

# Commande floue robuste par modes glissants d'un système non linéaire incertain et perturbé

Malik MANCEUR, Najib ESSOUNBOULI, Abdelaziz HAMZAOUI, Frédéric NOLLET

URCA CReSTIC,

IUT de Troyes

9, rue de Québec, B.P. 396 10026 Troyes cedex, France.

*malik.manceur@univ-reims.fr, najib.essounbouli@univ-reims.fr, abdelaziz.hamzaoui@univ-reims.fr, frederic.nollet@univ-reims.fr*

**Résumé**— Dans ce travail, une commande floue par modes glissants d'ordre deux pour un système non linéaire incertain et perturbé est présentée. Pour contourner la contrainte sur la connaissance du modèle du système, des modèles locaux relatifs à certains points de fonctionnement ont été utilisés pour synthétiser un modèle nominal flou. Au niveau des modes glissants, deux systèmes flous adaptatifs ont été introduits pour générer les deux signaux de Super Twisting pour pallier à la fois au chattering et à la contrainte sur la connaissance des bornes supérieures des perturbations et des incertitudes. Leur mise à jour est assurée par deux lois d'adaptation déduites de l'étude de stabilité au sens de Lyapunov. Des résultats de simulation sont présentés pour illustrer l'efficacité de l'approche proposée.

**Mots-clés**— Commande par modes glissants d'ordre supérieur, Système non linéaire, Système flou de type Takagi-Sugeno.

## I. INTRODUCTION

La plupart des systèmes non linéaires sont caractérisés par des incertitudes structurelles et / ou non structurelles variants dans le temps aux quelles se rajoutent différentes perturbations, ce qui rend leurs commandes très délicates et complexes à mettre en œuvre. Pour résoudre ce problème, plusieurs approches ont été développées dans la littérature.

Parmi les commandes qui ont connu un grand succès ces dernières années, on trouve la commande par modes glissants. Son succès est dû à sa simplicité de mise en œuvre et sa robustesse vis-à-vis des incertitudes du système et des perturbations externes qui peuvent entacher le processus [4][9]. Elle consiste à définir une surface de glissement attractive en fonction des variables d'états du système. La poursuite de la trajectoire désirée se fait en deux phases : l'approche et le glissement. Ainsi, la commande utilisée dans ce cas se compose de deux parties : la première permettant l'approche jusqu'à la surface et la deuxième permet le maintien et le glissement le long de cette surface [3][11]. La commande par modes glissants classique d'ordre un se compose de deux termes, un terme de haute fréquence en fonction de la surface et un terme de basse fréquence caractérisant le comportement du système sur la surface de glissement, obtenu grâce aux conditions d'invariances de la surface [9]. Cependant, la composante à haute fréquence provoque le phénomène du chattering qui peut exciter les hautes fréquences et les non linéarités non modélisables. Parmi les solutions proposées dans la littérature pour remédier à ce phénomène, la substitution de la fonction signe par une autre à variation plus douce telle que la fonction de saturation et la tangente hyper-

bolique [14] [3]. Cependant ces méthodes engendrent un compromis entre le niveau de performances de poursuite et les sollicitations de commande au démarrage [5]. D'autres auteurs ont utilisé des contrôleurs flous adaptatifs à une seule entrée [5] et de type Mamdani à deux entrées [10] pour remplacer la partie discontinue de la commande. Une autre solution a été également présentée dans [12], qui consiste à éliminer la phase d'approche et de forcer le système à arriver directement sur la surface de glissement.

Les modes glissants du premier ordre ont été étendus dans les années 80 par Emel'yanov [6] et Levantovsky [7] aux modes glissants d'ordre supérieur. Ces derniers possèdent les mêmes avantages en termes de robustesse que les modes glissants classiques, et ils permettent de réduire leur principal inconvénient : l'effet du chattering autour de la surface de glissement. La généralisation des modes glissants d'ordre un aux modes glissants d'ordre supérieur est caractérisée par le choix d'une commande discontinue agissant sur les dérivées supérieures de la surface de glissement. Le régime glissant standard est basé sur l'annulation de la surface. Un régime glissant d'ordre  $r$  agit sur les  $(r - 1)$  premières dérivées successives de la variables de glissement pour les annuler :  $s = \dot{s} = \dots = s^{(r-1)} = 0$ , où  $r$  est le degré relatif [2]. Cependant pour la synthèse d'un contrôleur par modes glissants d'ordre  $r$ , la connaissance des dérivées de la surface ( $s, \dot{s}, \dots, s^{(r-1)}$ ) et des variables d'états est nécessaire. Pour conserver la caractéristique d'atténuation du chattering en limitant le nombre de capteurs nécessaires pour la mise en œuvre de la commande, plusieurs algorithmes en modes glissants d'ordre deux ont été proposés dans [1]. Parmi ces algorithmes, on trouve celui du Super Twisting ; son avantage réside dans le fait qu'il ne nécessite pas d'informations sur la dérivée de la surface de glissement. Cependant l'usage de cet algorithme comme tout autre du même catégorie atténue le chattering mais ne le supprime pas [14]. De plus, le calcul des gains nécessaires pour cette commande est très difficile dans le cas des systèmes non linéaires [1].

Notre travail a pour objectif de développer une commande basée sur le Super Twisting permettant d'atténuer le chattering et de simplifier le calcul des gains, en introduisant deux systèmes flous adaptatifs dans la commande par mode glissant d'ordre deux. La loi de commande ainsi construite peut être appelée commande par modes glissants d'ordre deux floue. Dans notre étude, nous supposons que nous disposons uniquement de certains modèles locaux autour de points de fonctionnement. Ainsi, pour s'affranchir d'une

connaissance parfaite de la dynamique du système, nous proposons de synthétiser un modèle flou permettant de décrire le comportement nominal du système. Celui-ci est reconstruit avec un système flou de type Takagi-Sugeno qui utilise les modèles locaux du système, obtenus par linéarisation autour des points de fonctionnement dont on dispose. Les gains du Super Twisting sont obtenus à l'aide de deux systèmes adaptatifs flous, dont la mise à jour est effectuée à l'aide de deux lois d'adaptation déduites de l'étude de stabilité au sens de Lyapunov. Ce papier est structuré comme suit : après avoir calculé le modèle nominal et introduit la commande par modes glissants d'ordre deux d'un système mono-entrée mono-sortie dans la section 2, nous présentons la mise en œuvre de la commande proposée la section 3. Pour montrer les performances de poursuite et l'efficacité de la méthode développée, un exemple de simulation est considéré dans la section 4.

## II. FORMULATION DU PROBLEME

On considère un système non linéaire incertain et perturbé mono-entrée mono-sortie d'ordre  $n$  décrit par :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u(t) + d \\ y = x \end{cases} \quad (1)$$

Où  $f(x)$  et  $g(x)$  sont deux fonctions non linéaires continues et incertaines bornées.  $u$  et  $y$  représentent respectivement l'entrée et la sortie du système, et  $d$  les perturbations externes inconnues. On note par  $\underline{x} = [x, \dot{x}, \dots, x^{n-1}]^T$  le vecteur d'état. Nous considérons que les deux fonctions  $f(x)$  et  $g(x)$  peuvent être écrites respectivement comme la somme d'une fonction nominale et d'une incertitude inconnue mais bornée :

$$\begin{cases} f(x) = f_0(x) + \Delta f(x); |\Delta f(x)| < \Delta_f \\ g(x) = g_0(x) + \Delta g(x); |\Delta g(x)| < \Delta_g \end{cases} \quad (2)$$

Où  $\Delta_f$  et  $\Delta_g$  sont deux constantes positives. En substituant (2) dans (1), on obtient :

$$\begin{cases} \dot{x} = f_0(x) + g_0(x) \cdot u(t) + D \\ y = x \end{cases} \quad (3)$$

Avec

$$D = \Delta f(x) + \Delta g(x)u + d \quad (4)$$

Le modèle nominal du système peut être obtenu par identification ou par approximation par un système flou. Nous considérons le second cas, car il nous permet d'exploiter des informations linguistiques émanant de l'expert humain. L'approximation peut être faite soit à l'aide d'un système flou de type Takagi-Sugeno classique, ou d'un système adaptatif. Ce dernier permet certes d'obtenir de bons résultats mais nécessite un temps de calcul et d'apprentissage proportionnel à la taille du système. Par ailleurs, les techniques de linéarisation nous permettent de transformer les informations sur la dynamique du système en modèles locaux autour de certains points de fonctionnement. Ainsi, pour le calcul du modèle nominal, Takana et Sugeno on proposé un modèle flou dynamique constitué de règles dont la partie conclusion est mise sous la forme de représentation d'état linéaire de la forme [8],[13] :

$$\dot{x}^{(n)} = A_i \underline{x}_i + B_i u \quad (5)$$

Où  $A_i$  et  $B_i$  sont deux matrices de dimension appropriées  $i=1,2,\dots,r$ .

Cette information est fusionnée avec les règles SI ALORS disponibles à la  $i$ ème règle de la forme :

Si  $\underline{x}_1$  est  $H_1^i$  Et  $\underline{x}_2$  est  $H_2^i$  Et ..... Et  $\underline{x}_n$  est  $H_n^i$  ALORS

$$\dot{x}^{(n)} = A_i \underline{x}_i + B_i u \quad (6)$$

Où  $H_j^i, j = 1, 2, \dots, n$  est la  $j$ ème ensemble flou de la  $i$ ème règle.

Soient  $\mu_j^i, j = 1, 2, \dots, n$  le degré d'appartenance de  $\underline{x}_j$  à l'ensemble flou  $H_j^i$  et  $w^i = \prod_{j=1}^n \mu_j^i(\underline{x}_j); i = 1, 2, \dots, r$ . Pour

une paire  $(\underline{x}, u)$  donnée, le modèle flou du système résultant apparaît comme une moyenne pondérée des modèles locaux. Si l'on utilise le produit comme moteur d'interférence et le centre de gravité pour la defuzzification, la sortie du système flou sera donnée par :

$$\dot{x}^{(n)} = \frac{\sum_{i=1}^r w^i [A_i \underline{x}_i + B_i u]}{\sum_{i=1}^r w^i} = \frac{\sum_{i=1}^r w^i [A_i \underline{x}_i]}{\sum_{i=1}^r w^i} + \frac{\sum_{i=1}^r w^i [B_i u]}{\sum_{i=1}^r w^i} \quad (7)$$

si l'on note par  $f_0(\underline{x}) = \left[ \frac{\sum_{i=1}^r w^i A_i \underline{x}_i}{\sum_{i=1}^r w^i} \right]$  et  $g_0(\underline{x}) = \left[ \frac{\sum_{i=1}^r w^i B_i}{\sum_{i=1}^r w^i} \right]$ ,

alors le modèle nominal flou sera donné par :

$$\dot{x}^{(n)} = f_0(\underline{x}) + g_0(\underline{x})u \quad (8)$$

L'objectif est de déterminer une commande par modes glissants d'ordre supérieur de telle sorte que la sortie du système,  $y$ , suit une trajectoire de référence,  $y_r$ , i.e., l'erreur de poursuite :  $e = y_r - y$  converge vers zéro en présence d'incertitudes et de perturbations. On considère la surface de glissement donnée par [3].

$$s(\underline{x}, t) = \left( \frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{(n-1)} e \quad (9)$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^{n-k-1} \lambda^{(k)} e \quad (10)$$

Où  $\lambda$  est une constante positive, qui définit la pente de la surface de glissement. La stratégie de commande par modes glissants se fait en deux phases : la première est la phase d'approche quand  $s(\underline{x}, t) \neq 0$ , la seconde phase est celle de glissement quand  $s(\underline{x}, t) = 0$ . La condition suffisante pour assurer la transition de la trajectoire de l'erreur de poursuite de la phase d'approche à celle du glissement est :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2(\underline{x}, t) = s(\underline{x}, t) \dot{s}(\underline{x}, t) \leq -\eta |s(\underline{x}, t)|; \eta > 0 \quad (11)$$

avec

$$\begin{aligned} \dot{s}(\underline{x}, t) &= \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^{n-k-1} (\lambda)^k \dot{e} \quad (12) \\ &= (y_r - y)^n + \delta_s \quad (13) \end{aligned}$$

Où  $\delta_s = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{(n-1)!}{k!(n-k-1)!} \left( \frac{\partial}{\partial t} \right)^{n-k-1} (\lambda)^k \dot{e}$

La dérivée de  $s(\underline{x}, t)$  peut être exprimée sous la forme :

$$\dot{s}(\underline{x}, t) = \delta_s + y_r^n - f_0(\underline{x}) - g_0(\underline{x})u - D \quad (14)$$

Lorsque le système est restreint à la surface de glissement  $s(\underline{x}, t) = 0$ , il est régi par une commande équivalente  $u_{eq}$ . Elle est obtenue grâce aux conditions d'invariance de la surface  $s(\underline{x}, t) = 0$  et  $\dot{s}(\underline{x}, t) = 0$  [9]. En annulant l'équation (14), on obtient la commande équivalente :

$$u_{eq} = \frac{1}{g_0(\underline{x})} \left[ -f_0(\underline{x}) + \delta_s + y_r^{(n)} \right] \quad (15)$$

La commande globale est composée en plus de deux termes du Super Twisting  $u_1$  et  $u_2$  avec :

$$\dot{u}_1 = \lambda_1 \text{sign}(s(\underline{x}, t)) \text{ et } u_2 = \lambda_2 |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})} \text{sign}(s(\underline{x}, t))$$

En faisant la somme des termes correspondants à la commande équivalente et au super twisting, on obtient la commande globale :

$$u = \frac{1}{g_0(\underline{x})} \left[ -f_0(\underline{x}) + \delta_s + y_r^n + \int_0^t \lambda_1 \text{sign}(s(\underline{x}, t)) dt + \lambda_2 |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})} \text{sign}(s(\underline{x}, t)) \right] \quad (16)$$

En substituant (15) dans (11), on obtient :

$$\left( \delta_s + y_r^{(n)} - f_0(\underline{x}) - g_0(\underline{x})u - D \right) \text{sign}(s(\underline{x}, t)) \leq \eta \quad (17)$$

La commande globale nous permettant de satisfaire la condition de transition et de stabilité (11) est donnée par :

$$-\lambda_1 t - \lambda_2 |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})} - D \text{sign}(s(\underline{x}, t)) \leq \eta \quad (18)$$

Ainsi pour satisfaire la condition (11), il suffit de faire un choix approprié de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  telle que.

$$\lambda_1 t + \lambda_2 |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})} \geq \eta + |D| \quad (19)$$

Nous remarquons que la commande (16) ne dépend que des paramètres  $\lambda$ ,  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  et des fonctions nominales approximées  $f_0(\underline{x})$  et  $g_0(\underline{x})$ . En régime permanent, on aura  $s(\underline{x}, t) = 0$ , le choix de  $\lambda_1 \geq |\underline{x}|_{max}$  va nous permettre de satisfaire la condition (11) au démarrage. Cependant, pour un choix optimal de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  en phase d'approche, la connaissance de la borne supérieure de  $D$  qui dépend de la commande  $u$  comme indiqué dans (4) s'impose. Néanmoins, même si le problème de la détermination de la borne supérieure de  $D$  est résolu, la présence de la fonction  $\text{sign}(s(\underline{x}, t))$  provoque un phénomène de chattering. Même s'il est d'un ordre moins important que dans la commande par modes glissants classique, il est toujours résiduel surtout pour des perturbations d'amplitudes assez importantes. Une des méthodes pour éliminer le phénomène de chattering, consiste à définir une bande de transition au voisinage de la surface de glissement. Néanmoins, afin de garder les mêmes performances de poursuite, l'introduction de cette bande induit des sollicitations initiales. Ainsi, il faut trouver un compromis entre le niveau de performances de poursuite (temps de réponse petit et une commande sans chattering) et une commande au démarrage convenable. L'objectif de l'approche proposée dans la section suivante est d'utiliser la même structure de commande tout en lisant son signal sans pour autant diminuer les performances de poursuite.

### III. MISE EN OEUVRE DE LA COMMANDE PROPOSEE

Dans cette section, nous allons remplacer les deux signaux de commutation  $u_1$  et  $u_2$  respectivement, par deux signaux de commandes issus de deux systèmes flous adaptatifs afin de lisser le signal de commande. Les lois d'adaptations des paramètres ajustables des systèmes flous sont déduites de l'étude de la stabilité du processus en boucle fermée au sens de Lyapunov. Cette adaptation de plus de lisser la commande va nous permettre d'anticiper au mieux les perturbations brusques où à amplitudes assez importantes en nous fournissant à chaque instant les valeurs optimales ( $\lambda_1^*$  et  $\lambda_2^*$ ) de  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ .

#### A. Description du système flou

Comme cité dans la première section et en conservant les mêmes choix pour la fuzzification et pour la défuzzification les systèmes flous peuvent être donnés sous la forme :

$$h(x_1, \dots, x_n) = \frac{\sum_{j=1}^r h^j \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^r \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)} \quad (20)$$

L'équation (22) peut être reformulée sous la forme vectorielle :

$$h(x) = \theta^T \xi(x) \quad (21)$$

où  $\theta = [h^1, h^2, \dots, h^r]^T$  vecteur des paramètres ajustables, et  $\xi(x) = [\xi^1, \dots, \xi^r]^T$  le vecteur de régression dont la  $j^{ème}$

composante est donnée par :  $\xi = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^r \prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}$ .

#### B. Mise en œuvre de la commande

Dans cette section, on va étudier la stabilité et la robustesse du système bouclé en utilisant deux systèmes flous adaptatifs pour remplacer les fonctions  $u_1(s) = \int_0^t \lambda_1 \text{sign}(s(\underline{x}, t))$  et  $u_2(s) = \lambda_2 |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})} \text{sign}(s(\underline{x}, t))$ . Les termes de la composante de haute fréquence de la commande seront donnés par :  $\hat{u}_1 = \theta_1^T \xi t$  et  $\hat{u}_2 = |s|^{(\frac{1}{2})} \theta_2^T \xi$ .  $\hat{u}_1(s)$  et  $\hat{u}_2(s)$  sont deux systèmes flous sous la forme (21) dont la seule entrée est la valeur de la surface de glissement  $s(x, t)$ , et les valeurs optimales vérifient  $|\hat{u}_1^*(s)| = \lambda_1^* t$  et  $|\hat{u}_2^*(s)| = \lambda_2^* |s|^{(\frac{1}{2})}$ .

Ainsi, la loi de commande proposée est donnée par :

$$u = \frac{1}{g_0(\underline{x})} \left[ -f_0(\underline{x}) + \delta_s + y_r^n + \hat{u}_1 + \hat{u}_2(s) \right] \quad (22)$$

On considère la fonction de Lyapunov suivante :

$$V = \frac{s^2}{2} + \frac{1}{2\gamma_1} \tilde{\theta}_1^T \tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2\gamma_2} \tilde{\theta}_2^T \tilde{\theta}_2 \quad (23)$$

Avec :  $\tilde{\theta} = \theta - \theta^*$ ,  $\theta^*$  est la valeur optimale de  $\theta$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont deux constantes positives d'apprentissages.

Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{V} = \dot{s}(\underline{x}, t)s(\underline{x}, t) + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T\dot{\theta}_1 + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\theta}_2^T\dot{\theta}_2 \quad (24)$$

En utilisant la loi de commande (22), la dérivée de la surface devient :

$$\begin{aligned} \dot{s}(\underline{x}, t) &= \delta_s + y_r^{(n)} - f_0(\underline{x}) - g_0(\underline{x}) \times \frac{1}{g_0(\underline{x})} [\delta_s - f_0(\underline{x}) \\ &\quad + y_r^{(n)} + \hat{u}_1(s) + \hat{u}_2(s) - D \end{aligned} \quad (25)$$

En simplifiant on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{s}(\underline{x}, t) &= -\hat{u}_1(s) - \hat{u}_2(s) - D \\ &= -\hat{u}_1(s) - \hat{u}_1^*(s) + \hat{u}_1^*(s) - \hat{u}_2(s) - \hat{u}_2^*(s) + \\ &\quad \hat{u}_2^*(s) - D \end{aligned} \quad (26)$$

où  $\hat{u}_2^*(s) = |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})}\theta_2^*\xi(s)$  et  $\hat{u}_1^*(s) = \theta_1^*\xi(s)t$  ainsi la dérivée sur la surface de glissement peut être donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{s}(\underline{x}, t) &= -(\theta_1 - \theta_1^*)^T \xi(s)t - (\theta_2 - \theta_2^*)^T |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})}\xi(s) - \hat{u}_2^*(s) \\ &\quad - \hat{u}_1^*(s) - D \end{aligned} \quad (27)$$

En substituant (27) dans (24), on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\tilde{\theta}_1^T s(\underline{x}, t)\xi(s)t - \tilde{\theta}_2^T (s(\underline{x}, t)|s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})}\xi(s) - \\ &\quad s(\underline{x}, t)(\hat{u}_2^*(s) + \hat{u}_1^*(s)) + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T\dot{\theta}_1 + \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\theta}_2^T\dot{\theta}_2 - Ds(\underline{x}, t) \end{aligned} \quad (28)$$

qu'on peut simplifier sous la forme :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -s(\underline{x}, t)(\hat{u}_2^*(s) + \hat{u}_1^*(s)) + \frac{1}{\gamma_1}\tilde{\theta}_1^T (\dot{\theta}_1 - \gamma_1 s(\underline{x}, t)\xi(s)t) + \\ &\quad \frac{1}{\gamma_2}\tilde{\theta}_2^T (\dot{\theta}_2 - \gamma_2 s(\underline{x}, t)|s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})}\xi(s)) - Ds(\underline{x}, t) \end{aligned}$$

si l'on choisit les lois d'adaptations suivantes :

$$\dot{\theta}_1 = \gamma_1 s(\underline{x}, t)\xi(s)t \quad (29)$$

$$\dot{\theta}_2 = \gamma_2 s(\underline{x}, t)|s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})}\xi(s) \quad (30)$$

On obtient :

$$\dot{V} = -s(\underline{x}, t)(\hat{u}_2^*(s) + \hat{u}_1^*(s)) - s(\underline{x}, t)D$$

$$\dot{V} = -s(\underline{x}, t) \left( |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})}\lambda_2^* \text{sign}(s(\underline{x}, t)) \right)$$

$$+ \lambda_1^* t \text{sign}(s(\underline{x}, t)) - s(\underline{x}, t)D$$

$$\dot{V} = -s(\underline{x}, t)D - \left( \lambda_1^* t + \lambda_2^* |s(\underline{x}, t)|^{(\frac{1}{2})} \right) |s(\underline{x}, t)| \leq 0$$

Ainsi la commande proposée permet d'assurer la robustesse et la stabilité d'un système non linéaire perturbé. De plus sa simplicité permet une implementation pour une commande en temps réel. La procédure de mise en œuvre de cette méthode se fait en deux étapes :

### Hors ligne

Définir la surface de glissement et déterminer le coefficient  $\lambda$ .

Définir les fonctions d'appartenance des systèmes flous ainsi que les taux d'apprentissages  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ .

### en ligne

Déduire la commande (22) en introduisant les fonctions nominales  $f_0(\underline{x})$  et  $g_0(\underline{x})$ .

Effectuer les mises à jour des paramètres ajustables  $\theta_1$  et  $\theta_2$  en utilisant les lois d'adaptations (29) et (30).

## IV. EXEMPLE DE SIMULATION

Pour prouver l'efficacité de l'approche proposée et comparer ses performances, la commande (16) et (22) sont appliquées à un bras de robot actionné avec un moteur à courant continu. Ce système électromécanique représenté par la figure (1) se compose d'un bras avec un seul degré de liberté, de longueur  $l$  et de masse  $m$ .  $\alpha$  est l'angle de rotation du bras par rapport à la verticale. La dynamique du système est décrite par l'équation différentielle du 3ème ordre suivante :

$$\begin{cases} \alpha^{(3)} = f_0(\alpha, \dot{\alpha}) + g_0(\alpha, \dot{\alpha})u + D \\ f_0(\alpha, \dot{\alpha}) = -\frac{R}{L} - \left( \frac{K_b N^2 K_t}{ml^2 L} + \frac{g}{l} \cos \alpha \right) \dot{\alpha} - \frac{Rg}{lL} \sin \alpha \\ g_0(\alpha, \dot{\alpha}) = \frac{K_t N}{ml^2 L} \end{cases} \quad (31)$$

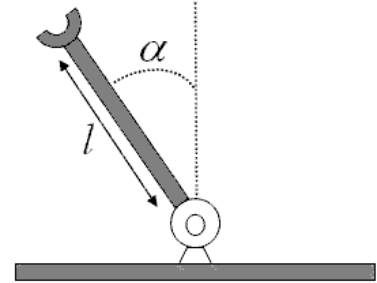


Fig. 1. Bras de robot avec moteur à courant continu

Où  $\alpha^{(3)}$ ,  $\ddot{\alpha}$  et  $\dot{\alpha}$  sont les dérivées de l'angle  $\alpha$ . La définition et la valeur des paramètres  $g, L, R, N, K_b$  et  $K_t$  sont donnés par le Tableau (1).  $D = d + \Delta f + \Delta g$  est la somme des perturbations externes et des incertitudes du modèle. Comme dans [15], le modèle nominal flou est obtenu en utilisant 2 règles décrivant la dynamique du système autour des points de fonctionnements 0 et  $\pm \frac{\pi}{2}$ .

**Règle1** : Si  $x_1(t)$  est proche de 0

**Alors**

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_1 u(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (32)$$

**Règle2** : Si  $x_1(t)$  est proche de  $\pm \pi/2$

**Alors**

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_2 u(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (33)$$

Où :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{-Rg}{lL} & -\frac{g}{l} - \frac{K_b N^2 K_t}{ml^2 L} & \frac{R}{L} \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_t N}{ml^2 L} \end{bmatrix}$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{-Rg}{lL} & -\frac{K_b N^2 K_t}{ml^2 L} & \frac{R}{L} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_t N}{ml^2 L} \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 1 \quad 0] \text{ et } x(t) = [\alpha \quad \dot{\alpha} \quad \ddot{\alpha}]$$

La somme des incertitudes et des perturbations des modèles (1) et (2) est donnée par le vecteur  $\Phi = [0, 0, D]^T$ .

TABLE I  
LES PARAMÈTRES DU MODÈLE

Masse du bras	$m = 2Kg$
Gravité	$g = 9.81m/s^2$
Longueur du bras	$l = 0.5m$
Résistance	$R = 1.5\Omega$
Inductance	$L = 0.05H$
Constante FEM	$K_b = 0.2$
Constante du couple moteur	$K_t = 0.3$
Rapport de réduction	$N = 60$

Comme le système est d'ordre 3 et d'après (10) la surface de glissement sera donnée par :  $s = \ddot{e} + 2\lambda\dot{e} + \lambda^2 e$ . On suppose que les incertitudes sur le modèle peuvent atteindre 50 %. La trajectoire désirée est sinusoïdale de la forme  $y_r = \sin(2t)$ . Pour vérifier la robustesse de l'approche proposée, on a appliqué au système une perturbation de la forme  $d(t) = \sin(3t) + \sin(2t) + \psi$ ,  $\psi$  est un signal carré d'amplitude  $\pm 1$  et de période 1seconde. Le système est supposé à l'instant initial à l'état  $x(0) = [1 \quad 0 \quad 0]$ . On choisit la pente de glissement et les constantes de commande respectivement :  $\lambda = 8, \lambda_1 = 6$  et  $\lambda_2 = 14$ .

Les résultats de simulation en utilisant la loi de commande (16) sont donnés par la figure 2 et 3. La figure (2) montre les bonnes performances de poursuite de trajectoire en position et en vitesse.

La figure (3.a) affirme une convergence rapide de l'erreur de poursuite en position vers zéro, tandis que la figure (3.b) montre que le signal de commande manifeste des variations rapides d'une certaine importance qui sont dues au phénomène du chattering.

Dans un deuxième temps, on a effectué des simulations sur le même exemple en utilisant la commande proposée (22). Pour générer les systèmes flous adaptatifs, on a considéré six ensembles flous en fonction de la variable de glissement  $s(x, t)$  : Grand Négatif, Négatif, Zéro, Positif et Grand Positif. Les deux facteurs d'apprentissages ont les valeurs  $\gamma_1 = 8$  et  $\gamma_2 = 20$ . La transition entre la phase d'approche et celle de glissement le long de la surface  $s(x, t)$  s'effectue quand la valeur de celle-ci est nulle. Par conséquent, l'étude faite par Hamzaoui et al [5] a montré que plus le support de la fonction d'appartenance correspondant à l'ensemble flou Zéro est petit, meilleure est la poursuite. Afin de garantir les bonnes performances de poursuite tout en lissant le signal de commande, l'ensemble flou triangulaire correspondant à l'ensemble Zéro est choisi de largeur 0.05.

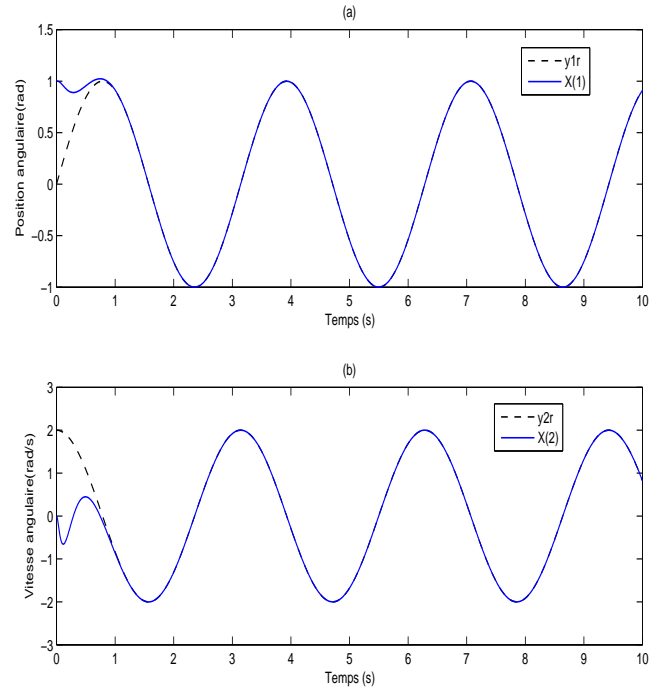


Fig. 2. Les trajectoires du bras, de position (a) et de vitesse (b)

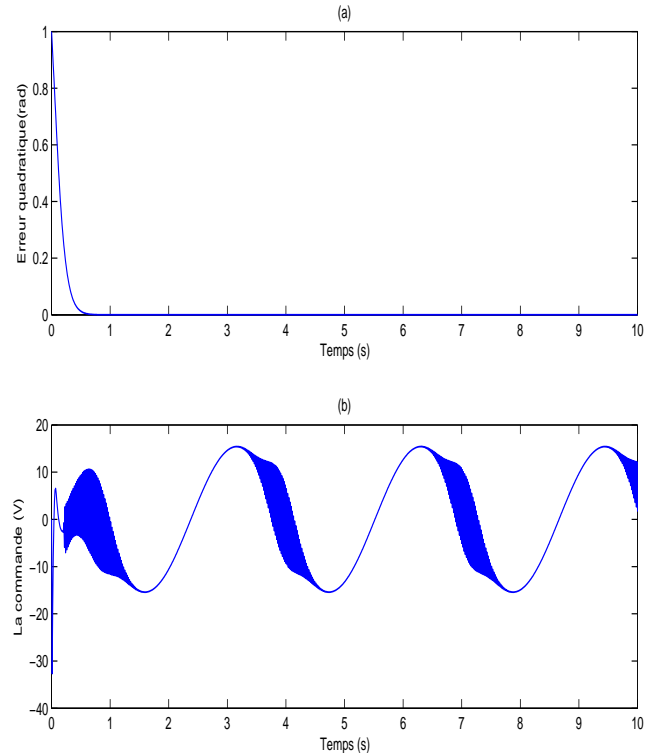


Fig. 3. (a) Erreur quadratique en position du bras, (b) Effort appliqué

Les résultats de simulation qui sont donnés par les figure (4) et (5) montrent les bonnes performances de poursuite. La figure (5.b) montre clairement que le signal de commande est lisse et ne manifeste aucune variation, ce qui prouve que le chattering est éliminé.

## V. CONCLUSION

Dans ce travail, une commande d'un système non linéaire incertain et perturbé par modes glissants d'ordre deux est présentée. La commande est générée à partir d'un modèle nominal flou de type Takagi-Sugeno, obtenu en exploitant les modèles locaux par linéarisation autour de certains points de fonctionnement. Deux systèmes flous adaptatifs sont introduits pour remplacer les deux termes de commutation, pour s'affranchir de certaines contraintes et éliminer le chattering. La stabilité et la robustesse du système bouclé sont prouvées analytiquement. La mise à jour des paramètres ajustables des deux systèmes flous sont assurées par les lois d'adaptations déduites de l'étude de stabilité au sens de Lyapunov. Plusieurs résultats de simulation sont présentés pour montrer l'efficacité de l'approche proposée. Comme suite à ce travail, l'implémentation de cette approche sur un banc d'essais est en cours d'élaboration.

## RÉFÉRENCES

- [1] Fridman L. et Levant A. *Higher-Order Sliding Modes*. in : *Sliding Mode Control in Engineering*. Marcel Dekker, Inc. New York. 2002. pp.53-101.
- [2] Perruquetti w. et Barbot J.P. *Sliding Mode Control in Engineering*. Marcel Dekker, Inc. New York. 2002.
- [3] Slotine J.J. et Weiping L. *Applied Nonlinear Control*. Printice-Hall, New Jersey, 1991.
- [4] Utkin V. *Sliding modes in Control Optimization*. Springer-Verlag, 1992.
- [5] Hamzaoui A., Essounboulou N. et Zaytoon J. Commande par mode glissant flou d'un système non linéaire incertain. *Electronique des Sciences et Technologies de l'Automatique, e-STA*, SEE, 2003.
- [6] Emel'yanov S.V., Korovin S.V. et Levantovsky L.V. Drift algorithm in control of certain process. *Problems on Control and Information Theory*, vol. 15(6), pp.2015-2028.1986.
- [7] Levantovsky L.V. Second order sliding algorithms : their realization. *Dynamics of Heterogeneous Systems*, pp. 32-43.
- [8] Takana K. et Sugeno M. Stability analysis and design of fuzzy control systems. *Fuzzy Sets Systems*, vol. 45, pp. 135-156, 1992.
- [9] Utkin V. Variable structure systems with sliding modes. *IEE Transaction on Automatic Control*, vol.ac-22. no.2, 1977.
- [10] Ouiguini R. Une commande robuste par mode glissant flou appliquée à la poursuite de trajectoire d'un robot mobile non holonome. Conférence internationale sur les systèmes de télécommunications, d'électronique médicale et d'automatique, CISTEMA, Tlemcin, Algérie, 27-29 septembre 2003.
- [11] Hajri S. Commande dynamique par mode glissant application à la robustification des processus complexes. Thèse de doctorat de l'Université des Sciences et Technologie de Lille, 27 janvier 1997.
- [12] Hussain A. Contribution à la commande adaptative par modes glissants. Thèse de doctorat de l'Université Reims Champagne Ardenne, 2 décembre 2008.
- [13] Mansouri B. Contribution à la synthèse de lois de commandes en poursuite de trajectoire pour les systèmes flous de tupe Takagi Sugeno incertains. Thèse de doctorat de l'Université Reims Champagne Ardenne, 9 décembre 2005.
- [14] Spiewak J.M. Contribution à la cordination de flottille de véhicules sous-marins autonomes. Thèse de doctorat de l'Université Montpellier II, 28 septembre 2007.
- [15] Kook B.B. and Chul Hum W. Adaptive control of robot manipulator using fuzzy compensator. *IEE Transaction on Fuzzy Systems*, vol.8. no.2, pp. 718-737, April 2000.

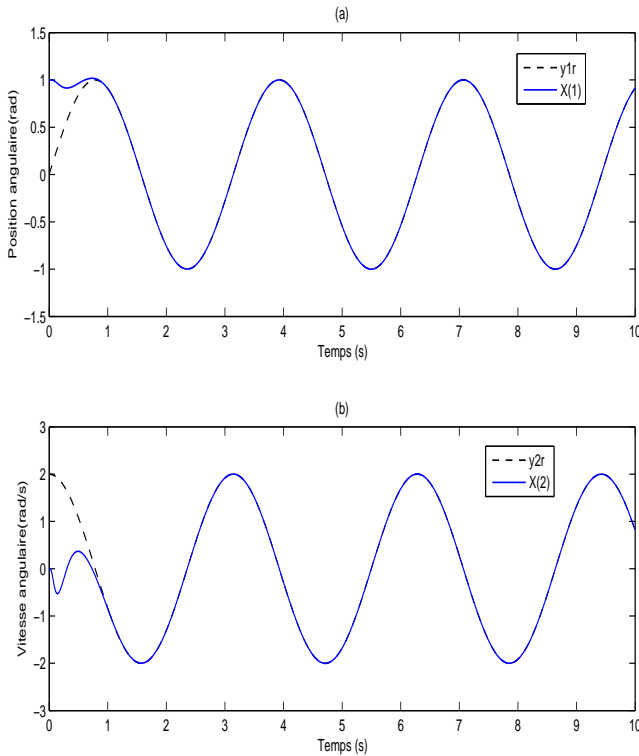


Fig. 4. Les trajectoires du bras, de position (a) et de vitesse (b)

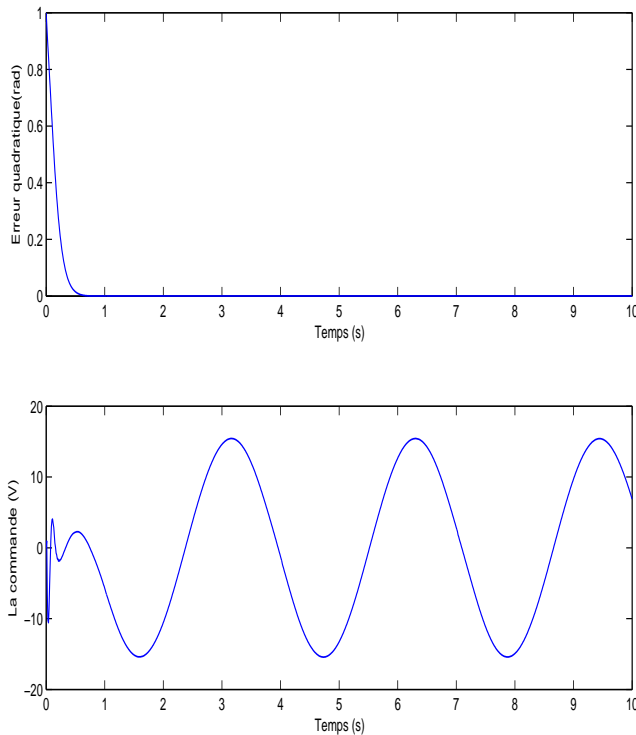


Fig. 5. (a) Erreur quadratique en position du bras, (b) Effort appliqué