

Synthèse d'observateur sensible aux défauts avec rejet de perturbations pour les modèles Takagi-Sugeno

M. BOUATTOUR^{1,2}, M. CHADLI¹, A. EL HAJJAJI¹, M. CHAABANE²

¹ Laboratoire Modelisation Information et Système,
Université de Picardie Jules Verne
7 Rue Moulin neuf, 80000, Amiens, France.
{maha.bouattour,mohammed.chadli}@u-picardie.fr

²Unité de Commande des Procédés Industriels
Ecole Nationale d'Ingenieurs de Sfax.
Route Soukra, BP 1173, 3038, Sfax, Tunisie,

Résumé—Ce papier propose la conception d'observateur sensible aux défauts capteurs et actionneurs et robuste vis à vis des perturbations extérieures pour des systèmes non linéaires décrits par un modèle flou de type Takagi-Sugeno (T-S). La technique utilisée est celle des systèmes descripteurs en considérant les défauts capteurs comme étant des variables d'état auxiliaires. Nous utilisons les normes H_- et H_∞ afin d'assurer la robustesse vis à vis des perturbations et la sensibilité vis à vis des défauts. La synthèse de l'observateur est obtenue en utilisant les Inégalités Matricielles Linéaires (LMI). Enfin, un exemple de simulation est proposé pour montrer l'efficacité de la méthode proposée.

Mots-clés—Modèle Takagi-Sugeno, observateur, défauts capteurs/actionneurs, H_- , H_∞ , LMI.

I. INTRODUCTION

Pour des raisons de sécurité et de bon fonctionnement des procédés industriels, plusieurs travaux de recherche se sont focalisés, ces dernières années, sur le problème de détection et de diagnostic des défauts capteurs et/ou actionneurs (voir par exemple [1][2][3][4][5][6][7] et références incluses). En effet, les défauts peuvent entraîner des anomalies de fonctionnement du système et peuvent provoquer éventuellement des dommages importants sur les procédés [8][9]. Il s'avère intéressant de développer des stratégies permettant la détection et l'estimation des défauts afin d'agir à temps. Dans ce contexte, quelques méthodes ont été développées pour la détection des défauts à base d'observateur [10][11][12][13]. Parmi ces travaux, les problèmes de sensibilité aux défauts et de robustesse vis à vis des perturbations ont été abordés. Pour traiter le problème de robustesse, plusieurs approches ont été proposées en utilisant la norme H_∞ [12][14], et récemment la norme H_- [3][11][13][15]. Par exemple dans [12], l'idée de base est de ramener le problème de détection robuste de défaut à un problème de H_∞ standard. Dans [10][15][16], des méthodes similaires aux travaux cités précédemment basées sur les observateurs et le formalisme des Inégalités Matricielles Linéaires (LMI) ont été élaborées avec l'approche H_- et le multi-objectifs H_-/H_∞ pour la détection de défauts des systèmes linéaires. Des méthodes basées sur les observateurs à entrées inconnues linéaires ou non linéaires ont été également utilisées [5][6][7][17]. Dans le

cas des modèles flous de type Takagi-Sugeno (T-S), des méthodes de détection de défauts et de rejet de perturbations basées sur la synthèse d'observateurs ont été également proposées [7][18]. En outre, l'estimation des variables d'état et des défauts est obtenue en exploitant les techniques des systèmes descripteurs ou en utilisant les techniques des observateurs à entrées inconnues (voir par exemple [5][6][7][19][20]). Ainsi, des algorithmes de diagnostic des défauts capteurs et/ou actionneurs basés sur différentes techniques (observateur à entrées inconnues, technique de mode glissant, technique descripteur...) ont été proposées [1][19][21].

L'objectif de ce travail est la synthèse d'un observateur sensible aux défauts avec rejet de perturbation pour des modèles flous de type T-S. Le modèle T-S est supposé soumis à des défauts capteurs et actionneurs et des perturbations extérieures. La synthèse utilise la minimisation de la norme H_∞ pour rendre l'observateur robuste vis à vis des perturbations et la maximisation de la norme H_- pour le rendre le plus possible sensible aux défauts. Les conditions de synthèse sont résolues avec un algorithme itératif impliquant des LMI [22].

Ce papier est structuré comme suit : dans la section II nous présentons la structure du modèle T-S et celle de l'observateur considérées. Les conditions de synthèse de l'observateur sont formulées en utilisant les performances H_∞ et H_- dans les sections III et IV respectivement. La section V est consacrée à la synthèse multi-objectifs H_-/H_∞ de l'observateur. La section VI présente un exemple de simulation pour illustrer l'efficacité de la méthode proposée.

Notation : Une matrice P symétrique définie positive est notée par $P > 0$, la transposée et l'inverse d'une matrice P sont, respectivement, P^T et P^{-1} . I est la matrice identité de dimension appropriée. Le symbole $*$ indique une quantité transposée dans une matrice symétrique. Afin d'alléger l'écriture $\mu_i(\xi(t))$ est abrégée sous la forme $\mu_i(t)$.

II. FORMULATION DU PROBLÈME

A. Modèle flou de type T-S

Considérons le modèle flou de type T-S décrit par des règles floues de la forme Si-Alors. La $i^{\text{ème}}$ règle du modèle flou est de la forme suivante

Règle i : Si $\xi_1(t)$ est M_{1i} et, ..., et $\xi_g(t)$ est M_{gi}

$$\begin{aligned} \text{Alors } \dot{x}(t) &= A_i x(t) + B_i u(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (1)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ est le vecteur d'entrée et $y(t) \in \mathbb{R}^p$ est le vecteur de mesure. A_i , B_i et C sont des matrices de dimensions appropriées. $\xi(t) = [\xi_1(t) \dots \xi_g(t)]$ sont les variables de prémisses supposées mesurables et M_{ij} désignent le $j^{\text{ème}}$ ensemble flou associé à la $i^{\text{ème}}$ variable $x_i(t)$. Alors le système flou de type T-S est inféré sous la forme suivante

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^l \mu_i(\xi(t)) (A_i x(t) + B_i u(t)) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (2)$$

où l est le nombre de règles floues, avec

$$\mu_i(\xi(t)) = \frac{\omega_i(\xi(t))}{\sum_{i=1}^l \omega_i(\xi(t))}, \quad \omega_i(\xi(t)) = \prod_{j=1}^g M_{ij}(\xi_j(t)) \quad (3)$$

vérifiant

$$\sum_{i=1}^l \mu_i(\xi(t)) = 1 \quad \text{et} \quad \mu_i(\xi(t)) > 0 \quad \text{pour} \quad i = 1, \dots, l \quad (4)$$

Dans ce papier, nous considérons un modèle flou de type TS à temps continu soumis à des défauts capteurs, des défauts actionneurs et des perturbations inconnues supposées bornées. Alors le système (2) se réécrit sous la forme suivante

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^l \mu_i(t) (A_i x(t) + B_i u(t)) + B_f f(t) + B_d d(t) \\ y(t) &= C x(t) + D_f f(t) \end{aligned} \quad (5)$$

où $d(t) \in \mathbb{R}^{l_d}$ est la perturbation bornée, $f(t) \in \mathbb{R}^{l_s}$ représente le vecteur de défaut. B_d , B_f et D_f sont des matrices de dimensions appropriées.

Afin d'estimer le vecteur d'état et les défauts capteur et actionneur, nous considérons le défaut comme étant un état auxiliaire du système augmenté (6). Un système augmenté descripteur est construit. Alors le système flou T-S (5) résultant admet l'expression suivante

$$\begin{aligned} \bar{E} \dot{\bar{x}}(t) &= \sum_{i=1}^l \mu_i(t) (\bar{A}_i \bar{x}(t) + \bar{B}_i u(t)) + \bar{B}_d d(t) \\ &\quad + \bar{D}_f x_s(t) + \bar{B}_f f(t) \\ y(t) &= \bar{C} \bar{x}(t) = C^* \bar{x}(t) + x_s(t) \end{aligned} \quad (6)$$

avec

$$x_s(t) = D_f f(t), \quad (7a)$$

$$\bar{x}(t) = (x^T(t) \quad x_s^T(t))^T, \quad (7b)$$

$$\bar{E} = \begin{pmatrix} I_n & 0 \\ 0 & 0_p \end{pmatrix}, \quad \bar{A}_i = \begin{pmatrix} A_i & 0 \\ 0 & -I_p \end{pmatrix} \quad (7c)$$

$$\bar{B}_i = \begin{pmatrix} B_i \\ 0_p \end{pmatrix}, \quad \bar{B}_d = \begin{pmatrix} B_d \\ 0_p \end{pmatrix}, \quad (7d)$$

$$\bar{B}_f = \begin{pmatrix} B_f \\ 0_p \end{pmatrix}, \quad \bar{D}_f = \begin{pmatrix} 0_n \\ I_p \end{pmatrix}, \quad (7e)$$

$$C^* = (C \quad 0_p) \quad \text{et} \quad \bar{C} = (C \quad I_p) \quad (7f)$$

Dans cette étude, nous considérons la structure de l'observateur suivante

$$E \dot{z}(t) = \sum_{i=1}^l \mu_i(t) (F_i z(t) + \bar{B}_i u(t)) \quad (8a)$$

$$\hat{x}(t) = z(t) + L y(t) \quad (8b)$$

$$\hat{y}(t) = C^* \hat{x}(t) = C \hat{x}(t) \quad (8c)$$

avec $z(t) \in \mathbb{R}^{n+p}$ est le vecteur d'état auxiliaire de l'observateur proposé et $\hat{x}(t) \in \mathbb{R}^{n+p}$ est le vecteur d'état estimé de (6). F_i , E et L sont les matrices gains de l'observateur à déterminer.

Le paragraphe suivant décrit le principe de synthèse d'un observateur permettant de détecter le défaut et de garantir un rejet de perturbation.

B. Génération du résidu et atténuation des perturbations

Définissons l'erreur d'estimation $e(t)$ et le signal de résidu $r(t)$:

$$e(t) = \bar{x}(t) - \hat{x}(t) \quad (9a)$$

$$r(t) = V(y(t) - \hat{y}(t)) \quad (9b)$$

avec V est la matrice de pondération de résidu.

Définition 1 : Etant donné un système flou (5), deux scalaires $\gamma > 0$ et $\beta > 0$. L'observateur (8) est appelé observateur H_-/H_∞ de détection de défaut s'il est asymptotiquement stable et les inégalités suivantes sont satisfaites

$$\int_0^\infty r^T(t) r(t) dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty d^T(t) d(t) dt \quad (10)$$

$$\int_0^\infty r^T(t) r(t) dt \geq \beta^2 \int_0^\infty f^T(t) f(t) dt \quad (11)$$

L'objectif est de concevoir un observateur admissible (8) afin de minimiser γ et maximiser β , c-à-d un observateur robuste aux perturbations $d(t)$ et sensible aux défauts $f(t)$. Dans la suite, nous déterminons l'équation de l'erreur dynamique. A partir de (6) et (8), nous considérons le système suivant

$$\begin{aligned} (\bar{E} + EL\bar{C}) \dot{\bar{x}}(t) - E \dot{\hat{x}}(t) &= \sum_{i=1}^l \mu_i(t) \left((F_i LC^* + \bar{A}_i) \bar{x}(t) \right. \\ &\quad \left. - F_i \hat{x}(t) \right) + \bar{B}_d d(t) + (F_i L + \bar{D}_f) x_s(t) + \bar{B}_f f(t) \end{aligned} \quad (12)$$

Afin de déterminer le triplet (E, F_i, L) de l'observateur (8), nous considérons les conditions suivantes

$$E = \bar{E} + EL\bar{C} \quad (13a)$$

$$F_i = \bar{A}_i + F_i LC^* \quad (13b)$$

$$F_i L = -\bar{D}_f \quad (13c)$$

Pour satisfaire les conditions (13), nous proposons la solution suivante

$$F_i = \begin{pmatrix} A_i & 0 \\ -C & -I_p \end{pmatrix} \quad (14a)$$

$$L = \begin{pmatrix} 0 \\ I_p \end{pmatrix} \quad (14b)$$

$$E = \begin{pmatrix} I_n + QC & Q \\ RC & R \end{pmatrix} \quad (14c)$$

R et Q sont des matrices à déterminer pour la synthèse de l'observateur et garantir la non singularité de la matrice E . Ce qui nous amène à écrire

$$E\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^l \mu_i(t) F_i e(t) + \bar{B}_d d(t) + \bar{B}_f f(t) \quad (15)$$

par la suite nous obtenons

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=1}^l \mu_i(t) S_i e(t) + G_d d(t) + G_f f(t) \quad (16a)$$

$$r(t) = V(C^* e(t) + D_f f(t)) \quad (16b)$$

avec $S_i = E^{-1} F_i$, $G_f = E^{-1} \bar{B}_f$ et $G_d = E^{-1} \bar{B}_d$ où

$$E^{-1} = \begin{pmatrix} I_n & -QR^{-1} \\ -C & R^{-1} + CQR^{-1} \end{pmatrix} \quad (17)$$

ce qui nous donne

$$S_i = \begin{pmatrix} A_i + QR^{-1}C & QR^{-1} \\ -CA_i - (R^{-1} + CQR^{-1})C & -R^{-1} - CQR^{-1} \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$G_f = \begin{pmatrix} B_f \\ -CB_f \end{pmatrix}, G_d = \begin{pmatrix} B_d \\ -CB_d \end{pmatrix} \quad (19)$$

Rappelons que R est une matrice de réglage à choisir non singulière. **Remarque 1** : Notons que le résidu $r(t)$ ne dépend pas uniquement du défaut $f(t)$, mais aussi de l'état $x(t)$. De ce fait, le problème de synthèse de l'observateur se ramène à la détermination d'une part, des matrices R , Q (c'est à dire la détermination de la matrice E définie par (14c)) et d'autre part de la matrice de pondération du résidu V (9b) telle que :

- l'erreur d'observation $e(t)$ tend asymptotiquement vers zéro ;
- le résidu $r(t)$ assure une bonne sensibilité au défaut $f(t)$ et une robustesse vis à vis des perturbations $d(t)$.

Dans le cas des perturbations nulles, i.e $d(t) = 0$, nous avons

$$\dot{e}_f(t) = \sum_{i=1}^l \mu_i(t) S_i e_f(t) + G_f f(t) \quad (20a)$$

$$r_f(t) = V(C^* e_f(t) + D_f f(t)) \quad (20b)$$

Dans le cas des défauts nuls, i.e $f(t) = 0$, nous pouvons écrire

$$\dot{e}_d(t) = \sum_{i=1}^l \mu_i(t) S_i e_d(t) + G_d d(t) \quad (21a)$$

$$r_d(t) = VC^* e_d(t) \quad (21b)$$

III. SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR AVEC REJET DE PERTURBATIONS

Dans cette section, nous traitons le problème de rejet de perturbations en considérant les performances H_∞ . Une condition suffisante pour garantir l'existence de l'observateur est présentée ci-dessous.

Lemme 1 : Le modèle (21) est asymptotiquement stable et garantit les performances (10), s'il existe une matrice $P > 0$ et un scalaire $\gamma > 0$, tels que

$$\begin{pmatrix} S_i^T P + PS_i + C^{*T} V^T V C^* & PG_d \\ * & -\gamma^2 I \end{pmatrix} < 0 \quad i = 1, \dots, l \quad (22)$$

Preuve : Voir par exemple [19] [22].

Le théorème suivant assure la convergence asymptotique de la dynamique de l'erreur d'estimation et garantit l'atténuation des perturbations extérieures sous formes LMI.

Théorème 1 : Le modèle (21) est asymptotiquement stable et garantit la performance (10), s'il existe des matrices $P_1 > 0$, $P_2 > 0$, des matrices Z_1 , Z_2 et V et un scalaire $\gamma > 0$, tels que les LMI suivantes sont satisfaites, pour $i = 1, \dots, l$

$$\begin{pmatrix} \Lambda_{1i} & \Lambda_{2i} & P_1 B_d & C^T V^T \\ * & -Z_2 - Z_2^T & -P_2 C B_d & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (23)$$

avec

$$\Lambda_{1i} = P_1 A_i + (P_1 A_i)^T + Z_1 C + (Z_1 C)^T \quad (24a)$$

$$\Lambda_{2i} = Z_1 - (CA_i)^T P_2 - C^T Z_2^T \quad (24b)$$

Alors l'observateur (8) est défini par (14) avec

$$1) R = (P_2^{-1} Z_2 + C P_1^{-1} Z_1)^{-1}$$

$$2) Q = P_1^{-1} Z_1 R$$

Preuve : En se basant sur le lemme 1, et en appliquant le complément de Schur, la condition (22) devient

$$\begin{pmatrix} S_i^T P + PS_i & PG_d & C^{*T} V^T \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (25)$$

soit $P = \text{diag}(P_1, P_2) > 0$ et en utilisant les équations (18)-(19), nous obtenons

$$\begin{pmatrix} \Delta_{1i} & \Delta_{2i} & P_1 B_d & C^T V^T \\ * & \Delta_{3i} & -P_2 C B_d & 0 \\ * & * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & * & -I \end{pmatrix} < 0 \quad (26)$$

où

$$\Delta_{1i} = P_1 A_i + (P_1 A_i)^T + P_1 Q R^{-1} C + (P_1 Q R^{-1} C)^T \quad (27a)$$

$$\Delta_{2i} = P_1 Q R^{-1} - (C A_i)^T P_2 - C^T (R^{-1} + C Q R^{-1})^T P_2 \quad (27b)$$

$$\Delta_{3i} = -P_2 (R^{-1} + C Q R^{-1}) - (R^{-1} - C Q R^{-1})^T P_2 \quad (27c)$$

Il convient de remarquer que les conditions (26) ne sont pas conjointement convexes vis à vis des matrices P_1 , P_2 , Q et R . En introduisant les changements de variables :

$$Z_1 = P_1 Q R^{-1} \quad (28a)$$

$$Z_2 = P_2 (R^{-1} + C Q R^{-1}) \quad (28b)$$

nous obtenons (23).

IV. SYNTHÈSE D'OBSERVATEUR SENSIBLE AUX DÉFAUTS

Dans ce qui suit, nous considérons le problème de sensibilité du résidu $r(t)$ vis à vis du défaut $f(t)$. Pour atteindre cet objectif, la norme H_- est utilisée pour que le résidu soit aussi sensible que possible au défaut $f(t)$.

Théorème 2 : Le modèle (20) est asymptotiquement stable et garantit la performance (11), s'il existe des matrices $P_1 > 0$, $P_2 > 0$, des matrices Z_1 , Z_2 et V et un scalaire $\beta > 0$, tels que, pour $i = 1, \dots, l$

$$\begin{pmatrix} \Lambda_{1i} - C^T V^T V C & \Lambda_{2i} & -P_1 B_f + C^T V^T V D_f \\ * & -Z_2 - Z_2^T & -P_2 C B_f \\ * & * & \beta^2 I - D_f^T V^T V D_f \end{pmatrix} \leq 0 \quad (29)$$

où Λ_{1i} et Λ_{2i} sont définies par(24). L'observateur (8) est défini par (14) avec

$$1) R = (P_2^{-1} Z_2 - C P_1^{-1} Z_1)^{-1}$$

$$2) Q = P_1^{-1} Z_1 R$$

Preuve : Considérons la fonction de Lyapunov suivante

$$\mathbf{V}(t) = e_f^T(t) P e_f(t) \quad (30)$$

avec $P > 0$. Ainsi nous obtenons en considérant (20) :

$$\begin{aligned} J_- &= \int_0^\infty r_f^T r_f d\tau - \beta^2 \int_0^\infty f^T f d\tau \\ &= \int_0^\infty \left(r_f^T r_f - \beta^2 f^T f - \frac{d\mathbf{V}(e_f)}{d\tau} \right) d\tau + \mathbf{V}(e_f) \\ &= \int_0^\infty \left((C^* e_f + D_f f)^T V^T V (C^* e_f + D_f f) \right. \\ &\quad \left. - \beta^2 f^T f - \sum_{i=1}^l \mu_i(t) \left((S_i e_f + G_f f) \right)^T P e_f \right. \\ &\quad \left. - \sum_{i=1}^l \mu_i(t) e_f^T P (S_i e_f + G_f f) \right) d\tau + \mathbf{V}(e_f) \\ &= \int_0^\infty \sum_{i=1}^l \mu_i(t) \begin{pmatrix} e_f \\ f \end{pmatrix}^T \Upsilon_i \begin{pmatrix} e_f \\ f \end{pmatrix} d\tau + \mathbf{V}(e_f) \end{aligned} \quad (31)$$

où

$$\Upsilon_i = \begin{pmatrix} -S_i^T P - P S_i + (V C^*)^T V C^* & (V C^*)^T (V D_f) - P G_f \\ * & -\beta^2 I + (V D_f)^T (V D_f) \end{pmatrix}$$

par conséquent, si $\Upsilon_i \geq 0$ pour $i = 1, \dots, l$, nous pouvons garantir $J_- \geq 0$, soit

$$\begin{pmatrix} S_i^T P + P S_i - (V C^*)^T V C^* & (V C^*)^T (V D_f) - P G_f \\ * & \beta^2 I - (V D_f)^T (V D_f) \end{pmatrix} \leq 0 \quad (32)$$

en utilisant $P = \text{diag}(P_1, P_2) > 0$, les équations (18)-(19) et les changements de variables définis par (28), nous obtenons les conditions (29).

Notons que les conditions (29) ne sont pas linéaires vis à vis de la matrice V . Dans la section suivante, nous proposons une procédure itérative inspirée de [3] pour linéariser les conditions (29) combinées avec (23).

V. OBSERVATEUR MULTI-OBJECTIFS H_-/H_∞ POUR LA DÉTECTION DE DÉFAUTS ET LE REJET DE PERTURBATIONS

Pour concevoir un observateur robuste vis à vis des perturbations et sensible aux fautes, nous proposons de mixer les normes H_- et H_∞ comme suit.

Théorème 3 : Le modèle (16) est asymptotiquement stable et garantit les performances (10) et (11) s'ils existent des matrices $P_1 > 0$, $P_2 > 0$, des matrices Z_1 , Z_2 et V et des scalaires $\gamma > 0$ et $\beta > 0$, tels que les conditions définies par (23) et (29) sont vérifiées, pour $i = 1, \dots, l$.

Notre objectif consiste à déterminer les matrices Q , R et V qui satisfont les performances (10) et (11). Toutefois, comme indiqué ci-dessus, les performances mixtes H_- et H_∞ données par le théorème 3, conduisent à un problème non linéaire en V . Pour résoudre ce problème, nous envisageons le changement de variables suivant

$$V_f^k = V^{k-1} D_f \quad (33a)$$

$$V_c^k = V^{k-1} C \quad (33b)$$

Selon le théorème 2, en utilisant le complément de Schur, (29) sont remplacées par les conditions suivantes, pour $i = 1, \dots, l$

$$\begin{pmatrix} \Lambda_{1i} + 2G_1(V, V_c^k) & \Lambda_{2i} & -P_1 B_f & C^T V^T \\ * & -Z_2 - Z_2^T & -P_2 C B_f & 0 \\ * & * & \beta^2 I + 2G_2(V, V_f^k) & D_f^T V^T \\ * & * & * & -I \end{pmatrix} \leq 0 \quad (34)$$

avec

$$G_1(V, V_c^k) = (V_c^k)^T V_c^k - (V_c^k)^T V C - C^T V^T V_c^k \quad (35a)$$

$$G_2(V, V_f^k) = (V_f^k)^T V_f^k - (V_f^k)^T V D_f - D_f^T V^T V_f^k \quad (35b)$$

En effet une méthode itérative peut être utilisée pour résoudre un tel problème en considérant un point de départ V^0 . Cette valeur initiale V^0 peut être une solution des conditions LMI (23) pour différentes valeurs de γ . La procédure ci-dessous résume la méthode proposée :

1) Fixer une valeur de γ

2) Résoudre LMI (23) afin de trouver des solutions faisables P_1 , P_2 , Z_1 , Z_2 et V^{k-1} , $k = 1$

3) Inclure V^{k-1} dans la LMI (23)-(34) et fixer $V_f^k = V^{k-1} D_f$ et $V_c^k = V^{k-1} C$ afin de trouver des solutions faisables P_1 , P_2 , Z_1 , Z_2 and V^k

4) Diminuer γ , augmenter β , fixer $k = k + 1$ et passer à l'étape 3. Si la solution faisable ne peut pas être trouvée, alors Stop.

Notons que lorsque γ et β ne peuvent pas être améliorés, nous déduisons de (28) les gains de l'observateur (8) satisfaisant les performances multi-objectives H_-/H_∞ comme suit :

- 1) $R = (P_2^{-1}Z_2 + CP_1^{-1}Z_1)^{-1}$
- 2) $Q = P_1^{-1}Z_1R$
- 3) F_i, L et E sont calculées à partir de (14)

VI. EXEMPLE NUMÉRIQUE

Pour illustrer l'efficacité de l'observateur robuste de détection de défauts proposé, considérons le modèle T-S suivant

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^2 \mu_i(t) A_i x(t) + Bu(t) + B_d d(t) \quad (36) \\ y(t) &= Cx(t) + D_f f(t) \end{aligned}$$

avec les paramètres

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D_f = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ B &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 0,1 & 0 \\ 0 & 0,1 \end{pmatrix}, \quad B_d = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

En utilisant la procédure décrite ci-dessus, nous obtenons $\gamma = 0,7$; $\beta = 5$ et

$$\begin{aligned} R &= \begin{pmatrix} 0.8665 & -0.1301 \\ -0.1692 & 0.5021 \end{pmatrix} \\ Q &= \begin{pmatrix} -0.4244 & -1.0106 \\ -0.9764 & -2.8674 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Ce qui permet de déduire les gains de l'observateur et la matrice de pondération de résidu :

$$\begin{aligned} F_1 &= \begin{pmatrix} -3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ -0,1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -0,1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ F_2 &= \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -0,1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -0,1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\ L &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= \begin{pmatrix} 0.9576 & -0.1011 & -0.4244 & -1.0106 \\ -0.0976 & 0.7133 & -0.9764 & -2.8674 \\ 0.0867 & -0.0130 & 0.8665 & -0.1301 \\ -0.0169 & 0.0502 & -0.1692 & 0.5021 \end{pmatrix} \\ V &= \begin{pmatrix} 26.9603 & 19.1069 \\ 19.1069 & 65.8304 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Pour montrer l'efficacité de l'observateur proposé, nous considérons une perturbation inconnue $d(t)$ avec un bruit

blanc à bande limitée, donné par Fig.1 et un signal de défaut $f(t) = (f_1(t) \ f_2(t))^T$ décrit comme suit (Fig.4 et Fig.5)

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \begin{cases} 0 & t < 6 \\ \sin(5(t-6)) & 6 \leq t < 9 \\ 0 & t \geq 9 \end{cases} \\ f_2(t) &= \begin{cases} 0 & t < 12 \\ 0.1(t-1) & 12 \leq t < 14 \\ 0 & t \geq 14 \end{cases} \end{aligned}$$

Pour montrer la sensibilité du résidu aux défauts, les composantes $r_1(t)$ et $r_2(t)$ du résidu généré $r(t)$ sont illustrées respectivement par Fig.2 et Fig.3. La Fig.6 montre l'évolution des trajectoires des variables d'état $x_1(t)$, $x_2(t)$ et leurs estimés. Les trajectoires des défauts $f(t)$ et leurs estimés, sont donnés par Fig.4 et Fig.5, respectivement. Les résultats de simulations montrent la bonne estimation des deux défauts capteurs et les variables d'état du système. Nous montrons aussi, la sensibilité des résidus $r(t)$ aux défauts $f(t)$, et la robustesse vis à vis des perturbations $d(t)$.

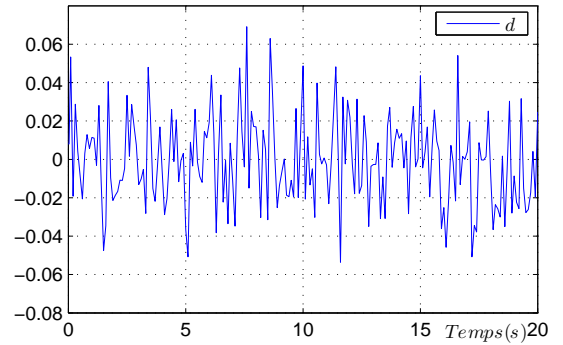


Fig. 1. Perturbation $d(t)$

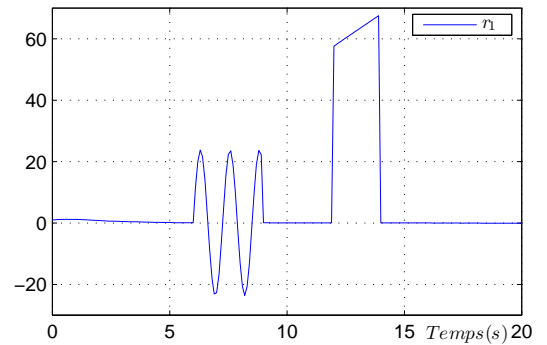


Fig. 2. Valeur du résidu généré $r_1(t)$

VII. CONCLUSION

Dans cette communication nous avons proposé la conception d'observateur robuste vis à vis des perturbations et sensible aux défauts pour des modèles T-S soumis à des défauts capteurs et actionneurs et des perturbations extérieures bornées. La méthode utilisée combine les performances H_-H_∞ et les techniques des systèmes descripteurs. Les conditions de synthèse d'un tel observateur ont

RÉFÉRENCES

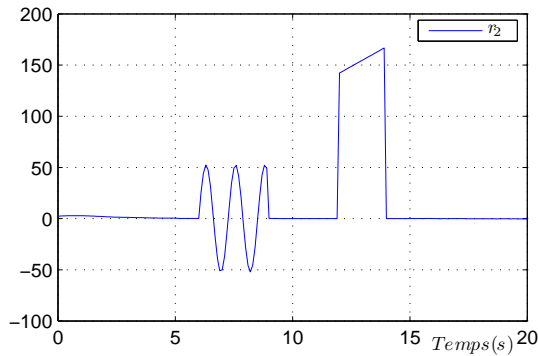


Fig. 3. Valeur du résidu généré $r_2(t)$

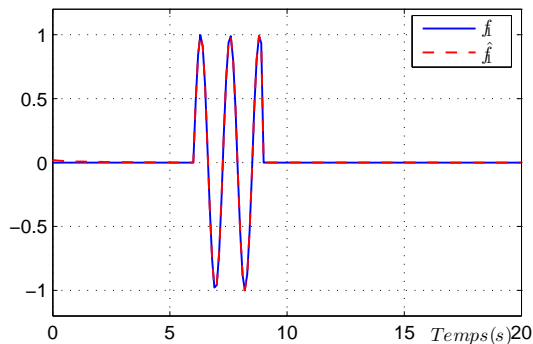


Fig. 4. Défaut $f_1(t)$ et son estimé

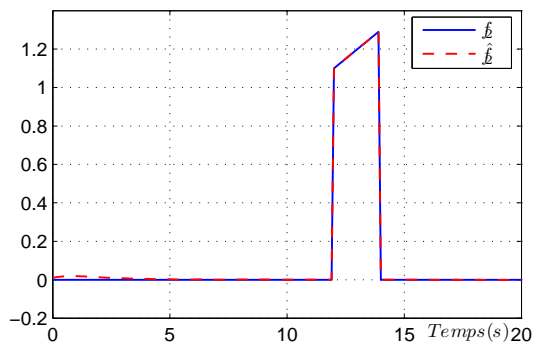


Fig. 5. Défaut $f_2(t)$ et son estimé

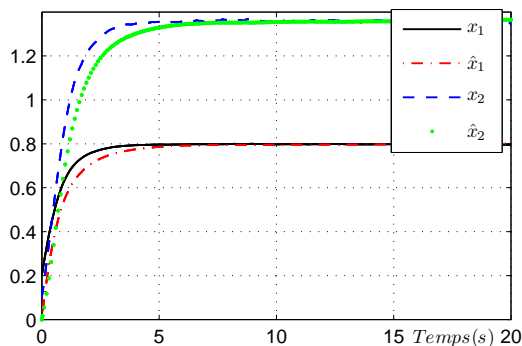


Fig. 6. Variables d'état ($x_1(t)$, $x_2(t)$) et leurs estimés

été formulées en termes de LMI. Un algorithme de LMI itératif a été proposé pour résoudre le problème bilinéaire obtenu. Un exemple académique a été proposé afin de montrer l'efficacité de l'approche proposée.

- [1] B Castillo-Toledo et J Anzures-Marin. Model-based fault diagnosis using sliding mode observers to takagi-sugeno fuzzy model. *Proceedings of the 2005 IEEE International Symposium on, Mediterranean Conference on Control and Automation*, pages 652 – 657, Limassol, 27-29 June 2005.
- [2] J Lunze et J Schroder. Sensor and actuator fault diagnosis of systems with discrete inputs and outputs. *IEEE Trans. Syst.*, 34(2) :1096–1107, 2004.
- [3] J Guoa, X Huang, et Y Cui. Design and analysis of robust fault detection filter using LMI tools. *Computers and Mathematics with Applications*, 57(11-12) :1743–1747, June 2009 2009.
- [4] R Patton, P M. Frank, et R Clark. *Issues of fault diagnosis for dynamic systems*. Springer-Verlag, London, 1999.
- [5] M Chadli, A Akhenak, J Ragot, et D Maquin. On the design of observer for unknown inputs fuzzy models. *International Journal of Automation and Control*, 2(1) :113–125, 2008.
- [6] R Orjuela, B Marx, D Maquin, et J Ragot. On the simultaneous state and unknown input estimation of complex systems via a multiple model strategy. *IET Control Theory and Applications*, 3(7) :877–890, 2009.
- [7] B Marx, D Koenig, et J Ragot. Design of observers for takagi-sugeno descriptor systems with unknown inputs and application to fault diagnosis. *IET Control Theory and Applications*, 1(5) :1487–1495, 2007.
- [8] Y Zhang et S Joe Qin. Adaptive actuator fault compensation for linear systems with matching and unmatched uncertainties. *Journal of Process Control*, 19 :985–990, 2009.
- [9] M Bouattour, M Chadli, A El.Hajjaji, et M Chaabane. State and faults estimation for t-s models and application to fault diagnosis. *7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, SAFEPROCESS'09*, Barcelona, July 30 2009.
- [10] J Liu, J Liang Wang, et G.H Yang. An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection. *Automatica*, 41(11) :1995–2004, 2005.
- [11] I.M Jaimoukha et Z Li. A matrix factorization solution to the H_-/H_∞ fault detection problem. *Automatica*, 42(11) :1907–1912, November 2006.
- [12] M Zhong, Y Liu, et Z Huo. H_∞ fault estimation and accommodation for LTI systems. *Proceedings of the 7th World Congress on Intelligent Control and Automation*, pages 1806–1809, Chongqing, China, June 25-2 2008.
- [13] H Wang, J Wang, J Liu, et J Lam. Iterative LMI approach for robust fault detection observer design. *Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*, Maui, Hawaii USA, Dec 2003.
- [14] W Huai-Ning et Z Hong-Yue. Reliable H_∞ fuzzy control for continuous-time nonlinear systems with actuator failures. *IEEE Transaction on fuzzy systems*, 14(5), october 2006.
- [15] J Liang Wang, G.H Yang, et J Liu. An lmi approach to H_- index and mixed H_∞ fault detection observer design. *Automatica*, 43(9) :1656–1665, September 2007.
- [16] D Henry et A Zolghadri. Design and analysis of robust FDI filters for uncertain systems under feedback control. *Automatica*, 41(2) :251–264, 2005.
- [17] M. Darouach, M. Zasadzinski, et S. J. Xu. Full-order observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Trans. Automatic Control*, 39 :606–609, 1994.
- [18] Z Gao, X Shi, et S X. Ding. Fuzzy state-disturbance observer design for t-s fuzzy systems with application to sensor fault estimation. *IEEE Transactions on SMC-part B*, 38 :3, 2008.
- [19] M Bouattour, M Chadli, A El.Hajjaji, et M Chaabane. H_∞ sensor faults estimation for t-s models using descriptor techniques : Application to fault diagnosis. *IEEE International Conferences on Fuzzy Systems*, pages 251–255, Jeju Island, Korea, August 20-24 2009.
- [20] M Chadli, A Akhenak, J Ragot, et D Maquin. State and unknown input estimation for discrete time multiple model. *Journal of the Franklin Institute*, 346(6) :593–610, 2009.
- [21] M Oudghiri, M Chadli, et A El Hajjaji. Robust observer-based fault tolerant control for vehicle lateral dynamics. *International Journal of Vehicle Design*, 48 :3–4, 2008.
- [22] S Boyd, L El Gaoui, E Feron, et V Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM., 1994.