

Commande par pseudo régime glissant basée sur une approche multi-surfaces de glissement dynamiques

Kamel BEN HAMOUDA¹, Anis SELLAMI², Mekki KSOURI¹

¹Unité de Recherche : Automatique et Commande des Systèmes (ACS),
Ecole Nationale d'Ingénieur de Tunis (ENIT)
BP 37, 1002 Tunis Belvédère, Tunisie.

benhamoudakamel@yahoo.fr, mekki.ksouri@insat.rnu.tn

²Ecole Supérieure des Sciences et Techniques de Tunis
5 Avenue Taha Hussein, 1008 Tunis Bab Menara, Tunisie.
anis.sellami@esstt.rnu.tn

Résumé— Ce travail présente une nouvelle technique de commande conjuguant les concepts mode glissant intégral et multi-modèle. Cette stratégie de commande est basée sur un ensemble fini de fonctions de commutation dynamiques. Elle permet d'une part, d'avoir un comportement robuste par rapport à certaines classes d'incertitudes, et d'autre part d'éliminer complètement le phénomène de réticence.

Mots-clés— Système à structure variable ; Commande par mode glissant ; Multi-modèle ; Multi surfaces de glissement dynamiques.

I. INTRODUCTION

Développée depuis la théorie des systèmes à structures variables (VSS), apparue fin des années 50 du siècle précédent, la commande par régime glissant s'est orientée vers les systèmes ayant une dynamique non linéaire présentant des incertitudes de modélisation, et en présence des perturbations externes. La philosophie de cette méthode repose sur le fait d'imposer au système une dynamique, dans l'espace d'état, autre que la sienne pouvant répondre à certains critères de performance souhaités.

Ainsi, l'approche de commande par mode glissant est développée en deux étapes. La première est de synthétiser une surface de glissement. La deuxième étape consiste à générer une loi de commande capable de faire converger l'état du système vers la surface de glissement, avant de le faire 'glisser' sur cette même surface jusqu'au point d'équilibre. Nous distinguons alors deux phases appelées respectivement mode non glissant et mode glissant reconnus, dans la littérature anglo-saxonne, par "Reaching mode" et "Sliding mode".

De ce qui précède, il serait possible de déduire que le régime glissant n'est alors effectif que lorsque l'état du système adhère à la surface de glissement ce qui se caractérise par une commutation à fréquence infinie de la commande.

Bien que la réponse du système reste insensible par rapport à certaines classes de variations paramétriques et de perturbations externes, lorsque le régime glissant est établi, du fait que l'état du système n'est plus régi par sa propre dynamique mais par celle relative à la surface de glissement, le comportement du système manque de robustesse durant le mode non glissant.

En outre, la forme discontinue du signal de commande génère un phénomène de réticence "chattering" pouvant avoir des effets néfastes sur les actionneurs.

En effet, l'idée de base de la commande par mode glissant (CSMC) classique, consiste à doter le système d'une dynamique différente de la sienne en vue de le stabiliser au point d'équilibre selon une trajectoire désirée. L'établissement du régime glissant idéal est caractérisé par une commutation à fréquence infinie, entre deux valeurs limites, du signal de commande.

Dans la pratique, cette commutation à fréquence infinie serait impossible de réaliser, le régime glissant ainsi obtenu serait non idéal, ce qui induit le phénomène de réticence.

Plusieurs travaux de recherche ont été réalisés en vue de pallier aux inconvénients ci-dessus mentionnés. Dans ce qui suit, un aperçu sur les différentes méthodes de réduction de réticence sera donné.

L'une des approches, visant l'atténuation de la réticence consiste à remplacer la fonction signe par des fonctions plus douces telle que les fonctions saturation, hystérésis et hystérésis avec saturation [1], [2].

La diminution de la réticence, suite à l'application de cette technique, est obtenue au détriment de la robustesse et de la précision.

Une deuxième stratégie consiste à remplacer, lorsque le régime glissant est établi, la commande discontinue par une autre lisse (continu) reconnue, dans la littérature, sous le terme commande équivalente [3].

Des travaux, dont l'idée de base, est d'ajuster l'amplitude du signal de commande par rapport à la distance qui sépare l'erreur d'état de la surface de glissement ont permis d'atténuer le phénomène de réticence sans pour autant l'éliminer, du fait que la forme discontinue de la loi de commande persiste [4].

Les années 80 ont vu l'apparition d'une nouvelle technique développée par Levantovsky (1985) et Emelyanov (1986), appelée régime glissant d'ordre élevé (HOSM).

La philosophie de cette méthode est de réduire à zéro, non seulement la fonction de commutation, mais aussi ses dérivés d'ordre supérieure. La réduction de la réticence est obtenue, du fait que la composante discontinue de la commande est appliquée à la dérivée ($r-1$), r étant le degré relatif du système. La loi de commande est générée par ($r-1$) intégrations est considérée ainsi continue [5], [12], [13] et [14].

L'approche du mode glissant intégral (ISM) [6], [7] et [13] généralisée par (V.Utkin 1996), est développée dans l'objectif de rendre le glissement effectif depuis l'instant initial. Ainsi, cette approche est définie telle que le régime glissant ne soit

intégral que si la dynamique du système en glissement soit de même ordre que le système original [6]. En effet, la loi de commande est composée de deux termes. Le premier, pouvant être continue ou discontinue, permet au système de suivre une trajectoire désirée, et le second terme, discontinu, est introduit afin de rejeter les perturbations.

En outre, la fonction de commutation est elle aussi, définie en deux parties telles que la première soit une combinaison linéaire du vecteur d'état, et la deuxième représente le terme intégral.

Ce papier présente une nouvelle approche de commande qui combine à la fois la notion de mode glissant intégral et le concept du multi modèle. La technique de commande proposée est basée sur un ensemble fini de surfaces de commutation dynamiques qui permet d'une part, d'avoir un comportement intégralement robuste vis-à-vis de certaines classes de perturbations, et d'autre part, d'éliminer totalement la réticence.

Ce papier est organisé comme suit. Nous allons, dans un premier temps, définir le cadre de notre travail, ensuite nous présentons la technique employée pour la détermination des surfaces de glissement, et ce, avant de faire la synthèse de la loi de commande. Enfin, nous montrons une application sur un système élémentaire de troisième ordre.

II. DESCRIPTION DU SYSTEME

Nous allons, pour illustrer cette méthode, s'appuyer sur un système linéaire et à temps invariant (LTI) donné par la représentation d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

Où $x \in \mathfrak{R}^n$ vecteur d'état, $u \in \mathfrak{R}^m$ vecteur de commande, $A \in \mathfrak{R}^{n,n}$ matrice caractéristique et $B \in \mathfrak{R}^{n,m}$.

On suppose que la matrice B est de rang plein et que la paire (A, B) est commandable.

III. SYNTHÈSE DE LA SURFACE DE GLISSEMENT

Slotine [9], a défini dans l'espace d'état, une forme généralisée de fonction de commutation donnée par la relation suivante

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda \right)^{n-1} e \quad \text{avec} \quad e = x - x_d \quad (2)$$

Où x_d vecteur d'état désiré et $\lambda > 0$.

Le développement, par formulation du binôme de Newton, de l'équation (2) pour un système LTI multi variables nous donne l'équation généralisée de la fonction de commutation [11]

$$S_i = \sum_{p=0}^{n_i-1} C_{n_i-1}^p \lambda_p e^{(n_i-p-1)} ; \quad i = 1, \dots, m \quad (3)$$

$$\text{Notons que} \quad C_{n_1}^{n_2} = \frac{n_1!}{n_2! (n_1 - n_2)!} \quad (4)$$

Ainsi, pour un système LTI monovariante, la fonction de commutation admet l'expression (5)

$$S = \sum_{p=0}^{n-1} C_{n-1}^p \lambda_p e^{(n-p-1)} \quad (5)$$

D'où

$$S = e^{(n-1)} + \sum_{p=1}^{n-1} C_{n-1}^p \lambda_p e^{(n-p-1)} = \sigma \cdot E \quad (6)$$

Contrairement à la commande classique par mode glissant (CSMC), la philosophie de cette approche consiste à traquer, depuis l'instant initial et tout au long de la trajectoire d'état dans le plan de phase, par la surface de glissement les états du système. Ainsi, λ_p est déterminé en vue d'établir un régime glissant depuis la situation initiale $S = 0$. Nous définissons alors

$$\sigma = (c_1, c_2, \dots, 1) = (C, 1) \in \mathfrak{R}^{n-1} \quad \text{et} \quad E = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T \in \mathfrak{R}^{n-1}$$

A. Configuration Multi-Modèle

Tenant compte des incertitudes de modélisation et de mesures, et dans l'objectif de pouvoir implémenter en temps réel, cette technique de commande, on définit par rapport à la fonction de commutation S deux autres fonctions telle que :

$$S_1 = e^{(n-1)} + \sum_{p=1}^{n-1} C_{n-1}^p \psi_p^+ e^{(n-p-1)} = \sigma^+ \cdot E = (C + \Delta C, 1) \cdot E \quad (7)$$

$$S_2 = e^{(n-1)} + \sum_{p=1}^{n-1} C_{n-1}^p \psi_p^- e^{(n-p-1)} = \sigma^- \cdot E = (C - \Delta C, 1) \cdot E \quad (8)$$

La figure suivante montre la disposition dans le plan de phase des surfaces de commutation.

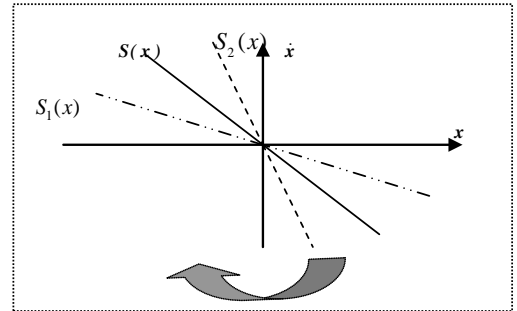


Fig. 1. Représentation dans le plan de phase des surfaces de commutation

B. Indices d'appartenance

De ce qui précède, il serait à envisager le cas où les états du système puissent adhérer aux deux surfaces à des degrés différents [10]. Pour se faire, soit $r_i = |S_i|$ l'éloignement par rapport à S_i . Les indices d'appartenance normalisés seront donnés par la relation (9).

$$\alpha_i = 1 - \frac{r_i}{\sum_j r_j} \quad \text{and} \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (9)$$

Notons que
$$\sum_{i=1}^m \alpha_i = 1 \quad (10)$$

IV. CALCUL DE LA LOI DE COMMANDE

Etant donné que λ est déterminé de sorte que $S=0$, et qu'en glissement $\dot{S}=0$, et en se situant dans le cas d'un problème de régulation on peut écrire

$$\sigma \dot{x} = \sigma.(Ax + Bu) = 0 \quad (11)$$

La loi de commande déduite de l'expression précédente, est connue dans la littérature par la commande équivalente u_{eq}

$$u_{eq} = -(\sigma.B)^{-1} \sigma.A.x \quad (12)$$

De la même façon, nous déterminons pour chacune des surfaces de glissement S_i , sa propre commande équivalente tel que

$$u_{eq_i} = -(\sigma_i.B)^{-1} \sigma_i.A.x \text{ avec } i = 1, 2, \dots, m \quad (13)$$

L'injection l'équation (13) dans celle d'état, permet d'écrire

$$\dot{x} = [I_n - B(\sigma_i.B)^{-1} \sigma_i] A.x = A_{eq_i}.x \quad (14)$$

$$D'où \quad A_{eq_i} = [I_n - B(\sigma_i.B)^{-1} \sigma_i] A \quad (15)$$

La matrice caractéristique (15) décrit le comportement du processus lorsqu'il adhère à la surface de commutation S_i .

Etant donné que les états du système peuvent adhérer à des degrés différents aux deux surfaces de glissement la loi de commande résultante sera la somme pondérée par les indices d'appartenance des commandes partielles u_{eq_i} .

$$u = \sum_i \alpha_i u_{eq_i} \quad (16)$$

V. APPLICATION A UN SYSTEME ELEMENTAIRE

Afin d'étudier la dynamique équivalente du processus, nous avons choisit, sans perte de généralité, de relater le calcul pour un système LTI de troisième ordre.

Considérons un système SISO de troisième ordre linéaire et stationnaire. Nous supposons en outre, que la matrice B est de rang plein, et que la paire (A, B) est commandable.

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{pmatrix} \in \mathfrak{R}^{3 \times 3} \quad \text{la matrice}$$

caractéristique, et $B = (0 \ 0 \ b)^T \in \mathfrak{R}^{3 \times 1}$ le vecteur d'entrée.

A. Dynamique Equivalente

Représentant la pente de la surface de glissement pour un système d'ordre deux, λ est déterminé de sorte que $S(x) = 0$,

depuis l'instant initial et tout au long de la trajectoire dans le plan de phase. Pour un problème de régulation ($x_d = 0$) la fonction de commutation est donnée par l'expression suivante

$$S(x) = \left(\frac{\partial}{\partial t} + \lambda\right)^2 .x = \ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \lambda^2 = \sigma.x \quad (17)$$

Cette configuration suppose l'établissement d'un régime glissant depuis l'origine des temps éliminant ainsi les problèmes liés au mode non glissant affectant négativement la commande classique en mode glissant. Nous définissons par rapport à $S(x)$ deux fonctions de commutations données par

$$S_1(x) = \sigma^+ .x / \sigma^+ = (\lambda^2 + \varepsilon_1 \quad 2\lambda + \varepsilon_2 \quad 1) \quad (18)$$

$$S_2(x) = \sigma^- .x / \sigma^- = (\lambda^2 - \varepsilon_1 \quad 2\lambda - \varepsilon_2 \quad 1) \quad (19)$$

On détermine alors les commandes équivalentes partielles telles que

$$u_{eq_1} = (a_0 \quad a_1 - (\lambda^2 + \varepsilon_1) \quad a_2 - (2\lambda + \varepsilon_2)) .x \quad (20)$$

$$u_{eq_2} = (a_0 \quad a_1 - (\lambda^2 - \varepsilon_1) \quad a_2 - (2\lambda - \varepsilon_2)) .x \quad (21)$$

La commande résultante est la fusion pondérée par les indices d'appartenance, elle est donnée par

$$u = (a_0 \quad a_1 - \lambda^2 + (\alpha_2 - \alpha_1)\varepsilon_1 \quad a_2 - 2\lambda + (\alpha_2 - \alpha_1)\varepsilon_2) .x \quad (22)$$

La dynamique équivalente du système, suite à l'application de cette loi de commande, est décrite par la matrice caractéristique suivante

$$A_{eq} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\lambda^2 + (\alpha_2 - \alpha_1)\varepsilon_1 & -2\lambda + (\alpha_2 - \alpha_1)\varepsilon_2 \end{pmatrix} \quad (23)$$

Notons, d'après la matrice (23), que la dynamique du système en boucle fermée est d'ordre réduit ($2=3-1$) par rapport à celle du système initial. En outre, il est à constater que cette dynamique reste invariante par rapport aux incertitudes paramétriques pouvant affecter la modélisation du processus.

Ainsi, le comportement du système en boucle fermée est convergent si $\beta_0 = \lambda^2 + (\alpha_1 - \alpha_2).\varepsilon_1 > 0$ et

$$\beta_1 = 2\lambda + (\alpha_1 - \alpha_2) > 0.$$

En vue d'assurer la convergence en un temps fini, nous considérons μ_1 et $\mu_2 \in \mathfrak{R}^+$, tel que $\beta_0 \geq \mu_1$ et $\beta_1 \geq \mu_2$. Le polynôme caractéristique équivalent, dans le domaine de Laplace, est donné par l'expression (24)

$$P(s) = s^2 + \beta_1 s + \beta_0 \quad (24)$$

B. Simulations et Résultats

Dans cette partie, nous allons montrer les résultats de simulations obtenus pour un système élémentaire SISO LTI de troisième ordre donné par la représentation d'état suivante

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = x_3 \\ \dot{x}_3 = -x_1 - 2x_2 + 3x_3 \end{cases} \Rightarrow A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Le système est instable admettant les valeurs propres suivantes $\lambda_1 = -0.3247$; $\lambda_2 = 1.6624 + 0.5623i$ et $\lambda_3 = 1.6624 + 0.5623i$.

En se référant au polynôme caractéristique (24) correspondant à la dynamique en boucle fermée, $\beta_0 = \omega_0^2$ et $\beta_1 = 2\xi\omega_0$.

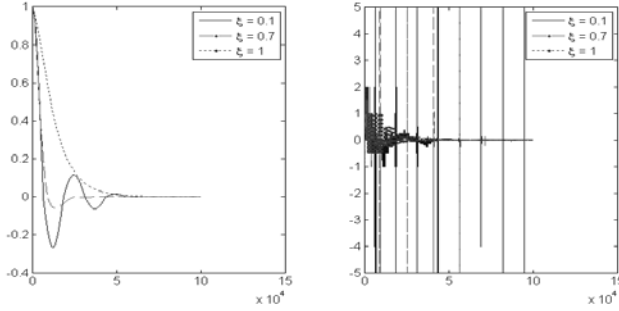


Fig. 2. Comportement de la sortie et signaux de commande pour $\xi = 0.1$; $\xi = 0.7$ et $\xi = 1$ avec $\omega_0 = 5$ rd/s

Les courbes de la figure 2, montrent pour $\omega_0 = 5$ rd/s et pour différentes valeurs du facteur d'amortissement ξ , le comportement du système et les signaux de commande.

La figure 3, met en exergue le comportement de la sortie pour un facteur d'amortissement $\xi = 0.7$, et pour différentes pulsations ω_0 . Il serait à constater l'absence totale de la réticence.

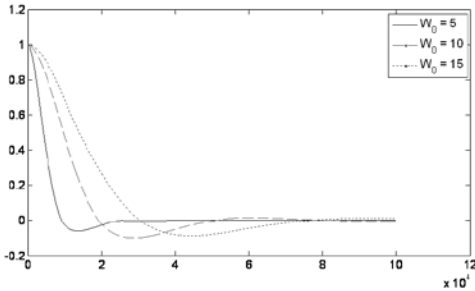


Fig. 3. Comportement du système pour différentes pulsations ω_0

La figure suivante montre les signaux de commande et les dynamiques relatives à la fonction de commutation pour différentes pulsations et pour un facteur d'amortissement $\xi = 0.7$

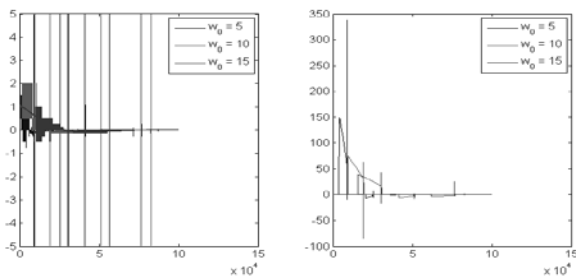


Fig. 4. Signaux de commande et dynamique des surfaces de commutation pour différentes pulsations ω_0

Dans l'objectif de tester la robustesse de cette méthode nous avons choisi de considérer des incertitudes paramétriques caractérisant une modélisation incertaine du système. Ainsi, les coefficients a_i sont définis par intervalle de variations tel que $a_i \in [a_i^- \ a_i^+]$. Le processus est décrit par la représentation d'état illustrée par l'expression suivante.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\delta a_0 & -\delta a_1 & -\delta a_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$$

La figure 5, montre que le système garde un comportement stable et peu sensible à ce type d'incertitudes.

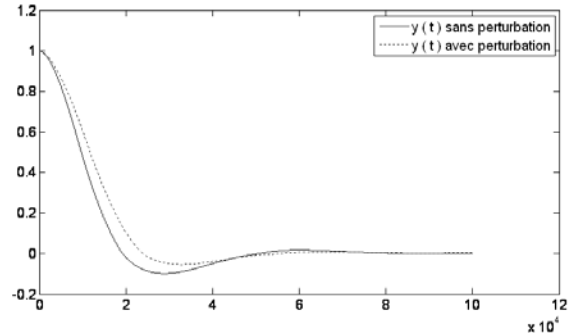


Fig. 5. Comportements du système avec et sans incertitudes paramétriques pour $\xi = 0.7$ et $\omega_0 = 10$ rd/s.

La figure 6, montre les incertitudes qui affectent les paramètres du système, ainsi que les signaux de commande obtenus en présence et en absence de perturbations.

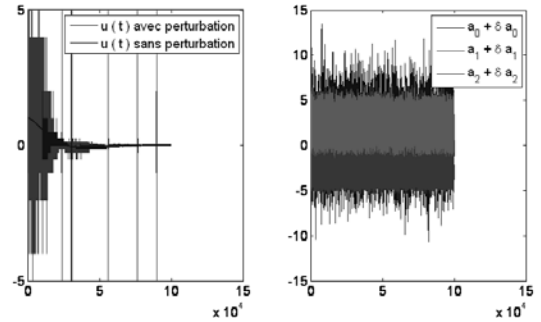


Fig. 6. Signaux de commande et incertitudes paramétriques

VII. CONCLUSION

Outre le fait de préserver l'avantage de réduction d'ordre, la méthode présentée dans ce papier, permet d'éliminer complètement la réticence.

Dotant la surface de commutation d'une dynamique appropriée, et en s'appuyant sur le concept multi modèle, cette approche permet aussi d'éliminer la phase d'atteignabilité, pendant laquelle la commande par régime glissant classique manque de robustesse.

Par rapport au concept multi-modèle, cette approche permet de limiter à deux surfaces de commutation dynamiques, le nombre de modèles de la bibliothèque.

La stratégie de commande relatée dans ce papier, présente une simplicité évidente lors de sa mise en œuvre.

RÉFÉRENCES

- [1] John Y. Hung, Weibing Gao & James C. Hung. Variable Structure Control: A Survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, n° 1, Février 1993.
- [2] W. Perruquetti and J. P. Barbot. *Sliding Mode Control in Engineering*. New York: Marcel Dekker, 2002.
- [3] H. Bühler. *Réglage par mode de glissement*. Presse Polytechnique Romandes Lausanne, 1986.
- [4] J. Phuah, J. Lu, and T. Yahagi. Chattering free sliding mode control in magnetic levitation system. *IEE J. Trans. Electron. Inf. Syst.*, vol. 125, pp. 600–606, 2005.
- [5] P. Lopez and A.S. Nouri. *Théorie élémentaire et pratique de la commande par les régimes glissants*. Mathématiques et applications 55, SMAI, Springer - Verlag, 2006.
- [6] V.Utkin & al. Integral Sliding Mode in Systems Operating under Uncertainty Conditions. Conference on Decision and Control Kobe, Japan Decembre 1996.
- [7] A.Poznyak & al. Mini–Max Integral Sliding-Mode Control for Multimodel Linear Uncertain Systems. *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 49, n° 1, Janvier 2004.
- [8] M.Mihoub & al, Multimodel discrete sliding mode control for non-stationary systems. *International Journal of Modelling, Identification and Control*, 2008 - Vol. 3, No.4 pp. 368 - 375.
- [9] J.J.E. Slotine & al, 'Applied Nonlinear Control', Prentice-Hall International Editions 1991.
- [10] M. Ksouri Lahmari. Contribution la commande multi-modèle des processus complexes. Thèse de doctorat, USTL, Lille, 1999.
- [11] Yunjun Xu. Chattering Free Robust Control for Nonlinear Systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 16, n° 6, Novembre 2008.
- [12] Arie Levant, Principles of 2-sliding mode design. *Automatica* 43 (2007) 576 – 586.
- [13] Salah Laghrouche, Franck Plestan & Alain Glumineau, Higher order sliding mode control based on integral sliding mode. *Automatica* 43 (2007) 531 – 537.
- [14] Michael Defoort, Thierry Floquet, Annemarie Kokosy & Wilfrid Perruquetti, A novel higher order sliding mode control scheme. *Systems & Control Letters* 58 (2009) 102_108.