [1] R. Z. Freire, G. H.C. Oliveira, et N. Mendes. Predictive controllers for thermal comfort optimization and energy savings. *Energy and Buildings*, (40) :1353–1365, 2008.
- [2] Min Xu et Shaoyuan Li. Practical generalized predictive control with decentralized identification approach to HVAC systems. *Energy Conversion and Management*, (48) :292–299, 2007.
- [3] D. Dumur, P. Boucher, K. M. Murphy, et F. Déqué. Comfort control in residential housing using predictive controllers. *Control Applications*, pages 265–270, 1997.
- [4] R. Riadi, R. Tawegoum, A. Rachid, et G. Chassériaux. Centralized & decentralized temperature generalized predictive control of a passive-HVAC process. *17th World Congress IFAC*, pages 10869–10874, 7 2008.
- [5] P-D. Moroşan, R. Bourdais, et H. Guéguen. Apports de la commande prédictive pour la régulation thermique des bâtiments. *STIC et Environnement*, 6 2009.
- [6] P.Boucher et D. Dumur. *La commande prédictive*. EDITIONS TECHNIP, 1996.
- [7] M. D. Doan, T. Keviczky, I. Necoara, M. Diehl, et B. De Schutter. A distributed version of Han's method for dmPC using local communications only. *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, (11) :6–15, 3 2009.
- [8] Y. Zhang et S. Li. Networked model predictive control based on neighbourhood optimization for serially connected large-scale systems. *Journal of Process Control*, (17) :37–50, 2007.
- [9] E. Camponogara, D. Jia, B.H. Krogh, et S. Talukdar. Distributed model predictive control. *IEEE Control Systems Magazine*, pages 44–52, 2002.
- [10] S. Li, Y. Zhang, et Q. Zhu. Nash-optimization enhanced distributed model predictive control applied to the Shell benchmark problem. *Information Sciences*, 170 :329–349, 2005.