

Contrôle LPV de la dynamique du véhicule

Abdelhamid RABHI, Jérôme BOSCHE, Ahmed EL HAJJAJI

Laboratoire Modélisation, Information et Systèmes (MIS)

7, rue du moulin neuf. 80000 Amiens, France.

abdelhamid.rabhi@u-picardie.fr, jerome.bosche@u-picardie.fr, ahmed.hajjaji@u-picardie.fr

Résumé— Cette communication concerne l’assistance à la conduite du véhicule automobile en utilisant l’approche LPV. Un modèle simple à 4 degrés de liberté (4ddl) est considéré, prenant la variation dans le temps de la vitesse longitudinale en considération. Ensuite, une stratégie de commande basée sur le retour de sortie statique est proposée. Les conditions de synthèse sont formulées en termes d’Inégalités Matricielles Linéaires (LMI). Pour illustrer notre approche, des résultats validés sur le simulateur professionnel CarSim sont présentés.

Mots-clés— Commande LPV, dynamique du véhicule, robustesse, LMI, \mathcal{D} -stabilisation, CarSim

I. INTRODUCTION

Le contrôle de la dynamique des véhicules automobiles en vue d’améliorer la sécurité et le confort des passagers, continue à être un domaine de recherche très actif comme en témoigne le nombre de programmes de recherche et de publications dans ce domaine [1], [2], [3], [4]. Bien que des systèmes de sécurité active basés sur des boucles de régulation sont actuellement intégrés dans la majorité des véhicules récents, les exigences accrues des utilisateurs incitent les chercheurs et les professionnels de l’automobile (constructeurs, équipementiers) à concentrer leurs efforts en vue d’améliorer les performances des véhicules en termes de stabilité et de tenue de route. L’un des grands challenges concerne le développement des systèmes d’assistance à la conduite permettant aux véhicules de s’adapter de manière optimale aux différentes situations lors des manoeuvres de changements de direction, d’accélération ou de freinage, en vue de réduire le nombre d’accidents de la route qui provoquent chaque année de nombreux décès.

Afin d’atteindre ces objectifs, les outils de contrôle avancés trouvent un champ d’applications très intéressant. Cependant, bon nombre de ces outils sont basés sur des modèles à paramètres constants qui ne prennent pas en compte certains phénomènes, liés à des paramètres qui eux, varient dans le temps, et qui peuvent s’avérer déterminants pour la sécurité du conducteur.

Il est donc important de prendre en considération les phénomènes les plus pertinents dans l’évaluation du risque en développant des modèles plus sophistiqués. C’est le cas dans cet article où le modèle du véhicule considéré est du type LPV (Linéaire à Paramètres Variants). Plus précisément, un modèle du véhicule à quatre degrés de liberté est utilisé. Ce modèle varie dans le temps en fonction de la vitesse longitudinale permettant ainsi de tenir compte de l’impact de cette dernière sur la tenue de route du véhicule. Cette approche de modélisation, déjà utilisée par ailleurs [6], est intéressante du fait que la vitesse longitudinale du véhicule peut être facilement estimée. Notre problème de commande consiste alors à introduire une action additive au braquage du conducteur permettant de

garantir une bonne tenue de route, même lors de situations délicates de conduite (angle de braquage excessif) qui, en temps normal, pourraient amener le véhicule à se renverser. Cette action additive est générée en temps réel à l’aide d’un correcteur LPV. Ce type de correcteur a déjà fait l’objet de nombreuses discussions scientifiques dans le domaine de l’automatique [12], [13], [14]. L’outil de commande présenté dans le cadre de cet article repose sur des techniques de placement non strict de pôles ([7], [9], [8] et [15]) par retour de sortie dans le plan de Laplace. Ce concept, désormais plus connu sous le terme \mathcal{D} -stabilisation, permet de garantir certaines performances transitoires comme le temps de réponse ou l’amortissement. Les lois de commande inhérentes à ce concept sont obtenues en résolvant des systèmes LMI (Inégalités Matricielles Linéaires). Cet article est organisé comme suit : après cette introduction, quelques outils théoriques concernant la modélisation des systèmes LPV sous forme polytopique et la \mathcal{D} -stabilisation de tels systèmes par une matrice unique de retour statique de sortie sont rappelés. Une condition LMI permettant le calcul d’un correcteur LPV par retour de sortie pour une classe particulière de modèles polytopiques est alors proposée dans cette même section. Ces outils sont ensuite utilisés dans la section III afin d’assister le conducteur dans sa conduite lorsqu’il soumet le véhicule à des manoeuvres délicates. La section IV permet une illustration et une validation des techniques de commande proposées à l’aide du simulateur professionnel CarSim. Des conclusions et des perspectives sont finalement données dans la section V.

II. \mathcal{D} -STABILISATION DES MODÈLES LPV

Les modèles Linéaires à Paramètres Variant (LPV) dans le temps sont très souvent utilisés pour décrire la dynamique des systèmes physiques. Ainsi ce type de modélisation est considéré dans cet article. Dans cette section, une représentation générale de ces modèles sous forme polytopique est d’abord donnée. Puis une condition LMI permettant le calcul d’une matrice K associée à un retour statique de sortie, permettant de placer les pôles d’un modèle LTI (Linéaire et Invariant dans le Temps) dans une région \mathcal{D} du plan complexe est rappelée. Finalement, une autre condition LMI est proposée, permettant cette fois-ci le calcul de $K(\theta)$, toujours associée à un retour statique de sortie, mais dépendant des paramètres variants du modèle.

A. Représentation polytopique des modèles LPV

Considérons le modèle \mathcal{M} suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\rho(t))x(t) + Bu(t) \\ y(t) = C(\rho(t))x(t) + Du(t) \end{cases} \quad (1)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur des entrées, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ représente le vecteur de sortie et $\rho(t) \in \mathbb{R}^q$ est le vecteur contenant les paramètres variants dans le temps. $\rho(t)$ évolue dans un polytope \mathcal{T} à $N = 2^q$ sommets T_1, T_2, \dots, T_N :

$$\rho(t) \in \mathcal{Co}\{T_1, \dots, T_N\} \equiv \left\{ \sum_{i=1}^N (\theta_i T_i) \right\} \quad (2)$$

où $\theta \in \Theta$, est le vecteur des coordonnées barycentriques défini tel que :

$$\Theta = \left\{ \theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_N \end{bmatrix} \in \{\mathbb{R}^+\}^N \mid \sum_{i=1}^N \theta_i = 1 \right\}. \quad (3)$$

Dans cet article, il est supposé que chaque paramètre $\rho_j(t)$ est accessible à la mesure ou que son estimation est toujours possible, et qu'il appartient à un intervalle défini au préalable tel que :

$$\underline{\rho}_j \leq \rho_j(t) \leq \overline{\rho}_j \quad \forall j \in [1, \dots, q] \quad (4)$$

Le modèle décrit en (1) peut alors être représenté sous la forme compacte :

$$M(\theta) = \left[\begin{array}{c|c} A(\theta) & B \\ \hline C(\theta) & D \end{array} \right] \in \mathbb{R}^{(n+p) \times (n+m)} \quad (5)$$

où la matrice $\mathbb{M} = M(\theta)$ appartient au polytope de matrices \mathcal{M} défini par :

$$\mathcal{M} = \left\{ \mathbb{M} = M(\theta) = \sum_{i=1}^N \left(\theta_i \left[\begin{array}{c|c} A_i & B \\ \hline C_i & D \end{array} \right] \right) \right\} \quad (6)$$

Pour chaque sommet M_i , $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est la matrice d'état, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$ est la matrice d'entrée, $C_i \in \mathbb{R}^{p \times n}$ représente la matrice de sortie et D la matrice de transmission directe.

Dans le cadre de cet article, nous supposons une famille de modèles LPV particulière. A savoir, il est supposé que la matrice d'observation $C(\rho(t))$ peut toujours s'exprimer de la façon suivante :

$$C(\theta) = \Omega(\theta) C_\rho \quad (7)$$

où $C_\rho \in \mathbb{R}^{p \times n}$ est une matrice constante et $\Omega(\theta) \in \mathbb{R}^{p \times p}$ est une matrice non singulière, dépendant linéairement des paramètres ρ_j variant dans le temps :

$$\Omega(\theta) = \sum_{i=1}^N \theta_i \Omega_i \quad \text{et} \quad \text{rank}(\Omega) = p \quad (8)$$

Remarquons bien que les paramètres de la matrice d'entrée ainsi que ceux de la matrice de transmission directe sont considérés invariants dans le temps, c'est-à-dire

$$B(\theta) = B \quad \text{et} \quad D(\theta) = D \quad (9)$$

Prenant en considération (7) et (9), la matrice \mathbb{M} définie en (6) devient :

$$\mathbb{M} = M(\theta) = \sum_{i=1}^N \left(\theta_i \left[\begin{array}{c|c} A_i & B \\ \hline \Omega_i C_\rho & D \end{array} \right] \right) \quad (10)$$

B. \mathcal{D} -stabilisation d'un modèle local M_i

Pour chaque modèle local, les matrices A_i et Ω_i sont constantes et les modèles locaux M_i définis tels que

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B u(t) \\ y(t) = \Omega_i C_\rho x(t) + D u(t) \end{cases} \quad (11)$$

sont donc Linéaires et Invariants dans le Temps (LTI). Dans cette section, une loi de commande du type $u(t) = K_i y(t)$ est considérée pour chaque modèle local (11). Il est donc question de calculer une matrice K_i , plaçant les valeurs propres de la matrice d'état en boucle fermée d'un modèle M_i à l'intérieur d'une région, notée \mathcal{D} , du plan complexe. Pour ce faire, une condition $\mathcal{LM}\mathcal{I}$ permettant ce calcul est rappelée. Ici, la région \mathcal{D} correspond à une région $\mathcal{EM}\mathcal{I}$ (Ellipsoidal Matrix Inequality) [8] de degré 1, décrit telle que :

$$\mathcal{D} = \{z \in \mathbb{C} \mid r_{00} + r_{10}z + r'_{10}\bar{z} + r_{11}z\bar{z} \prec 0\} \quad (12)$$

où

$$R = R' = \begin{bmatrix} r_{00} & r_{10} \\ r'_{10} & r_{11} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \quad \text{et} \quad r_{11} \succeq 0 \in \mathbb{R}. \quad (13)$$

Lorsque le spectre des valeurs propres d'une matrice est strictement cloisonné dans une région \mathcal{D} , alors cette matrice est \mathcal{D} -stable. Bien entendu, placer les pôles du système dans une région \mathcal{D} permet de lui conférer un certain niveau de performances transitoires (temps de réponse, amortissement, ...). Le théorème rappelé ci-après donne une condition $\mathcal{LM}\mathcal{I}$ permettant, lorsque cela est possible, de \mathcal{D} -stabiliser le modèle (11).

Théorème 1 : Soient le système LTI modélisé en (11) et \mathcal{D} une région $\mathcal{EM}\mathcal{I}$ définie en (12). Soit également une matrice K_{Ei} , associée à un retour d'état statique telle que $A_{Ei} = A_i + BK_{Ei}$ est \mathcal{D} -stable. La matrice K_i donnée par

$$K_i = (\mathbb{I}_p + G^{-1}HD)^{-1}G^{-1}H \Omega_i^{-1} \quad (14)$$

\mathcal{D} -stabilise le sommet M_i donné en (11) s'il existe une matrice $P_i = P'_i \in \mathbb{R}^{n \times n} \succ 0$, une matrice non singulière $G \in \mathbb{R}^{m \times m}$ ainsi que les matrices $F \in \mathbb{R}^{(2n+m) \times n}$ et $H \in \mathbb{R}^{m \times p}$ telles que la $\mathcal{LM}\mathcal{I}$ suivante est vérifiée :

$$\begin{aligned} Q_i &= \left[\begin{array}{c|c} R \otimes P_i & \mathbb{O} \\ \hline \mathbb{O} & \mathbb{O} \end{array} \right] + \\ &\mathcal{H} \left\{ F \left[\begin{array}{c|c} A_{Ei} & -\mathbb{I}_n \\ \hline B \end{array} \right] \right\} + \\ &\mathcal{H} \left\{ \left[\begin{array}{c} \mathbb{O} \\ \hline \mathbb{O} \\ \hline \mathbb{I}_m \end{array} \right] G \left[\begin{array}{c|c} -K_{Ei} & \mathbb{O} \\ \hline \mathbb{O} & \mathbb{I}_m \end{array} \right] \right\} + \\ &\mathcal{H} \left\{ \left[\begin{array}{c} \mathbb{O} \\ \hline \mathbb{O} \\ \hline \mathbb{I}_m \end{array} \right] H \left[\begin{array}{c|c} C_\rho & \mathbb{O} \\ \hline \mathbb{O} & \mathbb{O} \end{array} \right] \right\} \prec 0. \quad (15) \end{aligned}$$

Preuve 1 : Une démonstration détaillée est donnée par [15] pour un problème similaire.

Remarque 1 : Il est intéressant de remarquer que la condition (15) nécessite d'avoir calculer une matrice K_{Ei} , associée un retour statique d'état, au préalable. En effet,

il est bien connu que la cas du retour de sortie conduit à des conditions de type \mathcal{BML} (Inégalités Matricielles Biliéaires). Dans [15], les auteurs utilisent une technique qui permet de contourner ce problème. L'idée consiste à trouver une même matrice de Lyapunov qui \mathcal{D} -stabilise le modèle par retour d'état et par retour de sortie. Cela revient, en quelque sorte, à initialiser le problème \mathcal{BML} avec une matrice K_{Ei} de retour statique d'état. Toutefois, une matrice K_{Ei} \mathcal{D} -stabilisant la paire $(A_i; B)$ peut ne pas aboutir à une matrice K_i (la condition (15) n'est pas vérifiée). Il faut alors avoir recours à un algorithme comme celui proposé dans [15].

C. \mathcal{D} -stabilisation par correcteur LPV $K(\theta)$

Théorème 2 : Soit le modèle LPV modélisé sous la forme polytopique donnée en (10), s'il existe N matrices K_{si} , chacune \mathcal{D} -stabilisant un sommet M_i , tel que

$$\lambda(A_{Si} = A_i + BK_{si}C_\rho) \in \mathcal{D} \quad \forall i \in [1, \dots, N] \quad (16)$$

alors il existe une infinité de matrices (une seule si $N = 2$) de retour statique de sortie $K(\theta)$ \mathcal{D} -stabilisant le modèle donné en (5).

Une expression générale de $K(\theta)$ est donnée par :

$$K(\theta) = (\mathbb{K} \oplus \theta) \Omega^{-1}(\theta)$$

$$\text{où } \begin{cases} \mathbb{K} = [K_{s1} \dots K_{si} \dots K_{sN}] \\ \mathbb{K} \oplus \theta = \sum_{i=1}^N K_{si} \theta_i \\ \theta = \begin{bmatrix} W \\ \mathbb{O} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V \\ \mathbb{I}_{N-q-1} \end{bmatrix} [\alpha_1 \quad \dots \quad \alpha_{N-q-1}]' \\ W = (\Psi_1^{q+1})^{-1} \times [\rho'(t) \quad 1]' \\ V = (\Psi_1^{q+1})^{-1} \times \Psi_{q+2}^N \\ \Omega^{-1}(\theta) \text{ est connu à chaque instant.} \end{cases} \quad (17)$$

avec

$$\begin{cases} \alpha_s \in \mathbb{R} \text{ est quelconque, } \forall s \in \{1, \dots, N-q-1\}, \\ \Psi_i^j \text{ est la concaténation des colonnes } i \text{ à } j \\ \text{de la matrice } \Psi : \\ \Psi = [T_1 \quad \dots \quad T_i \quad \dots \quad T_N] = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \dots & \rho_{1N} \\ \vdots & \rho_{ij} & \vdots \\ \rho_{q1} & \dots & \rho_{qN} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (18)$$

Remarque 2 : Les paramètres $\rho_{i,j}$ sont obtenus en prenant la relation (4) en considération.

Preuve 2 : Si l'équation (15) est vérifiée pour tout $i \in [1, \dots, N]$, cela signifie qu'il existe une matrice

$$K_S = K_S(\theta) = \sum_{i=1}^N \theta_i K_{si} \quad (19)$$

qui \mathcal{D} -stabilise le triplet $(A(\theta); B; C_\rho)$.

La matrice $A_S(\theta) = A(\theta) + BK_S(\theta)C_\rho$ est donc \mathcal{D} -stable. Or, d'après, (7), on peut écrire $C_\rho = \Omega^{-1}(\theta)C(\theta)$ donc la matrice $A_S(\theta)$ peut également s'écrire telle que

$$A_S(\theta) = A(\theta) + BK_S(\theta)\Omega^{-1}(\theta)C(\theta)$$

La matrice de retour statique de sortie $K(\theta) = K_S(\theta)\Omega^{-1}(\theta)$ \mathcal{D} -stabilise donc le triplet $(A(\theta); B; C(\theta))$ et donc le modèle donné en (5).

Le vecteur θ est alors solution du système linéaire :

$$\begin{bmatrix} \rho(t) \\ 1 \end{bmatrix} = \Psi \theta \quad \text{avec } \theta \geq 0 \quad (20)$$

où $\Psi \in \mathbb{R}^{(q+1) \times N}$ est la matrice donnée en (18), correspondant à la concaténation des coordonnées des sommets du polytope.

Supposons maintenant un N -vecteur σ vérifiant $\sigma \Psi \geq 0$.

Etant donné que $\underline{\rho}_i \leq \rho_i(t) \leq \bar{\rho}_i \quad \forall i \in [1, \dots, N]$, on peut facilement déduire que

$$\sigma \begin{bmatrix} \rho(t) \\ 1 \end{bmatrix} \geq \sigma \Psi \text{ soit } \sigma \begin{bmatrix} \rho(t) \\ 1 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (21)$$

Compte tenu de l'inégalité (21), il existe alors, d'après le lemme de Farkas, un N -vecteur $\theta \geq 0$ tel que (20) est vérifiée.

La solution générale de ce système est de la forme :

$$\theta = \theta_0 + \sum_{j=1}^{N-q-1} \alpha_j \theta_j \quad (22)$$

où θ_0 est une solution particulière du système et les θ_j sont des solutions du système homogène associé.

Considérant les notations (17), il est alors facile de trouver le système linéaire (23) de type échelonné réduit, équivalent au système (20), tel que :

$$W = [\mathbb{I}_{q+1} \quad V] \begin{bmatrix} \theta_P \\ \theta_L \end{bmatrix} \quad (23)$$

où θ_P correspond au vecteur des variables-pivots et θ_L , celui des variables-libres. La solution générale d'un tel système est donnée en (22) où θ_0 est obtenu en posant $V = \mathbb{O}$ et les θ_j sont obtenues sans second membre ($W = \mathbb{O}$) avec $\theta_P(i) = 1$ pour $i = j$ et $\theta_P(i) = 0$ pour $i \neq j$. On en déduit alors l'expression de θ donnée en (17) □.

Remarque 3 : D'après l'équation (17), il est clair que les variables α_j sont d'autant de degrés de liberté dans le choix de la matrice $K(\theta)$. Il est donc intéressant de choisir judicieusement, à chaque pas de calcul, la valeur de ces coefficients à l'aide d'un algorithme d'optimisation dont l'objectif serait de sélectionner l'ensemble des coefficients $\Delta = [\alpha_1 \dots \alpha_j \dots \alpha_{N-q-1}]$ tel que

$$\min_{\Delta, j} \|\theta(k) - \theta(k-1)\|_2$$

où $\theta(k)$ est une des solutions obtenues à l'instant k et $\theta(k-1)$, la solution obtenue à l'instant précédent.

Cela dit, il est aussi possible de choisir $\theta = \theta_0$.

III. CONTRÔLE LPV APPLIQUÉ AU VÉHICULE

A. Modèle du véhicule

La dynamique des véhicules automobiles a été très souvent abordée dans la littérature et certaines de ces études ont été validées par des logiciels de simulation modernes [5], [10], [11]. La modélisation nominale du comportement dynamique du véhicule, doit prendre en compte la géométrie, la cinématique et la dynamique des liaisons. Pour cela, nous admettons un certain nombre d'hypothèses pour réduire la complexité du modèle tout en garantissant un certain degré de réalisme et d'efficacité de la modélisation : pas de mouvement de tangage, angle de braquage faible et route plane.

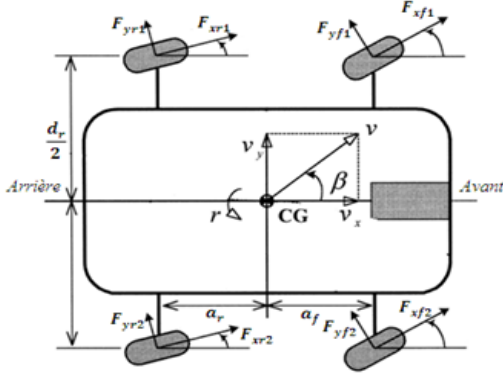


Fig. 1. Modèle du véhicule

Les équations de la dynamique latérale peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$m\dot{V}_y = -m\dot{\psi}V_x + F_{yf1} + F_{yf2} + F_{yr1} + F_{yr2} \quad (24)$$

$$J_z\ddot{\psi} = a_f(F_{yf1} + F_{yf2}) - a_r(F_{yr1} + F_{yr2}) \quad (25)$$

$$I_x\ddot{\phi} + C_\phi\dot{\phi} + \phi K_\phi = mh_\phi(V_x\dot{\psi} + \dot{V}_y) \quad (26)$$

où m est la masse du véhicule, V_x est vitesse longitudinale, $\dot{\psi}$ est la vitesse du lacet, ϕ est l'angle de roulis, F_{yf} et F_{yr} sont respectivement les forces latérales agissant sur les roues avant et arrière. L'hypothèse des petits angles, nous permet d'écrire :

$$\begin{cases} F_{yf} = C_f\alpha_f \\ F_{yr} = C_r\alpha_r \end{cases} \quad (27)$$

et on peut aussi faire l'approximation suivante :

$$\begin{cases} \alpha_f \simeq -\beta - \left(\frac{a_f\dot{\psi}}{V_x} + \delta_f\right) \\ \alpha_r \simeq -\beta - \frac{a_r\dot{\psi}}{V_x} \end{cases} \quad (28)$$

ce qui nous permet d'écrire le modèle sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(V_x)x + B\delta_f \\ y = C(V_x)x + D\delta_f \end{cases} \quad (29)$$

où $x = \begin{bmatrix} V_y \\ \dot{\psi} \\ \phi \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}$ et $y = \begin{bmatrix} a_y \\ \psi \end{bmatrix}$ sont respectivement les

vecteurs d'état et de sortie.

$$B = \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{m} \\ \frac{2a_f C_f}{I_z} \\ 0 \\ \frac{2m_s h_\phi C_f}{I_x m} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad D = \begin{bmatrix} \frac{2C_f}{m} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \left[\begin{array}{cc|c} -2 \left[\begin{array}{cc} \frac{(C_f + C_r)}{m} & \frac{(C_f a_f - C_r a_r)}{J_z} \\ \frac{(C_f a_f + C_r a_r)}{J_z} & \frac{(C_f a_f^2 - C_r a_r^2)}{J_z} \end{array} \right] & & \mathbb{O} \\ \hline 2 \frac{m_s h_\phi}{I_x m V_x} \left[\begin{array}{cc} 0 & 0 \\ -(C_f + C_r) & (C_r a_r - C_f a_f) \end{array} \right] & & A_K \end{array} \right]$$

avec

$$A_K = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \frac{m_s g h_\phi - K_\phi}{I_x} & \frac{C_\phi}{I_x} \end{bmatrix}$$

et

$$C = \begin{bmatrix} -2 \frac{(C_f + C_r)}{m V_x} & -2 \frac{(C_f a_f - C_r a_r)}{m V_x} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

B. Stratégie de contrôle

L'objectif de cette commande est d'assister le conducteur dans ces manoeuvres lorsque ces dernières sont jugées délicates. En effet, le profil de la route ou un évitement d'obstacle sont d'autant d'éléments qui peuvent amener le conducteur à effectuer des manoeuvres capables de provoquer des situations critiques : sortie de route, renversement du véhicule. Dans le cadre de l'exemple du véhicule présenté dans la partie précédente, cette assistance à la conduite est caractérisée par un signal noté δ_{fc} , issu du contrôleur, qui vient s'ajouter à l'action du conducteur, matérialisée par l'angle de braquage δ_f , comme représenté Fig. 2.

En considérant (7) et (29), le modèle considéré est donc le suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(V_x)x + B(\delta_f + \delta_{fc}) \\ y = \Omega(V_x)C_\rho x + D\delta_f \end{cases} \quad (30)$$

avec la loi de commande

$$\begin{cases} \delta_{fc} = K(\theta)y \\ \Omega(V_x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{V_x} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ C_\rho = \begin{bmatrix} -2 \frac{(C_f + C_r)}{m} & -2 \frac{(C_f a_f - C_r a_r)}{m} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{cases}$$

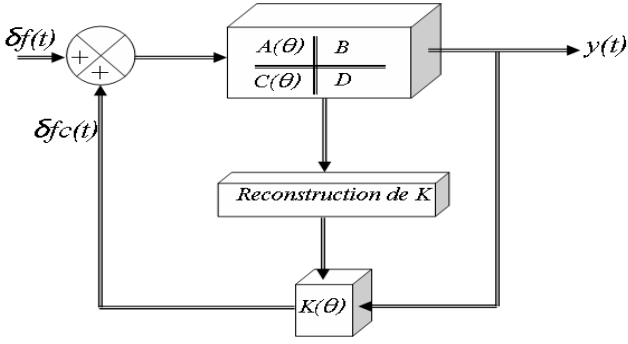


Fig. 2. Stratégie de contrôle

Notons que dans le cadre de cet exemple, seul un paramètre du modèle varie dans le temps, la vitesse longitudinale V_x ou plus exactement son inverse.

La matrice $K(\theta)$ est reconstruite pour chaque mesure de la vitesse longitudinale V_x telle que :

$$K(\theta) = ([K_{s1} \quad K_{s2}] \oplus \theta) \Omega^{-1}(V_x)$$

$$\text{avec } \theta = \begin{bmatrix} \frac{1}{\bar{V}_x} & \frac{1}{V_x} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{1}{V_x(t)} \\ 1 \end{bmatrix}.$$

IV. RÉSULTATS DE SIMULATION

Dans ce paragraphe nous présentons quelques résultats de simulation pour valider notre approche.

Dans un premier temps, il est question de valider le modèle 4ddl utilisé et présenté en (29). Puis dans la deuxième partie, la loi de commande présentée précédemment est utilisée pour assister le conducteur dans sa conduite lors d'une manoeuvre dite délicate.

A. Validation du modèle

Pour un même angle de braquage (correspondant ici à une manoeuvre du type chicane) la sortie du modèle est comparée, en temps réel, à celle du modèle non linéaire du véhicule intégré dans le simulateur professionnel CarSim. Le tableau ci-après montre les différents paramètres utilisés ainsi que leurs valeurs numériques.

Masse suspendue	$m_s = 900 \text{ Kg}$
Masse du véhicule	$m = 1140 \text{ Kg}$
Distance entre le centre de gravité du véhicule et les axes avant et arrière	$a_f = 1,666 \text{ m}$ $a_r = 1,666 \text{ m}$
Hauteur du centre de gravité par rapport à l'axe de roulis	$h_s = 0,5 \text{ m}$
Coefficient d'amortissement de la barre de roulis	$C_\phi = 12 \text{ KN.m.s/rad}$
Raideur de la barre de roulis	$K_\phi = 180 \text{ KN.m/rad}$
Coefficients de rigidité des pneus avant et arrière	$C_f = 78700 \text{ N/rad}$ $C_f = 78580 \text{ N/rad}$
Moments d'inertie	$J_{xx} = 500 \text{ kg.m}^2$ $J_{zz} = 3000 \text{ kg.m}^2$ $J_{xz} = 400 \text{ kg.m}^2$

La figure (3) montre l'évolution des signaux du vecteur d'état en fonction du temps, issus du modèle (29), en rouge,

et du modèle Carsim, en bleu. Cette comparaison nous permet donc de valider le modèle 4ddl considéré dans cet article.

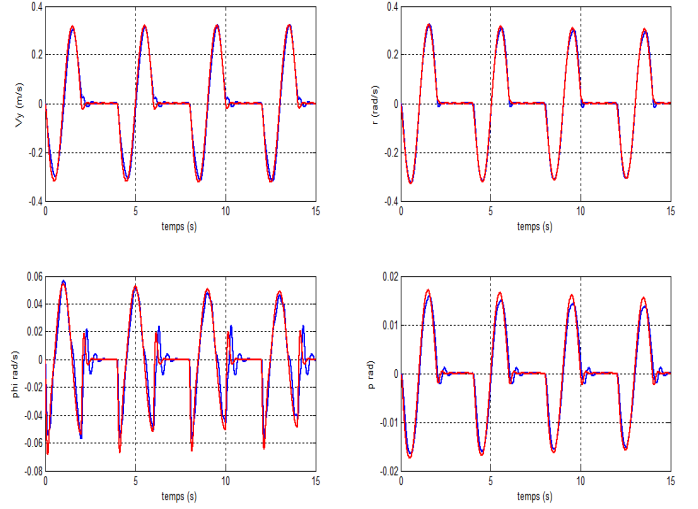


Fig. 3. Validation du modèle

B. Assistance à la conduite

Afin de montrer l'efficacité de la loi de commande présentée dans la partie précédente, un angle de braquage excessif, illustré par la figure (4, à gauche) est considéré. Le choix d'une telle manoeuvre permet de provoquer une situation dangereuse, comme le montre la figure (5), où les signaux d'état correspondant sont représentés.

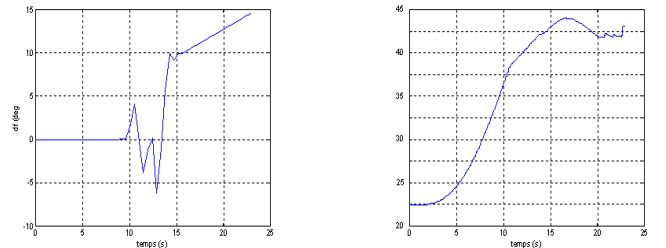


Fig. 4. Angle de braquage δ_f (en degrés) et vitesse longitudinale V_x (en $m.s^{-1}$)

Ces courbes nous indiquent tout simplement que le véhicule perd sa stabilité pour une manoeuvre de ce type. L'animation sur le simulateur CarSim montre clairement que le véhicule finit par se renverser.

La stratégie de contrôle de la partie III-B est alors adoptée. On suppose que la vitesse longitudinale évolue entre $\underline{V}_x = 20 \text{ m.s}^{-1}$ et $\bar{V}_x = 45 \text{ m.s}^{-1}$ comme indiqué sur la figure (4, à droite). Pour générer cette loi de commande, la région \mathcal{LMI} considérée est le demi-plan vertical $x < 0,5$. Les matrices gains obtenues sont telles que :

$$K_{s1} = [-0.0115 \quad -0.0073 \quad -0.9586]$$

$$\text{et } K_{s2} = [-0.0339 \quad -0.0084 \quad -1.7257]$$

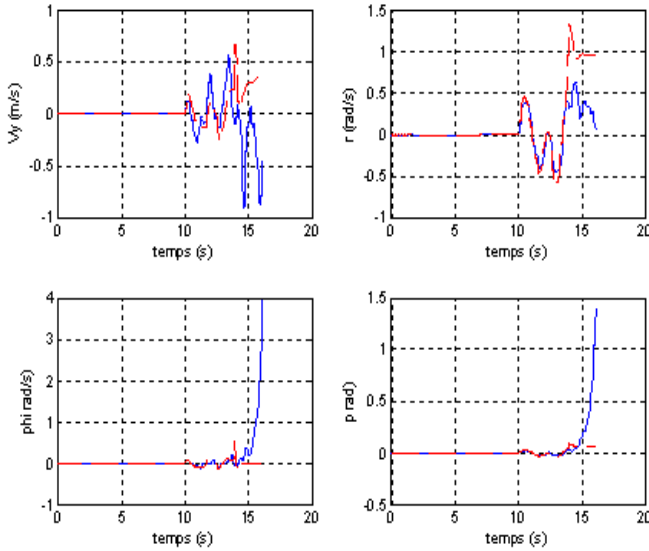


Fig. 5. Résultats sans assistance

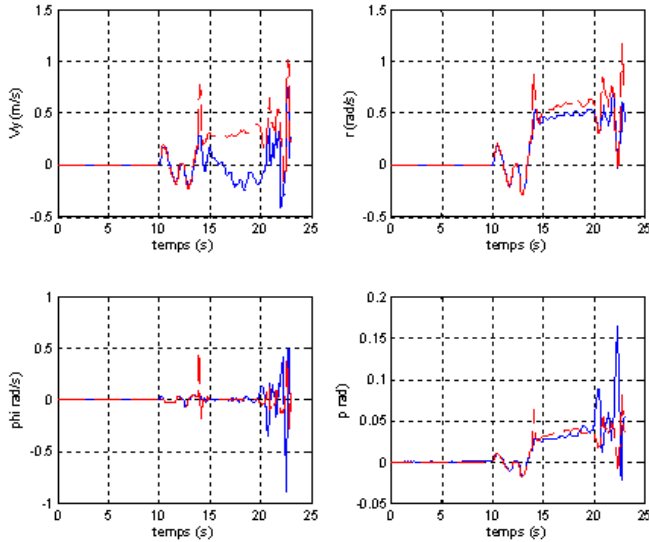


Fig. 6. Résultats avec assistance

La loi de commande par retour de sortie $\delta_{fc}(t) = K(t)y(t)$ est alors appliquée. La figure (6) illustre bien l'apport de cette loi de commande. Le simulateur Carsim montre quant à lui, une animation dans laquelle le véhicule ne se renverse pas, mais au contraire reste bien stable. Ceci tend donc à démontrer la qualité de cette technique de commande, appliquée pour l'assistance à la conduite.

V. CONCLUSION

Dans ce travail, une commande LPV par retour statique de sortie est développée pour stabiliser le véhicule lors de manoeuvres dites "délicates" du conducteur. Dans la synthèse, un modèle LPV validé sur le simulateur CAR-SIM est utilisé. La loi de commande par retour de sortie est obtenue en résolvant des LMIs. Enfin, l'apport de la méthode est validée sur le simulateur CARSIM lors d'une situation de renversement du véhicule générée par le bra-

quage excessif du conducteur.

Concernant la technique de commande proposée, il serait intéressant d'étendre l'outil à des régions du plan de Laplace plus sophistiquées (régions \mathcal{EML} , union de régions...). Ceci permettrait en effet d'affiner le cahier des charges concernant les performances transitoires.

Enfin, un modèle plus complet du véhicule pourrait être considéré afin de tenir compte d'autres paramètres pertinents en terme de sécurité, comme par exemple l'état de la route (plus ou moins glissante), son profil ou encore le mouvement de tangage.

RÉFÉRENCES

- [1] Ackermann, J. 1997. Robust Control Prevents Car Skidding. 1996 Bode Lecture Prize Article, IEEE Control Systems Magazine, pp. 23-31.
- [2] Van Zanten, A., Erhardt, R., Pfaff, G., Kost, F., Hartmann, U and Ehret, T., 1996, Control aspects of the Bosch-VDC. Paper presented at the Proceedings of the 3rd International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC), Aachen, Germany, pp. 573-608.
- [3] Brown, T. and Rhode, D., 2001, Roll over stability control for an automotive vehicle. United States Patent. Patent Number : 6324446.
- [4] A. Rabhi, M. Chadli, A. El Hajja, J. Bosche, "Observer Based Robust Fuzzy Control for Vehicle Stability", International Symposium on Advanced Vehicle Control AVEC 2008 October 6-9, Kobe, Japan.
- [5] A. Rabhi, N.K. M'Sirdi, N. Zbiri et Yves Delanne " Modélisation pour l'estimation de l'état et des forces d'Interaction Véhicule Route " Conférence Internationale Francophone d'Automatique, CIFA 2004 en Tunisie
- [6] L. Palladino, G. Duc, R. Pothin. "LPV control for μ -split braking assistance of a road vehicle", 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference, ECC 2005, Sevilla, Spain, December 2005.
- [7] G. Garcia, J. Daafouz, J. Bernussou. "Output feedback disk pole assignment for systems with positive real uncertainty", IEEE Transactions on Automatic Control, 41(9), 1385-1391, September 1996.
- [8] D. Peaucelle, D. Arzelier, O. Bachelier, and J. Bernussou. A new robust \mathcal{D} -stability condition for real convex polytopic uncertainty. *Systems and Control Letters*, 40(1) :21-30, May 2000.
- [9] D. Arzelier, J. Bernussou, G. Garcia. "Pole assignment of linear uncertain systems in a sector via a Lyapunov-type approach", IEEE Transactions on Automatic Control, 38(7), 1128-1132, July 1993.
- [10] R. Ramirez-Mendoza. Sur la modélisation et la commande des véhicules automobiles. PHD thesis Institut National Polytechnique de Grenoble, Laboratoire d Automatique de Grenoble 1997.
- [11] U. Kiencken, L. Nielsen. Automotive Control Systems. Springer, Berlin, 2000.
- [12] C. Poussot-Vassal, O. Sename, L. Dugard, Robust Vehicle Dynamic stability controller involving steering and braking systems, Proceeding of the ECC'09 p. : 3648-3653, Budapest, Hungary, August 23-26, 2009.
- [13] N. M Enache, S. Mammar, S. Glaser, B. Lusetti, L. Nouveliere, Composite Lyapunov Based Vehicle Longitudinal Control Assistance, Proceeding of the ECC'09 p. : 3247-3252, Budapest, Hungary, August 23-26, 2009.
- [14] B. Vanek, B. Kulcsar and G. Balas, Yaw Control via combined braking and steering, Proceeding of the ECC'09 p. : 3653-3658, Budapest, Hungary, August 23-26, 2009.
- [15] J. Bosche and A. El Hajja. Robust static output feedback for vehicle dynamics. International Conference on Advances in Vehicle Control and Safety, Buenos Aires, Argentina, February 2007.