

# Etude sur la localisation des défauts multiples - Comparaison de deux méthodes

Irwin ISSURY<sup>1</sup>, David HENRY<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de l'Intégration du Matériau au Système, IMS UMR 5218 CNRS  
Université Bordeaux 1, 351 cours de la libération, 33405 Talence cedex, France.  
{irwin.issury,david.henry}@ims-bordeaux.fr

*Résumé*—L'objectif des travaux présentés dans ce papier est le développement de méthodologies d'isolation de défauts multiples et simultanés à coût calculatoire réduit pour les systèmes de grande dimension. L'objectif visé est de proposer des algorithmes de diagnostic à minimum de redondance analytique en exploitant au mieux les informations de redondance matérielle éventuellement disponibles sur le système. Deux approches, basées sur la théorie des ensembles, sont particulièrement étudiées ici. L'objectif est de comparer leurs performances, pour une application donnée, sur la base d'un critère « taux de fausses décisions » et « nombre de résidus ». La première méthode, initialement proposée dans [1], est basée sur la propriété d'ensemble MNF. Cette propriété permet d'établir des preuves sur le nombre minimal de résidus nécessaires pour remplir la tâche de diagnostic. La deuxième méthode est issue des travaux présentés dans [2]. La technique est basée sur la dépendance logique entre les signatures des défauts simples et celles des défauts multiples. Les deux techniques sont appliquées au problème de diagnostic de fuites sur un procédé hydraulique de laboratoire. Les résultats obtenus permettent de mettre en évidence leurs performances respectives.

*Mots-clés*—Localisation des défauts, défauts multiples et simultanés, théorie des ensembles.

## I. INTRODUCTION

AU cours de trois dernières décennies, diverses techniques robustes de DLD (Détection et Localisation de Défauts) ont fait l'objet d'un grand nombre de travaux. De bons états de l'art peuvent être trouvés dans la liste non exhaustive des références suivantes [3], [4], [5], [6]. Les méthodologies développées sont en général réalisées sous l'hypothèse de défauts simples. Pour les systèmes complexes et de grande dimension (Par exemple, les centrales nucléaires, ou encore les véhicules spatiaux), il semble clair que ce type d'hypothèse s'avère être très discutable. Les travaux présentés dans ce papier visent à proposer des solutions à ce problème.

Dans la littérature, il existe plusieurs travaux traitant de ce problème, et dans divers domaines applicatifs. Les premiers travaux sur le sujet, issus du domaine de l'intelligence artificielle, ont été proposés dans [7]. La limitation majeure de la méthode proposée est qu'elle permet de diagnostiquer un maximum de deux défauts simultanés. D'autres travaux, sur des domaines et des applications différents, ont suivis, notamment dans [8], [9], [10], [11].

La méthode proposée dans [8] consiste à effectuer un balayage exhaustif de chaque mode opérationnel du système et à y associer un ensemble d'équations algébriques et/ou différentielles modélisant le comportement dynamique du système dans chaque mode. Ainsi, au travers d'une approche étendue de l'espace de parité, des indicateurs de cohérence sont associés à chaque mode. Le diagnostic des

défauts multiples repose alors sur l'analyse de ces indicateurs de cohérence afin d'identifier le mode dans lequel se trouve le système surveillé.

Dans [10], la méthodologie développée est basée sur une approche de type logique floue. La méthode utilise les propriétés structurelles de la matrice d'incidence (aussi appelée table de signature) associées aux défauts simples de sorte à diagnostiquer les défauts multiples au travers des dépendances logiques entre les signatures des défauts simples et celles des défauts multiples.

L'approche proposée dans [11] est basée sur les signatures graphiques bidimensionnelles obtenues au travers des mesures du système et sur la structure de la matrice d'incidence. Ainsi, la tâche de localisation est réalisée au travers d'un algorithme basé sur l'estimation des paramètres (par interpolation graphique) en utilisant les signatures 2D et la triangularisation (inférieure) de la matrice d'incidence.

Une des méthodes la plus connue dans le domaine de diagnostic à base de modèles s'appelle la technique “*column matching*” [12]. L'idée de la méthode consiste à faire un balayage exhaustif de la table de signature des défauts de sorte à identifier la situation révélée par les résidus. Cette démarche d'isolation s'appuie sur les résidus structurés définis de façon booléenne. Bien que cette approche soit simple de mise en oeuvre, elle est d'une grande complexité calculatoire car exponentielle au nombre de défauts. En effet, si l'on note  $N$  le nombre de défauts simples, alors l'algorithme doit balayer  $2^N - 1$  colonnes de la table de signature.

L'objectif de ce papier est de proposer des solutions alternatives aux démarches explicitées précédemment. En particulier, l'objectif visé est de proposer des algorithmes de diagnostic à minimum de redondance analytique en exploitant au mieux les informations de redondance matérielle éventuellement disponibles sur le système. Notons que ce problème n'est pas abordé dans les approches mentionnées précédemment. Deux méthodes sont particulièrement étudiées : La première méthode, initialement proposée dans [1], est basée sur la propriété d'ensemble MNF (Maximal Normal Form). Cette propriété permet d'établir des preuves sur le nombre minimal de résidus nécessaires pour remplir la tâche de diagnostic. La deuxième méthode, basée également sur la théorie des ensembles, a été proposée dans [2]. Sous l'hypothèse qu'il existe une dépendance logique entre les signatures des défauts simples et celles des défauts multiples, les résidus associés aux défauts simples sont utilisés pour localiser les défauts multiples. Ces approches sont appliquées au

problème de diagnostic de fuites d'un système hydraulique de laboratoire.

Le papier est structuré de la façon suivante : la première partie décrit brièvement le système hydraulique étudié et définit le cahier des charges. Les sections III et IV présentent les deux méthodes de diagnostic considérées et les résultats obtenus. Une étude comparative sur les performances obtenues est réalisée à la section V, permettant de conclure sur ces travaux.

## II. PROBLÉMATIQUE

Le système support de notre étude est le procédé hydraulique qui porte le nom de maquette 3 TANKS. Ce procédé, qui a servi de benchmark type pour le projet européen COSY de la fondation ESF (European Science Foundation), a fait l'objet de nombreuses études. Une illustration du système est donnée sur la figure ci-dessous. Les lecteurs intéressés peuvent consulter [13], [14] et [15] pour de plus amples détails.

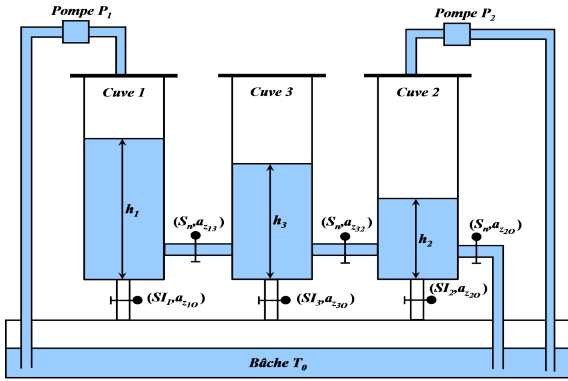


Fig. 1. Modèle du procédé hydraulique 3 TANKS

Nous nous intéressons ici aux fuites sur les trois cuves notées  $f_m$ ,  $m = 1, 2, 3$  où  $m$  est relatif au numéro de la cuve. Notre système est équipé de capteurs de telle sorte que l'on dispose de deux signaux indicateurs de défauts  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$  vérifiant la table de signature donnée ci-dessous, où "1" et "0" traduisent respectivement la sensibilité et l'insensibilité du signal  $s_j(t)$ ,  $j = 1, 2$  vis-à-vis des fuites  $f_m$ ,  $m = 1, 2, 3$ .

TABLE I

TABLE DE SIGNATURE INITIALE DU MODÈLE 3 TANKS

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_1 f_2$	$f_1 f_3$	$f_2 f_3$	$f_1 f_2 f_3$
$s_1$	1	0	1	1	1	1	1
$s_2$	0	1	0	1	0	1	1

Notre objectif est de proposer et comparer plusieurs méthodologies permettant de diagnostiquer toutes les fuites multiples et simultanés.

**Remarque 1 :** Dans la problématique abordée, nous supposons que les signaux  $s_j(t)$  ont été déterminés de façon pertinente. On cherche donc à les conserver car déjà disponibles<sup>1</sup>. De plus, il est clair que le problème tel qu'abordé

<sup>1</sup>Cette contrainte prend tout son sens dans le cas d'un système industriel car le système de surveillance est souvent validé et certifié.

nécessite de disposer d'observables autres que ceux ayant permis de construire  $s_j(t)$ . C'est notamment ici le cas avec les capteurs de hauteur d'eau  $h_p(t)$ ,  $p = 1, 2, 3$ . Le problème de génération des résidus se pose alors dans un contexte linéaire, comme déterminer les filtres  $H_y(s)$  et  $H_u(s)$  tel que

$$r(s) = H_y(s).h(s) + H_u(s).Q(s) \quad (1)$$

où  $h(s) = (h_1(s) \ h_2(s) \ h_3(s))^T$ ,  $Q(s) = (Q_1(s) \ Q_2(s))^T$  et  $Q_l(t)$ ,  $l = 1, 2$  dénotent les débits d'eau des pompes (Voir figure 1 pour une illustration).

**Remarque 2 :** Nous tenons également à souligner que le benchmark choisi se veut volontairement simple pour des raisons pédagogiques. Les méthodologies développées étant génériques, certains résultats établis peuvent s'avérer triviaux. C'est en particulier le cas de la table de signature II (voir section III.D) où l'on peut voir que diagnostiquer les défauts simples et multiples peut se faire très aisément en surveillant le comportement des signaux  $s_2(t)$ ,  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$ . Le lecteur intéressé peut se référer à [16], où un cas complexe est traité dans le cas de la 1<sup>ère</sup> méthode étudiée ici.

## III. MÉTHODE N° 1

La première méthode que nous proposons d'étudier a été initialement proposée dans [1] et est basée sur la théorie des ensembles. La démarche se décline en trois étapes :

- construction d'une table de signature mutuellement exclusive ;
- calcul d'un ensemble de décisions MNF (Maximal Normal Form) ;
- mise en place de règles décisionnelles.

Dans les paragraphes qui vont suivre, nous présentons chacune de ces étapes.

### A. Construction d'une table mutuellement exclusive

La table de signature booléenne I associée aux signaux indicateurs de défauts  $s_j(t)$ ,  $j = 1, 2$  étant disponibles, le problème consiste dans un premier temps à vérifier si celle-ci est suffisamment riche en informations pour pouvoir remplir complètement la tâche de diagnostic. Il est alors montré dans [1] que cette propriété est équivalente à la propriété de mutuelle exclusivité de la table I.

**Définition 1 :** Une table de signature mutuellement exclusive est une table n'ayant aucune colonne identique.  $\square$

Dans notre cas, cette propriété n'étant pas vérifiée, la démarche va consister, dans un deuxième temps, à rajouter des résidus  $r_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, k$  tel que le nombre  $k$  de résidus soit le plus faible possible. Ceci est réalisé à l'aide de l'algorithme explicité ci-après (cf. algorithme 1).

L'algorithme proposé permet de faire un balayage complet de la table de signature et de rajouter, si nécessaire, des signaux indicateurs de défauts tout en plaçant de façon judicieuse des "1" et des "0".

Dans l'algorithme 1,  $X$  est une variable intermédiaire et les termes  $d_i$  et  $d_j$  sont définis comme les expressions logiques associées respectivement aux  $i^{\text{ème}}$  et  $j^{\text{ème}}$  colonnes de la table de signature.  $D$  désigne un ensemble de dimension

$2^N - 1$  contenant des expressions logiques  $d_i$ , c'est-à-dire :

$$D = \bigvee_i d_i \quad (2)$$

où  $\vee$  dénote l'opérateur logique OU.

**Algorithme 1 : Algorithme itératif**

**Pour** tout  $d_i \in D$   
 Retirer  $d_i$  de  $D$   
 Noter  $D_{-i} =$  ensemble sans  $d_i$   
 $X = compare(d_i, D_{-i})$   
 Renvoyer  $(d_i, d_j)$  tel que  $d_i \neq d_j$   
**Fin**

L'algorithme 1 proposé dépend de la fonction *compare* définie de la façon suivante :

**Algorithme 2 :  $X = compare(d_i, D_{-i})$**

**Pour** tout  $d_j \in D_{-i}, i \neq j$   
**Si**  $d_j \models d_i, \forall d_j \in D_{-i}$ , **Alors**  
 Renvoyer « Pas de similitude »  
**Sinon**  
 Renvoyer  $d_j$   
**Fin(Si)**  
**Fin**

L'algorithme 2 utilise la fonction logique *conséquence* qui permet l'identification des expressions logiques similaires. Celle-ci est définie de la façon suivante :

**Définition 2 :** Soient  $\phi$  et  $\gamma$  deux décisions ou ensembles de décisions et  $\mathbb{C}$  un ensemble de variables spécifiant le mode de comportement des composants du système. On dit alors que  $\phi$  est la conséquence logique de  $\gamma$  (et s'écrit de la façon suivante :  $\phi \models \gamma$ ) si tous les attributs de l'ensemble  $\mathbb{C}$  qui rende  $\phi$  vraie, rende aussi  $\gamma$  vraie.  $\square$

Il est à noter que si  $\phi \models \gamma$  et  $\gamma \models \phi$ , on dit alors que  $\phi$  et  $\gamma$  sont équivalents, autrement dit,  $\phi \approx \gamma$ . Pour plus de détails sur l'implémentation de l'algorithme 1, le lecteur intéressé peut se référer à [1].

**Remarque 3 :** Notons que dans la méthodologie proposée, on suppose que la signature des défauts multiples relative aux résidus  $r_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, k$ , est définie comme la combinaison OU des signatures associées aux défauts simples correspondants. Cette hypothèse n'est toutefois pas faite pour les signaux  $s_j(t)$ ,  $j = 1, \dots, n$ . Cependant, il est montré dans [1] que cette dernière propriété n'est absolument pas restrictive. En effet, il est montré dans [1] que si il existe une combinaison de type OU entre les signatures des défauts simples et multiples, alors le lemme suivant peut être démontré.

**Lemme 1 :** Le nombre de résidus  $r_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, k$  est minimal s'il existe une combinaison entre les signatures des signaux  $s_j(t)$ ,  $j = 1, \dots, n$  et les signatures des résidus  $r_i(t)$ ,  $i = 1, \dots, k$  permettant d'aboutir à une stratégie DOS (Dedicated Observer Scheme).  $\square$

Notons qu'une condition nécessaire et suffisante au lemme 1 est  $k \leq N$  où  $N$  est le nombre de défauts simples.

**B. Détermination d'un ensemble MNF de décisions**

La seconde étape de la démarche consiste en la détermination d'un ensemble MNF (Maximal Normal Form) de décisions.

**Définition 3 :** Un ensemble  $D$  est dit MNF s'il est défini de la façon suivante

$$D = \bigvee_i D_i = (\varphi_{11} \in M_{11} \wedge \dots \wedge \varphi_{1n} \in M_{1n}) \vee \dots \vee (\varphi_{m1} \in M_{m1} \wedge \dots \wedge \varphi_{mn} \in M_{mn}) \quad (3)$$

tel que  $\varphi_{ij} \neq \varphi_{ik}$  si  $j \neq k$  et aucune conjonction n'est la conséquence d'autre conjonction, i.e., pour chaque conjonction  $D_i$ , il n'existe aucune conjonction  $D_j$ ,  $i \neq j$  tel que  $D_i \models D_j$  et chaque  $M_{ij}$  est un ensemble vide. Dans cette formulation,  $\vee$  and  $\wedge$  désignent respectivement les connecteurs logiques OU et ET.  $\square$

Il est important de souligner que la définition 3 garantit une représentation sans aucune redondance au niveau des conjonctions et que chaque conjonction ne contient pas des attributs redondants. D'un point de vue diagnostic, cela signifie qu'un ensemble MNF assure aucune redondance au niveau des décisions et que cet ensemble MNF contient toujours la bonne décision.

**Algorithme 3 :  $Q = conj(Q_0, R)$**

$R = \bigwedge_j p_j$   
 $Q_{old} = Q_0 = \bigvee_i Q_i$   
**Pour** tout  $Q_i \in Q_{old}$   
**Si**  $Q_i \models R$ , **Alors**  
 Laisser  $Q_i$  dans  $Q_{old}$   
**Sinon**  
 Retirer  $Q_i$  de  $Q_{old}$   
**Pour** tout  $p_j \in R$   
 $Q_{new} = Q_i \wedge p_j$   
**Pour** tout  $Q_k \in D, k \neq i$   
**Si**  $Q_{new} \models Q_k$ , **Alors**  
 $Q_{new}$  n'est pas rajouté à  $Q_{add}$   
**Sinon**  
 $Q_{new}$  est ajouté à  $Q_{add}$  telle que :  
 $Q_{add} = Q_{add} \vee Q_{new}$   
**Fin(Si)**  
**Fin**  
**Fin**  
**Fin(Si)**  
 $Q = Q_{old} \vee Q_{add}$   
**Fin**

L'algorithme 3 permet d'obtenir un ensemble MNF. Celui fonctionne de la façon suivante. On commence par réaliser une prise de décision à un instant donné, autrement dit, on traduit le comportement de tous les signaux indicateurs de défauts par un ensemble logique

$$R = \bigwedge_i p_i = p_1 \in \{\mathbf{NF}, \mathbf{F}\} \wedge \dots \wedge p_{n+k} \in \{\mathbf{NF}, \mathbf{F}\} \quad (4)$$

où  $p_i$  est définie comme la variable comportementale associée à l'ensemble des signaux qui appartient soit au mode Fault (**F**) ou au mode No Fault (**NF**). Puis, les conditions initiales  $Q_0$  de l'algorithme sont définies à partir des informations issues uniquement des "1" de la table de signature

mutuellement exclusive. L'algorithme converge alors vers un ensemble de décisions  $Q$ . La preuve de la convergence de l'algorithme vers un ensemble MNF est donnée dans [17]. Pour plus de détails sur l'algorithme 3 et son implémentation, le lecteur intéressé peut se référer à [1].

### C. Introduction des règles décisionnelles

La dernière étape de l'approche consiste à introduire des règles décisionnelles sur l'ensemble MNF de décisions de façon à extraire la bonne décision. L'idée proposée ici est basée sur la théorie des ensembles ouverts qui consiste à accorder la priorité aux connecteurs logiques OU tout en utilisant les informations associées aux "0" de la table de signature mutuellement exclusive. L'avantage de cette approche par rapport à la théorie des ensembles fermés est sa robustesse vis-à-vis de la condition initiale  $Q_0$ , autrement dit, toute condition initiale conduit à la même décision.

### D. Application au procédé 3 Tanks : Cas d'une fuite dans les cuves 1 et 2

L'application de l'algorithme itératif 1 sur la table I montre qu'elle est non mutuellement exclusive et que 2 résidus  $r_i(t)$ ,  $i = 1, 2$  sont nécessaire afin de satisfaire cette propriété (voir la table II). Ces résidus sont générés ici au travers de l'approche  $H_\infty/H_-$  présentée dans [13]. Concernant les tests de décision, un simple seuillage a été appliqué sur les signaux  $s_1$  et  $s_2$  tandis qu'un test séquentiel de Wald, avec des probabilités de fausses alarmes et de non détection de  $10^{-6}$ , a été utilisé pour les résidus  $r_1$  et  $r_2$  (voir la figure 2).

TABLE II  
TABLE MUTUELLEMENT EXCLUSIVE DU MODÈLE 3 TANKS

	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_1f_2$	$f_1f_3$	$f_2f_3$	$f_1f_2f_3$
$s_1$	1	0	1	1	1	1	1
$s_2$	0	1	0	1	0	1	1
$r_1$	0	0	1	0	1	1	1
$r_2$	1	0	0	1	1	0	1

On suppose la situation, illustrée par la figure 2, à partir de  $t \geq 230$  s :

$$s_1 \neq 0 \quad s_2 \neq 0 \quad s_3(= r_1) = 0 \quad s_4(= r_2) \neq 0 \quad (5)$$

L'ensemble logique  $R$  se définit alors de la façon suivante :

$$R = p_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_3 \in \{\mathbf{NF}\} \wedge p_4 \in \{\mathbf{F}\} \quad (6)$$

L'algorithme 3 est ensuite appliqué à l'équation (6). Une analyse de la table de signature permet d'établir les différentes conditions initiales  $Q_0$  suivantes :

$$\begin{aligned} Q_0 &= p_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_3 \in \{\mathbf{NF}\} \wedge p_4 \in \{\mathbf{F}\} \\ Q_0 &= p_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_3 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_4 \in \{\mathbf{F}\} \end{aligned} \quad (7)$$

Or, comme expliqué précédemment, la méthodologie développée est robuste vis-à-vis des conditions initiales  $Q_0$ . On retiendra ainsi la première condition initiale ce qui

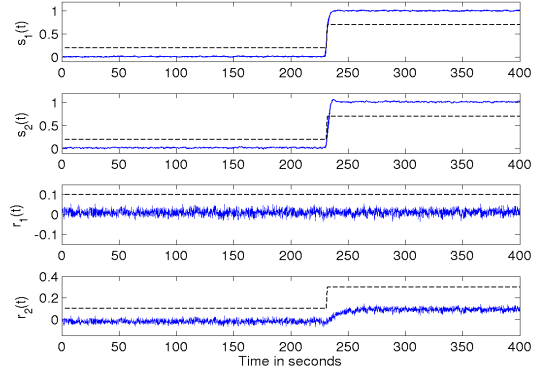


Fig. 2. Observation des signaux ( $s_1$  et  $s_2$ ), des résidus ( $r_1$  et  $r_2$ ) et des tests de décision (pointillé)

conduit à l'ensemble MNF suivant :

$$\begin{aligned} Q &= p_1 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_2 \in \{\mathbf{F}\} \vee \dots \\ &\dots \vee p_3 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_3 \in \{\mathbf{NF}\} \vee \dots \\ &\dots \vee p_3 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_4 \in \{\mathbf{NF}\} \vee \dots \\ &\dots \vee p_4 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_3 \in \{\mathbf{NF}\} \vee \dots \\ &\dots \vee p_4 \in \{\mathbf{F}\} \wedge p_4 \in \{\mathbf{NF}\} \end{aligned} \quad (8)$$

En introduisant les règles logiques de décisions sur l'ensemble MNF (8), la méthode conclut à la présence des défauts  $f_1$  et  $f_2$  qui se trouve être la situation défaillante injectée dans le process.

## IV. MÉTHODE N° 2

La deuxième approche que nous proposons d'étudier est issue des travaux de [2] et est également basée sur la théorie des ensembles. Comme nous l'avons montré précédemment, la propriété de mutuelle exclusivité de la table de signature est une propriété fondamentale qui permet d'aboutir à une décision correcte. Dans les paragraphes qui vont suivre, nous allons supposer dans un premier temps que cette hypothèse est vérifiée. Nous leverons cette hypothèse dans un deuxième temps, dans la section IV.C. Nous monterons alors qu'il est toujours possible d'aboutir à une décision mais que le prix à payer se quantifie en termes de fausses décisions et que, selon l'expérience non seulement des auteurs mais aussi de la nôtre, un majorant du nombre de fausses décisions peut être obtenu. En d'autres termes, les résultats obtenus montrent qu'il existe un compromis entre complexité de l'algorithme de diagnostic (i.e., nombre de signaux indicateurs de défauts) et performance (i.e., existence de fausses décisions).

### A. Développements méthodologiques

**Hypothèse 1 :** On suppose qu'il existe dans la table de signature une combinaison de type OU entre les signatures des défauts simples et multiples.  $\square$

Notons, d'une part que cette propriété est vérifiée dans le cas du procédé 3 Tanks (voir tables I et II) et que d'autre part, cette hypothèse n'est pas supposée être vérifiée dans le cas de la première méthode explicitée dans les paragraphes précédents. Cette hypothèse constitue donc une première limitation de l'approche que nous allons décrire, par rapport à l'approche explicitée dans la section III.

Etant donnée une situation défaillante, on définit pour chaque signal indicateur  $s_j(t)$ , l'ensemble  $F^i$  tel que :

$$F^i = \{f_k \in F : t(f_k, s_j) \neq 0\} \quad (9)$$

où  $F = \{f_k : k = 1, 2, \dots, N\}$  dénote l'ensemble des défauts et où  $t(f_k, s_j)$  est défini tel que :

$$t(f_k, s_j) = \begin{cases} 0 \Leftrightarrow \langle f_k, s_j \rangle \notin T_{FS} \\ 1 \Leftrightarrow \langle f_k, s_j \rangle \in T_{FS} \end{cases} \quad (10)$$

$T_{FS} \subset F \times S$  dénote l'ensemble "défauts-signaux indicateurs de défauts". Cet ensemble correspond dans notre cas à la table de signature.  $t(f_k, s_j)$  est donc rien d'autre que l'élément de coordonnées  $(k, j)$  de la table de signature. Soit l'ensemble  $S^i$  des signaux indicateurs de défauts affectés par tous les défauts de l'ensemble  $F^i$ , i.e.,

$$S^i = \{s_j \in S : F^i \cap F(s_j) \neq \emptyset\} \quad (11)$$

tel que  $F(s_j) = \{f_k \in F : t(f_k, s_j) \neq 0\}$

La démarche méthodologique proposée dans [2] se décline comme suit :

► **Cas 1** : Si les ensembles  $S^i$  et  $F^i$  sont disjonctifs, autrement dit si

$$\begin{aligned} S^1 \cap S^2 \dots \cap S^i \cap \dots &= \emptyset \\ F^1 \cap F^2 \dots \cap F^i \cap \dots &= \emptyset \end{aligned} \quad (12)$$

où "∩" est l'opérateur intersection, alors, les défauts appartenant à chaque ensemble  $F^i$  sont traités séparément et sont considérés comme des défauts simples.

► **Cas 2** : Si les ensembles  $S^i$  et  $F^i$  sont non disjonctifs, autrement dit si

$$\begin{aligned} S^1 \cap S^2 \dots \cap S^i \cap \dots &\neq \emptyset \\ F^1 \cap F^2 \dots \cap F^i \cap \dots &\neq \emptyset \end{aligned} \quad (13)$$

alors, les défauts sont considérés comme des défauts multiples et on calcule les ensembles globaux  $S^*$  et  $F^*$  définis tels que

$$\begin{aligned} S^* &= S^1 \cup S^2 \dots \cup S^i \cup \dots \\ F^* &= F^1 \cup F^2 \dots \cup F^i \cup \dots \end{aligned} \quad (14)$$

où "∪" dénote l'opérateur union.

Connaissant alors les signaux  $s_j$  non nuls, on définit l'ensemble réduit  $S_R$  ne contenant que des signaux non nuls de la façon suivante :

$$S_R = \{s_j \in S^* : s_j \neq 0\} \quad (15)$$

La tâche de localisation est alors déduite des ensembles  $F^*$  et  $S_R$  à l'aide de l'opération suivante :

$$Iso(F^*) = \{f_k \in F^* : \forall_{j: s_j \in S_R} t(f_k, s_j) \neq 0\} \quad (16)$$

**Remarque 4** : Soulignons que dans un contexte booléen, dire que les signaux  $s_j$  sont non nuls (i.e.,  $s_j \neq 0$ ) revient à dire que  $s_j = 1$ .

*B. Application au procédé 3 Tanks : Cas d'une fuite dans les cuves 1 et 2*

On considère la situation illustrée sur la figure (2), i.e., à  $t \geq 230$  s :

$$s_1 \neq 0 \quad s_2 \neq 0 \quad s_3 (= r_1) = 0 \quad s_4 (= r_2) \neq 0 \quad (17)$$

En appliquant la méthodologie précédemment explicitée, il vient que les ensembles  $F$  et  $S$  sont définis tels que :

$$\begin{aligned} F &= \{f_1, f_2, f_3\} \\ S &= \{s_1, s_2, s_3, s_4\} \end{aligned} \quad (18)$$

D'après la table II, les ensembles  $F^1$ ,  $F^2$  et  $F^3$  sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} F^1 &= \{f_1, f_3\} \\ F^2 &= \{f_2\} \\ F^3 &= \{f_1\} \end{aligned} \quad (19)$$

Les ensembles  $S^1$ ,  $S^2$  et  $S^3$  sont quant à eux donnés par :

$$\begin{aligned} S^1 &= \{s_1\} \\ S^2 &= \{s_2\} \\ S^3 &= \{s_1, s_4\} \end{aligned} \quad (20)$$

Les ensembles  $S^i$  et  $F^i$  étant non disjonctifs, les ensembles globaux  $S^*$  et  $F^*$  sont donc donnés par :

$$\begin{aligned} S^* &= S^1 \cup S^2 \cup S^3 = \{s_1, s_2, s_4\} \\ F^* &= F^1 \cup F^2 \cup F^3 = \{f_1, f_2, f_3\} \end{aligned} \quad (21)$$

Sachant que les signaux  $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_4$  sont non nuls, l'ensemble réduit  $S_R$  est alors défini tel que :

$$S_R = \{s_1, s_2, s_4\} \quad (22)$$

L'application de la formule (16) conduit alors au résultat suivant :

$$Iso(F^*) = \{f_1, f_2\} \quad (23)$$

L'algorithme proposé conclue donc sur la présence de fuites sur les cuves 1 et 2. La situation défaillante est donc bien identifiée.

*C. Cas d'une table de signature non mutuellement exclusive*

Intéressons nous à présent au cas d'une table de signature non mutuellement exclusive. On pourra vérifier que c'est notamment le cas dans la table de signature II si l'on ignore la dernière ligne de la table. Supposons la situation défaillante illustrée sur la figure 2 où l'on ignore le deuxième résidu  $r_2(t)$ . Cette situation correspond donc au cas :

$$s_1 \neq 0 \quad s_2 \neq 0 \quad s_3 (= r_1) = 0 \quad (24)$$

En appliquant la méthodologie précédemment explicitée, il vient que les ensembles  $F$  et  $S$  sont définis tels que :

$$\begin{aligned} F &= \{f_1, f_2, f_3\} \\ S &= \{s_1, s_2, s_3\} \end{aligned} \quad (25)$$

D'après la table II, les ensembles  $F^1$  et  $F^2$  sont alors définis comme suit :

$$\begin{aligned} F^1 &= \{f_1, f_3\} \\ F^2 &= \{f_2\} \end{aligned} \quad (26)$$

Les ensembles  $S^1$  et  $S^2$  sont par conséquent donnés par :

$$\begin{aligned} S^1 &= \{s_1\} \\ S^2 &= \{s_2\} \end{aligned} \quad (27)$$

Les ensembles  $S^i$  et  $F^i$  étant non disjonctifs, les ensembles globaux  $S^*$  et  $F^*$  sont donc donnés par :

$$\begin{aligned} S^* &= S^1 \cup S^2 \cup S^3 = \{s_1, s_2\} \\ F^* &= F^1 \cup F^2 \cup F^3 = \{f_1, f_2, f_3\} \end{aligned} \quad (28)$$

Sachant que les signaux  $s_1$  et  $s_2$  sont non nuls, l'ensemble réduit  $S_R$  est alors défini tel que :

$$S_R = \{s_1, s_2\} \quad (29)$$

L'application de la formule (16) conduit alors au résultat suivant :

$$Iso(F^*) = \{f_1, f_2, f_3\} \quad (30)$$

L'algorithme conduit donc à une fausse décision (présence du défaut  $f_3$ ). Néanmoins, on peut constater que l'ensemble  $Iso(F^*)$  contient la vraie situation défaillante puisque  $f_1$  et  $f_2$  sont éléments de cet ensemble. L'analyse de l'ensemble  $Iso(F^*)$  montre également qu'il contient une seule situation supplémentaire. En d'autres termes,  $Iso(F^*)$  contient un nombre fini de fausses décisions.

D'après notre propre expérience mais également d'après l'expérience des auteurs de la méthode (Voir [2] pour de plus amples détails), ce dernier résultat peut être généralisé selon la proposition suivante :

**Proposition 1 :** Soient  $x$  et  $y$  deux entiers, réel et positifs. Si une combinaison de  $x$  défauts multiples et simultanés a la même signature qu'une combinaison de  $y$  défauts multiples et simultanés, alors un majorant du nombre de fausses décisions est donné par :

$$N_{fd} = |y - x| \quad (31)$$

Ce résultat n'a malheureusement pas été prouvé de façon formelle à l'heure actuelle.

## V. COMPARAISON DES RÉSULTATS

Une analyse de la première méthode montre que cette dernière dépend fortement de la propriété de mutuelle exclusivité de la table de signature. En effet, cette propriété entraîne la génération d'un ensemble MNF de décisions. Une propriété fondamentale de cet ensemble est qu'il contient toujours la bonne décision. Nous avons alors montré que l'approche permet de conclure sur la présence de défauts simples et multiples avec un taux de fausses décisions nul. Néanmoins, satisfaire la propriété de mutuelle exclusivité peut se traduire par la génération d'un nombre important de résidus, ce qui pose des problèmes de complexité et de conception de ces derniers, notamment vis-à-vis des propriétés structurelles d'isolabilité, voir remarque 2.

La deuxième méthode est basée sur l'hypothèse forte de dépendance logique entre les signatures des défauts simples et des défauts multiples. C'est d'ailleurs une limitation majeure de cette approche. Néanmoins, un des avantages est qu'elle ne nécessite pas une table de signature mutuellement exclusive d'où une complexité réduite. Le prix à payer est la présence éventuelle de fausses décisions.

Des analyses précédentes, il vient qu'un compromis entre le nombre minimal de signaux indicateurs de défauts et le nombre "acceptable" de fausses décisions, doit être fait. Soulignons tout de même que dans le cas de la deuxième approche, nous avons montré que le nombre de fausses décisions était borné, voir proposition 1.

## VI. CONCLUSION

L'objectif des travaux présentés dans ce papier est le développement de méthodologies d'isolation de défauts

multiples et simultanés à coût calculatoire réduit pour les systèmes de grande dimension. L'objectif visé est de proposer des algorithmes de diagnostic à minimum de redondance analytique en exploitant au mieux les informations de redondance matérielle éventuellement disponibles sur le système. Deux approches, basées sur la théorie des ensembles, ont été présentées. Les résultats obtenus sont similaires en terme de fausses décisions pour les deux méthodes si la propriété de mutuelle exclusivité est satisfaite.

## RÉFÉRENCES

- [1] Issury I. et Henry D. A methodology for multiple and simultaneous fault isolation. In Proceedings of the 10<sup>th</sup> IEEE European Control Conference (ECC 2009), Budapest, Hungary, 2009.
- [2] Koscielny J.M. et Bartys M. Multiple fault isolation in diagnostic of industrial process. In Proceedings of the 7<sup>th</sup> IEEE European Control Conference (ECC 2003), BCambridge, UK, 2003.
- [3] Ding S.X. *Model-based fault diagnosis techniques. Design schemes, algorithms and tools*. Springer Edition, Berlin, 2008.
- [4] Isermann R. Model-based fault detection and diagnosis - Status and applications. *Annual Review in Control*, Vol. 29, N° 1, pp. 71-85, 2005.
- [5] Patton R.J., Franck P.M. et Clark R. *Issue of fault diagnosis for dynamical systems*. Springer Edition, London, 2000.
- [6] Venkatasubramanian V., Rengaswamy R. et Yin K. A review of process fault detection and diagnosis. Part 1 : Quantitative model-based methods. *Computer and Chemical Engineering*, Vol. 27, pp. 293-311, 2003.
- [7] De Kleer J. Diagnosing multiple faults. *Artificial Intelligence*, Vol. 32, N° 1, pp. 97-130, 1987.
- [8] Bayoudh M., Travé-Massuyès L. et Olive X. Diagnosability of multimode and hybrid systems. In Proceedings of the 11<sup>th</sup> International Conference on Hybrid System : Computation and Control (HSCC 2008), Saint Louis, USA, 2008.
- [9] Odintsova N., Rish I. et Ma S. *Multi-fault diagnosis in dynamic systems*. Technical report, IBM T.J. Watson Research Center, Yorktown Heights, New York, USA, 2004.
- [10] Weber P., Gentil S., Ripoll P. et Foulloy L. Multiple fault detection and isolation. In Proceedings of the 14<sup>th</sup> IFAC World Congress, Beijing, China, 1999.
- [11] Youssef B. Diagnostic par signatures graphiques des systèmes non linéaires - Détection et isolation des défauts multiples. 4<sup>ème</sup> Conférence International Francophone d'Automatique (CIFA 2008), Bucarest, Roumanie, 2008.
- [12] Gertler J. *Fault detection and isolation in engineering systems*. Marcel Dekker, 1998.
- [13] Henry D. et Zolghadri A. Norm-based design of robust FDI schemes for uncertain systems under feedback control : Comparison of two approaches. *Control Engineering Practice*, Vol. 14, pp. 1081-1097, 2006.
- [14] Li L. et Zhou D. Fast and robust fault diagnosis for a class of nonlinear systems : Detectability analysis. *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 28, N° 12, pp. 2635-2646, 2004.
- [15] Sainz M., Armengol J. et Vehi J. Fault detection and isolation of the three-tank system using the modal interval analysis. *Journal of Process Control*, Vol. 12, pp. 325-338, 2002.
- [16] Issury I. et Henry D. Design of a fault algorithm for multiple and simultaneous sensor faults in an autonomous spatial vehicle. In Proceedings of the 20<sup>th</sup> International Conference on Systems Engineering (ICSE 2009), Coventry, UK, 2009.
- [17] Nyberg M. A generalization of the GDE hitting-set algorithm to handle behavioral modes. In Proceedings of the 17<sup>th</sup> International Workshop on Principles of Diagnosis (DX 2006), Penaranda de Duero, Burgos, Spain, 2006.
- [18] Osder S. Practical view of redundancy management - Application and theory. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, Vol. 22, N° 1, pp. 12-21, 1999.