Stabilisation d'une classe de systèmes non linéaires à retards : approche du type Jurdjevic-Quinn

Woihida Aggoune

Equipe Commande des Systèmes (ECS), ENSEA
6, avenue du Ponceau, 95014 Cergy-Pontoise Cedex, France.
aggoune@ensea.fr

Résumé— **Dans cet article nous nous intéressons au problème de la stabilisation de systèmes non linéaires à retards. Les systèmes considérés sont non affines en la commande mais la méthodologie présentée peut s'appliquer à ce type de systèmes. La méthode développée est une généralisation de la méthode dite de Jurjevic et Quinn aux systèmes à retards. En utilisant une approche de type Lyapunov Razumikhin, nous développons des conditions générales pour garantir la stabilité du système en boucle fermée. Une classe particulière de lois de commande stabilisantes est également proposée.**

Mots-clés— **Stabilisation ; Retour d'état ; Retard ; Systèmes non linéaires continus ; Fonctions de Lyapunov.**

I. Introduction

Durant les dernières décennies, le problème de la stabilisabilité de systèmes non linéaires et la synthèse de lois de commande stabilisantes a été le sujet de nombreuses études (voir par exemple [3],[4],[5],[8],[9],[12],[15]).

Le problème de la stabilisation et de la synthèse de lois de commande pour des systèmes linéaires avec retards ont été largement étudiés et demeurent toujours des sujets d'investigations (voir les ouvrages [7],[10], [13]), cette liste n'étant pas exhaustive.

Dans le cas de systèmes non linéaires avec retards, ces problèmes sont assez complexes et restent ouverts. La difficulté provient en effet de la dimension infinie de l'état combinée avec la structure non linéaire des équations diférentielles considérées.

Dans cet article, nous considérons le problème de la stabilisation de systèmes non linéaires avec retards par le biais d'une loi de commande par retour d'état. Plus précisément, nous développons de conditions suffisantes de stabilisabilité et proposons des lois de commandes stabilisantes pour ces systèmes. L'approche proposée est une généralisation de la méthode dite de Jurjevic et Quinn [8], dédiée au problème de la stabilisation de systèmes non linéaires affines en la commande.L'une des caractéristiques de la méthode que nous développons est de faire appel à un extension de la dérivée de Lie usuelle aux cas des systèmes à états retardés. Une telle extension a été considérée par exemple dans [14] ou encore dans [6] (avec des formalismes mathématiques différents) afin de traiter des problèmes de linéarisation entrée-sortie pour des systèmes non linéaires à retards.

Dans [1] et [2], nous avons commencé à apporter des réponses à ce problème de stabilisation pour des systèmes non linéaires. Les résulats élaborés dans [1] ne s'appliquaient qu'à des systèmes affines en la commande. De plus la partie non commandé du système ne faisait pas apparaitre de retards. Par la suite d'autres résultats ont été obtenus [2] pour une classe de systèmes non affines en la commande.

Dans cet article, nous proposons des conditions suffisantes de stabilisabilité ainsi qu'une classe de lois de commande pouvant s'appliquer à une classe plus large de systèmes non linéaires à retards. Afin de simplifier cette présentation, nous commençons par le cas où il n'y a qu'un seul retard avant de traiter le cas de retards multiples et commensurables.

Dans la Section 2, nous présentons les systèmes considérés et rappelons quelques notions de base sur la stabilité utilisées dans la suite de l'article. Dans la Section 3, nous présentons et démontrons nos résultats principaux. Enfin, nous apportons nos conclusions dans la Section 4.

II. Position du problème et préliminaires

Considérons la classe de systèmes définie par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= f(x(t), x(t-\tau), u) \\ x(t) &= \phi(t), \quad t \in [-\tau, 0] \end{cases} \tag{1}$$

où f est un champ de vecteurs régulier tel que $f(0,0,0) = 0$. Dans la suite, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ représente l'état instantané du système et $u \in \mathbb{R}$ est l'entrée. τ est un scalaire positif représentant le retard que nous supposons connu. La fonction $\phi(t) \in \mathcal{C} = \mathcal{C}([-\tau, 0], \mathbb{R}^n)$ est la condition initiale. $\mathcal{C}([-\tau, 0], \mathbb{R}^n)$ est l'espace de Banach des fonctions continues de l'intervalle $[-\tau, 0]$ dans $\mathbb{R}^n$, muni de la norme $\|\phi\| = \sup_{t\in[-\tau,0]} |\phi(t)|$. La norme euclidienne de $\phi(t) \in \mathbb{R}^n$ est notée $|\phi(t)|$. Nous noterons $\mathcal{C}_n$ l'ensemble des fonctions ϕ telles que $\|\phi\| = |\phi(0)|$.

Soit f_0 un champ de vecteurs régulier défini par :

$$f_0(x(t), x(t-\tau)) = f(x(t), x(t-\tau), 0).$$

Nous supposons qu'il existe une fonction de Lyapunov V telle que :

$$\begin{aligned} &\langle f_0(\phi(0), \phi(-\tau)), \nabla V(\phi(0))\rangle \leq 0 \\ &\text{si } |\phi(\theta)| \leq |\phi(0)|, \quad \forall \theta \in [-\tau, 0]. \end{aligned} \tag{2}$$

où ∇ représente le gradient et $\langle ., . \rangle$ désigne le produit scalaire.

Cela revient d'après la méthode de Lyapunov Razumikin (voir [16] [17], que nous rappelons par la suite),à poser que le système sans commande ($u = 0$) est stable. Il est à noter que cette hypothèse se retrouve dans la méthode de Jurdjevic et Quinn qui a motivé cette étude.

Nous noterons $\overline{V}$, la fonctionnelle de Lyapunov définie par :

$$\overline{V}(\phi) = V(\phi(0)).$$

Nous introduisons à présent l'opérateur de retard δ, défini pour toute fonction $a(.)$ par :

$$\delta a(t) = a(t-h). \tag{3}$$

Nous définissons par récurrence :

$$\delta^0 a(t) = a(t)$$

et

$$\delta^k a(t) = \delta(\delta^{k-1} a(t)), \qquad \forall k \geq 1.$$

Pour toute fonction $F : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, nous posons :

$$F_\delta(x(t)) = F(x(t), \delta x(t)) = F(x(t), x(t-h)). \tag{4}$$

Pour une fonction $G : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, nous définissons la dérivée de Lie de G_δ le long du champ de vecteurs F_δ par :

$$\begin{aligned} L_{F_\delta} G_\delta(x(t)) &= \frac{\partial G_\delta(x(t))}{\partial x(t)}\, F(x(t), x(t-h)) \\ &+ \frac{\partial G_\delta(x(t))}{\partial \delta x(t)}\, \delta F(x(t), x(t-h)). \end{aligned}$$

Nous définissons par récurrence :

$$L^k_{F_\delta} G_\delta(x(t)) = L_{F_\delta}(L^{k-1}_{F_\delta} G_\delta(x(t))), \qquad \forall k \geq 1.$$

Notons que s'il n'y a pas de retard, nous retrouvons la définition usuelle de la dérivée de Lie. Nous pouvons aussi remarquer qu'avec cette notation, la condition (2) peut se réécrire sous la forme :

$$L_{f_{0,\delta}} V(\phi(0)) \leq 0, \qquad \text{si } \phi \in \mathcal{C}_n.$$

Avant de présenter nos résultats, nous rappelons quelques notions de base sur la stabilité des systèmes à retards qui sont utilisées par la suite.

Considérons pour cela, les systèmes non linéaires à retards de la forme générale :

$$\dot{x}(t) = \tilde{f}(t, x_t) \tag{5}$$

où $\tilde{f} : \mathbb{R} \times \mathcal{C}([-h, 0], \mathbb{R}^n) \mapsto \mathbb{R}^n$ est continue, lipschitzienne par rapport à la deuxième composante et satisfaisant $\tilde{f}(t, 0) = 0$ pour tout $t \in \mathbb{R}$.

Pour $t \geq \sigma - h$, nous noterons $x(\sigma, \phi)(t)$, sa solution au temps t, de condition initiale ϕ au temps σ, c'est à dire,

$$x(\sigma, \phi)(\sigma + \theta) = \phi(\theta),\ \forall \theta \in [-h, 0].$$

Pour $\theta \in [-h, 0]$,

$$x_t(\theta) = x(t + \theta)$$

représente l'état du système à retard. Pour tout $\delta > 0$, nous notons par $\mathcal{B}(0, \delta)$, la boule :

$$\mathcal{B}(0, \delta) = \{\phi \in \mathcal{C}([-h, 0], \mathbb{R}^n) : \|\phi\| < \delta\}.$$

Définition 1:
La solution d'équilibre $x = 0$ de l'équation différentielle à retards (5) est dite :

1. stable, si pour tout $\sigma \in \mathbb{R}$, $\varepsilon > 0$, il existe $\delta = \delta(\varepsilon, \sigma)$ tel que $\phi \in \mathcal{B}(0, \delta)$ implique que $x_t(\sigma, \phi) \in \mathcal{B}(0, \varepsilon)$ pour $t \geq \sigma$.

2. uniformément stable, si le nombre δ est indépendant de σ.

3. asymptotiquement stable, si elle est stable et s'il existe $b_0 = b_0(\sigma) > 0$ tel que $\phi \in \mathcal{B}(0, b_0)$ implique que $x_t(\sigma, \phi) \to 0$ quand $t \to \infty$.

En pratique, pour analyser la stabilité d'un système à retards, nous pouvons utiliser le Théorème de Lyapunov-Razumikhin suivant :

Théorème 1 (voir [16])
Soient $u, v, w : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}^+$ des fonctions continues, croissantes où $u(s)$ et $v(s)$ sont définies positives et v est strictement croissante. S'il existe une fonction $V : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ telle que

$$u(|x|) \leq V(t, x) \leq v(|x|), \qquad \forall t \in \mathbb{R}, x \in \mathbb{R}^n \tag{6}$$

$$\begin{aligned} &\text{et} \quad \dot{V}(t, \phi(0)) \leq -w(|\phi(0)|), \\ &\text{si} \quad V(t + \theta, \phi(\theta)) < V(t, \phi(0)) \ \text{ pour } \ \theta \in [-h, 0], \end{aligned} \tag{7}$$

alors la solution $x = 0$ de l'équation (5) est uniformément stable.

Remarque 1: Dans [17] les auteurs ont établi une version améliorée du Théorème de Razumikhin rappelé ci-dessus. La classe de fonctions pour laquelle $\dot{V}$ doit satisfaire l'inégalité (7) est remplacée par la classe de fonctions ϕ satisfaisant la condition :

$$|\phi(\theta)| \leq |\phi(0)|, \qquad \forall \theta \in [-h, 0]. \tag{8}$$

Il s'agit de l'ensemble $\mathcal{C}_n$ introduit au début de cette section.

Notons que la condition (2) revient à poser que la solution du système sans dérive obtenu à partir de (1) est stable.

III. Résultats principaux

A. Cas de systèmes avec un seul retard

Nous commençons par aborder le cas de système avec un seul retard en considérant le système (1). Nous supposons que f peut se développer sous la forme :

$$f(x(t), x(t-\tau), u) = f_0(x(t), x(t-\tau))$$
$$+u^\alpha\ g(x(t), x(t-\tau)) + u^{\alpha+1}\ h(x(t), x(t-\tau), u).$$

$1 \leq \alpha \in \mathbb{N}$, g et h sont des fonctions régulières et

$$f_0(x(t), x(t-\tau)) = f(x(t), x(t-\tau), 0).$$

Nous supposons que l'entier α defini par :

$$\alpha = \inf\{k \in \mathbb{N} / \frac{\partial^k f}{\partial u^k}(x, \delta x, 0) \neq 0\} \tag{9}$$

est impair. Notons que dans la mesure où f est un champ de vecteurs régulier, un tel développement est possible avec :

$$g(x(t), x(t-\tau)) = \frac{1}{\alpha!}\frac{\partial^\alpha f}{\partial u^\alpha}(x(t), x(t-\tau), 0)$$

et $h(x(t), x(t-\tau), u)$ correspond au reste du développement de Taylor.
Nous avons alors le résultat suivant .

Théorème 2: Si l'ensemble

$$W = \{\phi \in \mathcal{C} \,/\, L^{k+1}_{f_{0,\delta}} V(\phi(0)) = L^k_{f_{0,\delta}} L_{g_\delta} V(\phi(0)) = 0; \quad k \in \mathbb{N}\} \tag{10}$$

est réduit à l'origine, alors le système (1) est globallement asymptotiquement stabilisable à l'origine.

Preuve :

Soit ψ une fonction $\mathcal{C}^\infty(\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n;]0, \infty))$ telle que :

$$\psi(\phi(0), \phi(-\tau)) \leq \frac{1}{\sup\limits_{|u|\leq 1} |L_{\tilde{h}_\delta} V(\phi(0))|^2 + |L_{g_\delta} V(\phi(0))|^2 + 2}\,. \tag{11}$$

Nous introduisons la loi de commande u définie par :

$$u = -\psi(\phi(0), \phi(-\tau))\, L_{g_\delta} V(\phi(0))\,. \tag{12}$$

Nous posons

$$\begin{aligned} \tilde{h}_\delta(\phi(0)) &= h\big(\phi(0), \phi(-\tau), u\big) \\ &= h\big(\phi(0), \delta\phi(0), u\big), \end{aligned}$$

où u est donnée par (12) .

Nous pouvons alors montrer que la loi de commande u et la fonction ψ vérifient les trois inégalités qui suivent :

$$\begin{aligned} & u^\alpha(\phi(0), \phi(-\tau)) L_{g_\delta} V(\phi(0)) \leq 0, \\ & |u(\phi(0), \phi(-\tau))| \leq \frac{1}{2} \\ & \text{et } \ |\psi(\phi(0), \phi(-\tau))\, L_{\tilde{h}_\delta} V(\phi(0))| \leq \frac{1}{2}, \quad \forall \phi \in \mathcal{C}. \end{aligned} \tag{13}$$

Le système en boucle fermé (1) avec la loi de commande (12) est de la forme :

$$\dot{x}(t) = z(x(t), x(t-\tau)) \tag{14}$$

où z est le champ de vecteur associé au système en boucle fermée :

$$\begin{aligned} z(x(t), x(t-\tau)) \ &= f_0(x(t), x(t-\tau)) \\ & -\big[\psi(x(t), x(t-\tau))\ L_{g_\delta} V(x(t))\big]^\alpha\ g(x(t), x(t-\tau)) \\ & +\big[\psi(x(t), x(t-\tau))\ L_{g_\delta} V(x(t))\big]^{\alpha+1} \\ & .\, h\Big(x(t),\ x(t-\tau),\ -\psi(x(t), x(t-\tau))\, L_{g_\delta} V(x(t))\Big). \end{aligned}$$

Le long des trajectoires du système (1), nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{\overline{V}}(\phi) \ &= \ \dot{V}(\phi(0)) \\ &= \ L_{f_{0,\delta}} V(\phi(0)) + u^\alpha L_{g_\delta} V(\phi(0)) \\ &\quad + u^{\alpha+1} L_{\tilde{h}_\delta} V(\phi(0)). \end{aligned} \tag{15}$$

Avec la loi de commande (12) et en utilisant (2) et (13), il s'en suit que :

$$\begin{aligned} \dot{V}(\phi(0)) = & L_{f_{0,\delta}} V(\phi(0)) \\ & - \psi(\phi(0), \phi(-\tau))^\alpha L_{g_\delta} V(\phi(0))^{\alpha+1} \\ & .\,\big[\ 1 - \psi(\phi(0), \phi(-\tau))\, L_{\tilde{h}_\delta} V(\phi(0))\ \big] \\ \leq & \ 0 \quad \text{ si } \phi \in \mathcal{C}_n. \end{aligned} \tag{16}$$

En effet, par définition de ψ qui vérifie (11) et d'après les inégalités obtenues dans (13),

$$\big[\ 1 - \psi(\phi(0), \phi(-\tau))\, L_{\tilde{h}_\delta} V(\phi(0))\ \big] \geq \frac{1}{2} > 0$$

et

$$-\, \psi(\phi(0), \phi(-\tau))^\alpha L_{g_\delta} V(\phi(0))^{\alpha+1} \leq 0.$$

Ceci implique que

$$\dot{V}(\phi(0)) \leq 0 \quad \text{ si } \ \phi \in \mathcal{C}_n.$$

Le système (1) (12) est alors stable.

Notons $z_t(\phi)$, le flot associé au système en boucle fermée (1) (12).

D'après le principe d'invariance de LaSalle pour les systèmes différentiels à retards (voir [11]), $z_t(\phi)$ converge vers le plus grand ensemble invariant I contenu dans l'ensemble

$$\Omega = \{\phi \in \mathcal{C} \,/ \dot{\overline{V}}(\phi) \, = 0\}.$$

Soit ϕ un élément de cet ensemble I. En utilisant (16) , nous obtenons :

$$L_{f_{0,\delta}} V(\phi(0)) = L_{g_\delta} V(\phi(0)) = 0.$$

En effet, dans l'expression (16), $\dot{V}(\phi(0))$ est majoré par deux termes négatifs. Ainsi, si

$$\dot{V}(\phi(0)) = 0$$

alors ces deux termes sont également nuls.
Avec

$$\left[\; 1 - \psi(\phi(0), \phi(-\tau))\, L_{\tilde{h}_\delta} V(\phi(0)) \;\right] > 0,$$

il en résulte que

$$L_{f_{0,\delta}} V(\phi(0) = 0 \quad \text{et} \quad L_{g_\delta} V(\phi(0)) = 0.$$

Pour tout t, pour lequel $z_t(\phi)$ est défini, nous avons :

$$z_t(\phi) = x_t(\phi), \quad \forall t \geq 0$$

où $x_t(\phi)$ est le flot associé au champ de vecteurs f_0.

Par invariance de l'ensemble I :

$$L_{f_{0,\delta}} V(x_t(\phi)(0)) = L_{g_\delta} V(x_t(\phi)(0)) = 0, \quad \forall t \geq 0.$$

Nous avons alors :

$$L^2_{f_{0,\delta}} V(\phi(0)) = \frac{d}{dt} L_{f_{0,\delta}} V(x_t(\phi)(0)) \bigg|_{t=0} = 0$$

et

$$L_{f_{0,\delta}} L_{g_\delta} V(\phi(0)) = \frac{d}{dt} L_{g_\delta} V(x_t(\phi)(0)) \bigg|_{t=0} = 0.$$

Nous pouvons montrer par récurrence que :

$$L^{k+1}_{f_{0,\delta}} V(\phi(0)) = \frac{d}{dt} L^k_{f_{0,\delta}} V(x_t(\phi)(0)) \bigg|_{t=0} = 0$$

et

$$L^k_{f_{0,\delta}} L_{g_\delta} V(\phi(0)) = \frac{d}{dt} L^{k-1}_{f_{0,\delta}} L_{g_\delta} V(x_t(\phi)(0)) \bigg|_{t=0} = 0$$

pour tout $k \geq 1$.
Nous obtenons finalement :

$$L^{k+1}_{f_{0,\delta}} V(\phi(0)) = 0$$

et

$$L^k_{f_{0,\delta}} L_{g_\delta} V(\phi(0)) = 0, \qquad \forall\, k \in \mathbb{N}.$$

Ainsi ϕ est un élément de W. Comme $W = \{0\}$ par hypothèse du Théorème 2, l'attractivité de l'origine est alors établie.
Ceci termine la preuve du théorème .

B. Cas de systèmes à retards multiples

Considérons à présent, le système à retards multiples commensurables suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), x(t-\tau), \ldots, x(t-m\tau), u(t)) \\ x(t) = \phi(t), \quad t \in [-m\tau, 0] \end{cases} \tag{17}$$

pour lequel f est un champ de vecteurs régulier tel que $f(0, \ldots, 0) = 0$.

Nous définissons les opérateurs retards δ_i, $(i \in \mathbb{N})$ en posant :

$$\delta_i x(t) = x(t - i\tau)$$

et le vecteur d'opérateurs retards τ_p par :

$$\tau_p = (\delta_1, .., \delta_p).$$

Soit F une fonction allant de $\mathbb{R}^{n \times (p+1)}$ vers $\mathbb{R}^n$ et $F_{\tau_p}(x(t))$ la fonction définie par :

$$\begin{aligned} F_{\tau_p}(x(t)) &= F(x(t), x(t-\tau), \ldots, x(t-p\tau)) \\ &= F(x(t), \tau_p(x(t)) \end{aligned}$$

qui fait alors intervenir le vecteur d'operateurs retards τ_p. De la même manière, pour une fonction G allant de $\mathbb{R}^{n \times (q+1)}$ dans $\mathbb{R}^n$, posons :

$$\begin{aligned} G_{\tau_q}(x(t)) &= G(x(t), x(t-\tau), \ldots, x(t-q\tau)) \\ &= G(x(t), \tau_q(x(t))). \end{aligned}$$

Pour ce type de fonction $G : \mathbb{R}^{n \times (q+1)} \to \mathbb{R}^n$, nous définissons la dérivée de Lie de G_{τ_q} le long des trajectoires de F_{τ_p} par :

$$\begin{aligned} L_{F_{\tau_p}} G_{\tau_q}(x(t)) &= \frac{\partial G_{\tau_q}(x(t))}{\partial x(t)} \; F_{\tau_p}(x(t)) \\ &+ \; \textstyle\sum_{i=1}^q \frac{\partial G_{\tau_q}(x(t))}{\partial \delta^i x(t)} \; \delta_i F_{\tau_p}(x(t)), \end{aligned}$$

et par récurrence :

$$L^k_{F_{\tau_p}} G_{\tau_q}(x(t)) = L_{F_{\tau_p}}(L^{k-1}_{F_{\tau_p}} G_{\tau_q}(x(t))), \qquad \forall k \geq 1.$$

Nous supposons que f que peut être développée sous la forme :

$$\begin{aligned} & f(x(t), x(t-\tau), \ldots, x(t-m\tau), u(t)) \\ & = f_0(x(t), x(t-\tau), \ldots, x(t-m\tau)) \\ & + u^\gamma \; g(x(t), x(t-\tau), \ldots, x(t-m\tau)) \\ & + u^{\gamma+1} \; h(x(t), x(t-\tau), \ldots, x(t-m\tau), u) \end{aligned}$$

où h est une fonction de classe $\mathcal{C}^\infty$.

Nous supposons que l'entier $\gamma \geq 1$, défini par :

$$\gamma = \inf \{k \in \mathbb{N} / \frac{\partial^k f}{\partial u^k}(x, \delta x, \ldots, \delta^m x, 0) \neq 0\} \qquad (18)$$

est impair. Nous avons alors le résultat suivant.

Théorème 3: Si l'ensemble

$$\widetilde{W} = \{\phi \in \mathcal{C} \,/\, L_f^{k+1} V(\phi(0)) \;=\; L_f^k L_{g_\tau} V(\phi(0)) \;=\; 0; \quad k \in \mathbb{N}\} \qquad (19)$$

avec $\tau = (\delta_1, .., \delta_m)$, est réduit à l'origine alors le système (17) est globallement asymptotiquement stabilisable à l'origine.

Preuve :

La démonstration de ce résultat est analogue à celle du Théorème 2. Nous remplaçons alors l'opérateur retard δ défini par (3) par le vecteur d'opérateurs retards $\tau = (\delta_1, .., \delta_m)$.

IV. Conclusions

Dans cet article, nous avons considéré le problème de la stabilisation de systèmes non linéaires avec retards en utilisant une classe particulière de lois de commande par retour d'état. La méthode présentée est inspirée de la Méthode dite de Jurdjevic et Quinn. Tout comme dans cette méthode, le système sans dérive ($u = 0$) est supposé stable. Afin d'étendre cette méthode au cas des systèmes à états retardés, nous avons utilisé une extension de la dérivée de Lie. Cela a alors nécessité l'utilisation de fonction de Lyapunov Razumikhin. Nous avons ainsi obtenu des conditions suffisantes pour garantir la stabilité asymptotique de l'origine du système en boucle fermée.

Références

[1] W. Aggoune-Bouras. On feedback stabilization of a class of systems with time delays. *Proceeding of the European Control Conference*, University of Cambridge, UK, September 2003.

[2] W. Aggoune-Bouras. Sur la stabilisation de systemes non lineaires non affines avec retards. *Proceeding of the Proceedings of the Conference Internationale Francophone d'Automatique*, Douz, Tunisia, 2004.

[3] A. Baccioti. The local stabilizability for nonlinear systems. *IMA Journal of Mathematical Control & Information* **5**, pp 27-39, 1988.

[4] F.H. Clarke, Y.S. Ledyaev, E.D. Sontag et A.I. Subbotin. Asymptotic controllability implies feedback stabilization. *IEEE Transaction on Automatic Control* **42**(10), pp 1394-1407, 1997.

[5] J.M. Coron. Linearized control systems and application to smooth stabilization. *SIAM Journal of Control and Optimization* **32**, pp 358-386, 1994.

[6] A. Germani, C. Manes et P. Pepe. Linearization and decoupling of nonlinear delay systems. *Proceeding of 1998 American Control Conference*, Philadelphia, Pennsylvania, 1998.

[7] K. Gu, V.L. Kharitonov et V. Chen. *Stability of time-delay systems* (Birkhauser : Boston), 2003.

[8] V. Jurdjevic et J.P. Quinn. Controllability and stability. *J. Differential Equations* **28**, pp 381-389, 1978.

[9] N. Kalouptsidis et J. Tsinias. Stability improvement of nonlinear systems by feedback. *IEEE Transaction on Automatic Control* **AC-29**(4), pp 364-367, 1984.

[10] V. B. Kolmanovskii et V. R. Nosov, *Stability of Functional Differential Equations,* Academic Press, New-York, 1986.

[11] J.P. LaSalle. The Stability of Dynamical Systems. Regional Conference Series in Applied Mathematics, Society for Industrial and Applied Mathematics *Philadelphia*, 1976.

[12] K.K. Lee et A. Arapostathis. Remarks on smooth feedback stabilisation of nonlinear systems. *Systems & Control Letters*, **10**, pp 41-44, 1988.

[13] S.-I. Niculescu. Delay effects on stability. A robust control approach (Springer-Verlag : Heidelberg, LNCIS, vol. **269**), 2001.

[14] T. Oguchi, A. Watanabe et T. Nakamizo. Input-output Linearization of Retarded Nonlinear Systems by an Extended Lie derivative. *Proceeding of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, Florida, pp 1364-1369, December 1998.

[15] R. Outbib et G. Sallet. Stabilizability of the angular velocity of a rigid body revisited. *Systems & Control Letters* **18**, pp 93-98, 1992.

[16] B.S. Razumikhin. On the stability of systems with a delay, *Sowjet Journal Prikladnaja Matematika Mechanika*, Vol 20, No 4, pp 500-512, 1956.

[17] B. Xu et Y. Liu. An Improved Razumikhin-Type Theorem and Its Applications, *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol 39, No 4, pp 839-841, 1994.