

Contrôleur dynamique flou par retour de sortie pour le contrôle latéral des véhicules dans la dynamique non-linéaire

S. MAMMAR¹, N. MINOUI-ENACHE², S. GLASER², B. LUSETTI²

¹IBISC CNRS FRE-3190, Université d'Evry,
40, rue du Pelvoux – 91020 Evry Cedex, France
said.mammar@iup.univ-evry.fr

² LIVIC LCPC - INRETS
14, route de la minière, 78000 Versailles, France
minoiu.enache@gmail.com, glaser@lpc.fr, lusetti@inrets.fr

Résumé—Cet article présente une nouvelle approche du contrôle latéral des véhicules routiers, particulièrement adaptée pour les routes à forte courbure entraînant la saturation des forces de contact. Elle utilise un modèle flou de type Takagi-Sugeno à 4 règles permettant de couvrir les domaines linéaire et de saturation des forces latérales d'interaction. Le modèle est directement exprimé en fonction des angles de dérive des pneumatiques. La commande est synthétisée sous la forme d'un retour de sortie dynamique qui permet de tenir compte de contraintes sur l'état et la commande. Elle utilise plus particulièrement la notion d'ensembles positivement invariants. La commande est testée sur plusieurs manœuvres.

Mots-clés—Système flou, Invariance quadratique, Retour de sortie, Fonction de Lyapunov, BMI, LMI.

I. INTRODUCTION

Le contrôle latéral des véhicules a été l'objet de nombreuses recherches au cours des quatre dernières décennies. Dans le cadre de l'automatisation de ce mode, l'accélération est souvent limitée du fait des conditions de confort pour une conduite sur autoroute [7]. L'objectif principal était l'amélioration de la sécurité et des performances du réseau de transport en retirant le conducteur de la boucle de contrôle. La seconde phase des recherches a abordé l'aide au maintien de voie et l'évitement de sorties de voie [13], [11], [8]. Dans ce cas, il s'agit d'offrir au conducteur des fonctions d'assistance qui soulagent sa tâche de conduite en faisant des interventions correctives via la colonne de direction ou le freinage différentiel. Signalons à cet effet que les sorties de voies constituent encore une large part de l'accidentologie [1]. Il apparaît par contre aujourd'hui qu'il est nécessaire de développer des systèmes automatiques capables de suppléer complètement le conducteur et ce dans tout le domaine de la dynamique et plus particulièrement dans les régions de fortes sollicitations des pneumatiques [9]. Pour que la responsabilité puisse être transférée à l'automate, il est nécessaire que celui-ci garantisse un haut degré de sécurité durant son intervention. Dans cet article, on propose d'utiliser pour cela la théorie des ensembles positivement invariants qui assurent que toute trajectoire initiée dans un ensemble de ce type y demeure par la suite. La synthèse de la loi de commande se transforme alors en l'élaboration d'un ensemble invariant approprié. La théorie de Lyapunov offre une base théorique permettant de travailler sur des ensembles de forme ellipsoïdale [15]. Alors que ces fonctions sont relativement simples à synthétiser pour les systèmes

linéaires, elles présentent des difficultés pour les systèmes non-linéaires.

Les systèmes flous de type Takagi-Sugeno constituent une approche élégante pour la modélisation des systèmes nonlinéaires. Dans la littérature, la commande de ce type de systèmes est souvent réalisée en utilisant le concept de contrôle parallèle distribué (PDC) [14],[4],[5]. Dans un premier temps, la commande a pris la forme de retours d'état avec différents indices de performance et de robustesse. Quand l'état n'est pas accessible à la mesure, un observateur est utilisé en remplaçant l'état par son estimée, ce qui permet d'aboutir à un retour de sortie dynamique. L'observateur utilise par ailleurs les mêmes règles que le retour d'état [10]. Des conditions suffisantes ont aussi été proposées pour l'existence d'un retour de sortie statique [6]. Récemment, le contrôleur dynamique de sortie direct a été considéré pour les systèmes TS. Le retour de sortie dynamique proposé dans ce papier présente deux avantages principaux : il offre une plus grande flexibilité pour la formulation des conditions de stabilité et permet la prise en compte de contraintes quadratiques sur la commande et les variables d'état sous l'effet de perturbations [2].

Dans la section suivante, un modèle de véhicule de type Takagi-Sugeno à quatre règles est proposé. La section III présente la méthodologie de contrôle par retour de sortie dynamique qui assure l'existence d'un ensemble invariant englobant le domaine atteignable du système en boucle fermée. La section IV présente les aspects pratiques de synthèse pour le contrôle latéral. Les résultats de simulation sont fournis dans la section V. Le papier se termine par une conclusion et des perspectives.

II. MODÈLE DE VÉHICULE

A. Dynamique latérale du véhicule

Le modèle de véhicule considéré pour cette étude est restreint aux mouvements de translation latérale et de rotations de roulis et de lacet. La vitesse est supposée constante.

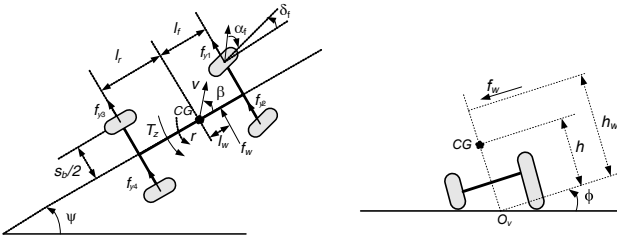


Fig. 1. Modèle de véhicule avec prise en compte des mouvements de lacet et de roulis.

h	hauteur du centre de gravité
s_b	longueur de l'essieu
l_f/l_r	distance du centre de gravité à l'essieu avant/arrière
α_i	angle de dérive du pneumatique $i, i = 1, \dots, 4$
I_x, I_y, I_z	moments d'inertie
I_{xz}	Moment d'inertie croisé
$m, (m_s)$	masse totale (suspendue) du véhicule
$K_\phi, (D_\phi)$	raideur (amortissement) de roulis

Tableau 1 : Paramètres du véhicule

Par la suite, les deux roues avant seront numérotées 1 et 2 et les deux roues arrière 3 et 4. Les indices (f, r) désigneront respectivement les grandeurs liées à l'essieu avant et arrière du véhicule dans le cas du modèle bicyclette. Les différents paramètres du véhicule apparaissent dans le Tableau 1. Les autres grandeurs seront définies tout au long de cette section.

Le contrôle du mouvement latéral est réalisé par une action sur l'angle de braquage des pneumatiques. L'angle de braquage additionnel est obtenu par un système de braquage actif de type AFS ou filo-commandé "steer-by-wire".

La route étant supposée plane sans pente ni côte et sans dévers, le modèle dynamique simplifié du véhicule est obtenu en calculant dans un premier temps les forces inertielles dans le repère lié au véhicule et projeté sur la route et dans un deuxième temps le moment dynamique relatif au centre O_v (Fig. 1). Le vecteur des forces inertielles est donné par :

$$\tau_1 = \begin{bmatrix} m_s h \sin \phi \ddot{\psi} - m v (\dot{\beta} + \dot{\psi}) \sin \beta + 2 m_s h \dot{\phi} \dot{\psi} \cos \phi \\ m v (\dot{\beta} + \dot{\psi}) \cos \beta + m_s h \dot{\psi}^2 \sin \phi + m_s (\dot{\phi}^2 \sin \phi - \ddot{\phi} \cos \phi) h \\ - m_s (\ddot{\phi} \sin \phi + \dot{\phi}^2 \cos \phi) h \end{bmatrix} \quad (1)$$

avec ϕ l'angle de roulis, ψ l'angle de cap, v la vitesse longitudinale et β l'angle de dérive au centre de gravité.

Le moment dynamique relatif au centre O_v est quant à lui donné par :

$$\tau_2 = \begin{bmatrix} I_x \ddot{\phi} - I_{xz} \ddot{\psi} \cos \phi + (I_z - I_y) \dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi - \dots \\ \dots m_s h v (\dot{\beta} + \dot{\psi}) \cos \beta \cos \phi + m_s h^2 \ddot{\phi} - m h^2 \dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi \\ I_y \ddot{\psi} \sin \phi + (I_y + I_x - I_z) \dot{\psi} \dot{\phi} \cos \phi + I_{xz} (\dot{\phi}^2 - \dot{\psi}^2 \cos^2 \phi) - \dots \\ \dots m_s h v (\dot{\beta} + \dot{\psi}) \sin \beta + m_s h^2 \dot{\psi} \sin \phi + 2 m h^2 \dot{\phi} \dot{\psi} \cos \phi \\ I_z \ddot{\psi} \cos \phi - I_{xz} \ddot{\phi} + (I_y - I_x - I_z) \dot{\phi} \dot{\psi} \sin \phi + I_{xz} \dot{\psi}^2 \sin \phi \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2)$$

Il reste maintenant à exprimer les forces et moments extérieurs qui agissent sur le véhicule.

B. Forces et moments externes

Durant son mouvement, le véhicule est soumis à des forces et des moments d'origines diverses qui agissent sur tout ou partie de sa structure. A ce titre, les forces d'interaction entre les

pneumatiques et la chaussée jouent un rôle déterminant, elles peuvent être décomposées sous la forme de forces latérales de guidage, de forces longitudinales de freinage ou d'accélération. Les forces de guidage, notées f_{y_i} ($i = 1, \dots, 4$), qui nous intéressent ici, sont directement liées à l'angle de dérive de chaque pneumatique. Ces angles sont donnés par les quatre expressions suivantes [11] :

$$\alpha_1 = \delta_f - \tan^{-1} \left(\frac{v\beta + l_f r}{v - \frac{s_b}{2} r} \right) \quad \alpha_2 = \delta_f - \tan^{-1} \left(\frac{v\beta + l_f r}{v_x + \frac{s_b}{2} r} \right)$$

$$\alpha_3 = -\tan^{-1} \left(\frac{v\beta - l_r r}{v - \frac{s_b}{2} r} \right) \quad \alpha_4 = -\tan^{-1} \left(\frac{v\beta - l_r r}{v + \frac{s_b}{2} r} \right)$$

Sous l'hypothèse d'angles faibles et en admettant que les deux angles de dérives des roues d'un même essieu sont égaux, les approximations linéaires sont alors données par :

$$\alpha_f = \alpha_1 = \alpha_2 = \delta_f - \left(\beta + \frac{l_f}{v} \dot{\psi} \right) \quad (3)$$

$$\alpha_r = \alpha_3 = \alpha_4 = -\beta + \frac{l_r}{v} \dot{\psi}$$

De même, sous l'hypothèse d'absence de forces longitudinales, la résultante des forces externes est alors donnée par :

$$\tau'_1 = \left[-f_{y_f} \sin \delta_f, f_{y_f} \cos \delta_f + f_{y_r}, 0 \right]^T \quad (4)$$

où $f_{y_f} = f_{y_1} (\alpha_1) + f_{y_2} (\alpha_2)$ et $f_{y_r} = f_{y_3} (\alpha_3) + f_{y_4} (\alpha_4)$. Ces forces induisent un moment de lacet :

$$M_z = f_{y_f} l_f \cos \delta_f - f_{y_r} l_r - \Delta f_{y_f} a \sin \delta_f \quad (5)$$

avec $\Delta f_{y_f} = f_{y_2} - f_{y_1}$.

Le moment de roulis est produit par les suspensions, la force de gravité et la force de vent. Son expression est :

$$M_x = - (K_\phi \phi + D_\phi \dot{\phi}) + m_s g h \phi + h_w f_w \quad (6)$$

où K_ϕ et D_ϕ sont respectivement la raideur et l'amortissement de roulis. Le moment résultant s'écrit finalement :

$$\tau'_2 = [M_x, 0, M_z]^T \quad (7)$$

C. Le modèle des pneumatiques

Dans ce qui suit, le modèle HSRI¹ sera utilisé [17], il permet une formulation simple des efforts latéraux qui intègre deux des paramètres de rigidité de dérive c_{y_i} , d'adhérence μ et de charge normale sur le pneumatique f_n :

$$f_{y_i} = c_{y_i} f(\lambda) \tan \alpha_i \quad (8)$$

avec $\lambda = \frac{\mu f_{n_i}}{2 c_{y_i} |\tan \alpha_i|}$ et :

$$f(\lambda) = \begin{cases} (2 - \lambda)\lambda & \text{si } \lambda < 1 \\ 1 & \text{si } \lambda \geq 1 \end{cases}$$

Il faut d'abord remarquer que le modèle HSRI est caractérisé par les propriétés suivantes :

- La pente à l'origine vaut c_{y_i} , elle est indépendante de l'adhérence.
- La valeur maximale de la force vaut (au signe près) μf_{n_i} .
- Pour l'adhérence maximale, la pente à l'origine croise la valeur de saturation pour la valeur de dérive $\tan \alpha_{sat} = \frac{f_{n_i}}{c_{y_i}}$.

L'objectif maintenant est d'aboutir à un modèle flou de type Takagi-Sugeno qui couvre l'ensemble du régime de fonctionnement (linéaire et non linéaire) des forces de contact.

1. Highway Safety Research Institute, États-Unis

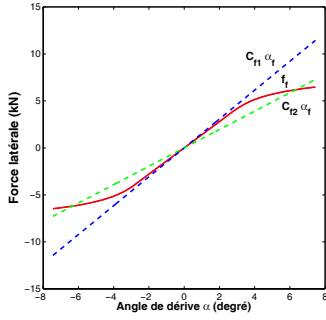


Fig. 2. Force latérale du modèle HSRI et approximation par secteur.

D. Modèle Takagi-Sugeno à 4 règles

Le modèle non-linéaire de la dynamique du véhicule peut être transformé en un modèle flou de type Takagi-Sugeno (T-S) à partir de règles floues portant sur les angles de dérive des roues avant et arrières. Ce modèle peut être considéré comme une extension de la paramétrisation exposée dans [16] :

- si $|\alpha_f|$ est M_1 et $|\alpha_r|$ est N_1 alors $\begin{cases} f_f = c_{f1} \alpha_f \\ f_r = c_{r1} \alpha_r \end{cases}$
- si $|\alpha_f|$ est M_2 et $|\alpha_r|$ est N_1 alors $\begin{cases} f_f = c_{f2} \alpha_f \\ f_r = c_{r1} \alpha_r \end{cases}$
- si $|\alpha_f|$ est M_1 et $|\alpha_r|$ est N_2 alors $\begin{cases} f_f = c_{f1} \alpha_f \\ f_r = c_{r2} \alpha_r \end{cases}$
- si $|\alpha_f|$ est M_2 et $|\alpha_r|$ est N_2 alors $\begin{cases} f_f = c_{f2} \alpha_f \\ f_r = c_{r2} \alpha_r \end{cases}$

Les fonctions d'appartenance M_i et N_i ($i = 1, 2$) sont déterminées par la méthode d'approximation par un secteur linéaire de la fonction nonlinéaire de la force de contact. Les coefficients c_{fi} et c_{ri} ($i = 1, 2$) représentent les rigidités de dérive des pneumatiques associées à chaque modèle linéaire des forces de contact. Elles représentent aussi les pentes des arrêtes du secteur englobant les courbes de forces de contacts (Fig. 2).

À titre d'exemple, à partir de deux valeurs choisies pour c_{f1} et c_{f2} , on détermine les fonctions d'appartenance $M_1(\alpha_f)$ et $M_2(\alpha_f)$ en utilisant les deux équations suivantes :

$$\begin{cases} (M_1 c_{f1} + M_2 c_{f2}) \alpha_f = f_f(\alpha_f) \\ M_2 = 1 - M_1 \end{cases} \quad (9)$$

Ce qui donne $M_1 = \frac{f_f - c_{f2} \alpha_f}{(c_{f1} - c_{f2}) \alpha_f}$, $M_2 = 1 - M_1$.

Les fonctions d'appartenance M_1 et M_2 en fonction de l'angle de dérive sont finalement obtenues pour le pneu avant avec les valeurs numériques suivantes : $c_{f1} = 1.1c_f$ et $c_{f2} = 0.7c_f$. En procédant de la même manière pour les forces arrières, on obtient les fonctions d'appartenance N_1 et N_2 et finalement l'expression des forces résultantes :

$$\begin{cases} f_f = [(h_1 + h_3) c_{f1} + (h_2 + h_4) c_{f2}] \alpha_f \\ f_r = [(h_1 + h_2) c_{r1} + (h_3 + h_4) c_{r2}] \alpha_r \end{cases} \quad (10)$$

avec $h_1 = M_1 \times N_1$, $h_2 = M_2 \times N_1$, $h_3 = M_1 \times N_2$ et $h_4 = M_2 \times N_2$.

Pour disposer des angles de dérive comme variables d'état, on définit le vecteur d'état $\bar{x} = [\alpha_f, \alpha_r, \delta_f]^T$ et l'entrée de commande $u = \dot{\delta}_f$, sachant qu'on néglige le mouvement de roulis. Le système flou prend la forme :

$$\dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^4 h_i(\alpha_f, \alpha_r) \bar{A}_i \bar{x} + \bar{B} u \quad (11)$$

avec :

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} a_{11i} & a_{12i} & a_{13} \\ a_{21i} & a_{22i} & a_{23} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{B} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (12)$$

et :

$$\begin{cases} a_{11i} = -\frac{v}{l_f + l_r} - \frac{1}{v} \left(\frac{1}{m} + \frac{l_f l_r}{I_z} \right) c_{fi}, \\ a_{12i} = \frac{v}{l_f + l_r} - \frac{1}{v} \left(\frac{1}{m} - \frac{l_f l_r}{I_z} \right) c_{ri}, \\ a_{21i} = -\frac{v}{l_f + l_r} - \frac{1}{v} \left(\frac{1}{m} - \frac{l_f^2}{I_z} \right) c_{fi}, \\ a_{22i} = \frac{v}{l_f + l_r} - \frac{1}{v} \left(\frac{1}{m} + \frac{l_r^2}{I_z} \right) c_{ri}, \\ a_{13} = \frac{v}{l_f + l_r}, a_{23} = \frac{v}{l_f + l_r}. \end{cases}$$

E. Équations pour le positionnement latéral sur la voie

Pour la problématique de maintien de voie, le modèle (11) doit être complété par les équations de la dynamique du déplacement latéral par rapport à l'axe de la voie et de l'angle de cap relatif du véhicule par rapport à ce même axe. Soit $\psi_l = \psi - \psi_d$ cet angle et ρ_{ref} la courbure de la route. Nous avons ($\dot{\psi}_d = v \rho_{ref}$) et la variation de ψ_l est donnée par :

$$\dot{\psi}_l = r - v \rho_{ref} = \frac{v}{l_f + l_r} (-\alpha_f + \alpha_r + \delta_f) - v \rho_{ref} \quad (13)$$

Soit maintenant l_s la distance de visée du capteur vidéo monté en vision frontale. L'équation donnant la variation du déplacement latéral y_l du véhicule par rapport à l'axe de la voie en ce point est :

$$\dot{y}_l = v(\beta + \psi_l) + l_s r \quad (14)$$

$$= -v \frac{l_s + l_r}{l_f + l_r} \alpha_f + v \frac{l_s - l_f}{l_f + l_s} \alpha_r + v \psi_l + v \frac{l_r + l_s}{l_f + l_r} \delta_f \quad (15)$$

Dans la suite, nous supposons que seules ces deux dernières variables sont disponibles pour la mesure. Le modèle flou précédent est alors discrétisé à la période d'échantillonnage 0.005 sec. Le modèle discret obtenu prend la forme :

$$\begin{aligned} x(t+1) &= \sum_{i=1}^4 h_i(\alpha_f, \alpha_r) A_i x(t) + B u(t) + E w(t) \\ y(t) &= C x(t) + D w(t) \end{aligned} \quad (16)$$

où $x = [\alpha_f, \alpha_r, \delta_f, \psi_l, y_l]^T$ et $y(t) = [\psi_l, y_l]^T$. La perturbation de courbure $w(t) = \rho_{ref} \in \mathcal{E}_Q = \{w \in \mathfrak{R} / w^T Q w \leq 1\}$ est bornée. Les matrices A_i et B peuvent être facilement calculées des équations précédentes. Ce modèle flou discret est caractérisé par des matrices B , E et C communes à tous les sous-modèles. Cette propriété simplifie de manière drastique les conditions de stabilité et de performance car le système met en jeu une sommation simple.

III. CONTRÔLEUR DYNAMIQUE FLOU PAR RETOUR DE SORTIE

Dans la suite, nous recherchons un contrôleur dynamique flou par retour de sortie de la forme :

$$\begin{aligned} x_c(t+1) &= \sum_{i=1}^4 h_i(\alpha_f, \alpha_r) A_c^i x_c(t) + B_c y(t) \\ u(t) &= C_c x_c(t) + D_c y(t) \end{aligned} \quad (17)$$

où $x_c \in \mathfrak{R}^5$ est l'état du contrôleur ; $\{A_c^j, B_c, C_c, D_c\}$ sont des matrices à déterminer.

Ce contrôleur utilise toujours le concept de contrôle parallèle distribué (PDC) pour les systèmes flous de type TS, dans lequel

chaque composante du système est contrôlé par un correcteur local. Des conditions supplémentaires permettent alors d'assurer la stabilité de l'ensemble. Ce concept permet d'appliquer l'ensemble de la théorie de la commande des systèmes linéaires aux systèmes TS. Comme cela a été signalé par [2], D_c est un paramètre important pour la stabilisation du système en boucle fermée et la structure du contrôleur est capable d'intégrer des contraintes sur l'état et la commande. En combinant (16) et (17), le système augmenté pour la boucle fermée est donné par

$$\tilde{x}(t+1) = \sum_{i=1}^4 h_i(\alpha_f, \alpha_r) \Phi_i \tilde{x}(t) + \Gamma w(t). \quad (18)$$

$$\text{où } \tilde{x} = \begin{bmatrix} x \\ x_c \end{bmatrix}, \Phi_i = \begin{bmatrix} A_i + BD_c C & BC_c \\ B_c C & A_c^i \end{bmatrix} \text{ et } \Gamma = \begin{bmatrix} BD_c D + E \\ B_c D \end{bmatrix}.$$

Soit $\Phi_z = \sum_{i=1}^4 h_i(\alpha_f, \alpha_r) \Phi_i$, le système en boucle fermée prend la forme : $\tilde{x}(t+1) = \Phi_z \tilde{x}(t) + \Gamma w(t)$. Finalement l'entrée de commande $u(t)$ est donnée par :

$$u(t) = \begin{bmatrix} D_c C & C_c \end{bmatrix} \tilde{x}(t) + D_c D w(t) \quad (19)$$

A. Ensemble positivement invariant

Supposons qu'il existe une fonction quadratique $V(\tilde{x}) = \tilde{x}^T P \tilde{x}$, où P est une matrice symétrique définie positive telle que [3] :

$$V(\tilde{x}+1) \leq V(\tilde{x}), \forall \tilde{x}, w \text{ satisfait (18)}, w^T Q w \leq 1, V(\tilde{x}) \geq 1. \quad (20)$$

Considérons l'ensemble atteignable Λ défini par :

$$\Lambda \triangleq \{ \tilde{x}(T) | \tilde{x}, w \text{ satisfait (18)}, \tilde{x}(0) = 0, w^T Q w \leq 1, T \geq 0 \}. \quad (21)$$

L'ensemble ε_P défini par :

$$\varepsilon_P = \{ \tilde{x}(t) \in \mathfrak{R}^{10} | \tilde{x}(t)^T P \tilde{x}(t) \leq 1 \}, \quad (22)$$

est un ensemble positivement invariant pour (18) avec $w \in \mathfrak{R}$, $w^T Q w \leq 1$. Cela signifie que toute trajectoire qui commence à l'intérieur de cet ensemble y reste confinée pour $t \rightarrow \infty$.

L'existence d'une telle fonction $V(\tilde{x})$ signifie que l'ensemble ε_P est une enveloppe de l'ensemble atteignable Λ . ε_P est par ailleurs une enveloppe de l'ensemble atteignable

$$\Lambda^* \triangleq \{ \tilde{x}(T) | \tilde{x}, w \text{ vérifiant l'équation (18)}, \tilde{x}(0) \in \varepsilon(P), w^T Q w \leq 1, T \geq 0 \}. \quad (23)$$

Dans cette section, la loi de commande est synthétisée en liaison avec l'ensemble atteignable ε_P . Cela conduit à des inégalités matricielles bilinéaires (BMI) assurant que le système sans les perturbations est asymptotiquement stable et que l'ensemble atteignable pour des états initiaux à l'intérieur de l'ensemble invariant restent dans cet ensemble.

B. Ensemble invariant - bornes quadratiques

En accord avec les considérations précédentes, le système en boucle fermée $\tilde{x}(t+1) = \Phi_z \tilde{x}(t) + \Gamma w(t)$ est asymptotiquement quadratiquement borné avec une matrice de Lyapunov commune $P > 0$ pour toute perturbation $w(t) \in \varepsilon_Q$, pour $t > 0$, si $\tilde{x}(t)^T P \tilde{x}(t) > 1$ entraîne $(\Phi_z \tilde{x}(t) + \Gamma w(t))^T P (\Phi_z \tilde{x}(t) + \Gamma w(t)) < \tilde{x}(t)^T P \tilde{x}(t)$, pour tout $w \in \varepsilon_Q$.

La condition correspondante est obtenue en utilisant la S -procédure et le complément de Schur, sachant que la condition $w \in \varepsilon_Q$ et $\tilde{x}^T P \tilde{x} \geq 1$ implique $w^T Q w \leq \tilde{x}^T P \tilde{x}$. La propriété

$$\begin{aligned} w^T Q w &\leq \tilde{x}^T P \tilde{x} \\ \implies (\Phi_z \tilde{x}(t) + \Gamma w(t))^T P (\Phi_z \tilde{x}(t) + \Gamma w(t)) &\leq \tilde{x}^T P \tilde{x} \end{aligned}$$

est équivalente à [2] :

$$\exists \alpha > 0 : \begin{bmatrix} (1-\alpha)P & * & * \\ 0 & \alpha Q & * \\ \Phi_z & \Gamma & P^{-1} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (24)$$

Définissons $P = \begin{bmatrix} P_1 & P_2^T \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}$ et $P^{-1} = \begin{bmatrix} M_1 & M_2^T \\ M_2 & M_3 \end{bmatrix}$. En supposant que les matrices P_2 et M_2 sont de rang plein, définissons $T_1 = \begin{bmatrix} I & M_1 \\ 0 & M_2 \end{bmatrix}$ et $T_2 = \begin{bmatrix} I & P_1 \\ 0 & P_2 \end{bmatrix}$. En pré- et post multipliant l'équation (24) avec $\text{diag}\{T_1^T, I, T_2^T\}$ et $\text{diag}\{T_1, I, T_2\}$, respectivement, et en utilisant

$$\begin{cases} \hat{D}_c = D_c, \hat{C}_c = D_c C M_1 + C_c M_2, \hat{B}_c = P_1 B D_c + P_2^T B_c, \\ \hat{A}_c^i = P_1 A_i M_1 + P_1 B D_c C M_1 + P_2^T B_c C M_1 \\ + P_1 B C_c M_2 + P_2^T A_c^i M_2, \end{cases} \quad (25)$$

on peut obtenir $\sum_{i=1}^4 h_i(\alpha_f, \alpha_r) \Upsilon_i \geq 0$, où :

$$\Upsilon_i = \begin{bmatrix} (1-\alpha)P_1 & * & * & * & * \\ (1-\alpha)I & (1-\alpha)M_1 & * & * & * \\ 0 & 0 & \alpha Q & * & * \\ A_i + B \hat{D}_c C & A_i M_1 + B \hat{C}_c & B \hat{D}_c D + E & M_1 & * \\ P_1 A_i + \hat{B}_c C & \hat{A}_c^i & \hat{B}_c D + P_1 E & I & P_1 \end{bmatrix} \quad (26)$$

On peut noter que les matrices M_1, M_2, P_1 et P_2 vérifient :

$$M_2^T P_2 = I - M_1 P_1 \quad (27)$$

Par ailleurs, il est possible d'introduire des contraintes sur la commande et les variables d'état :

$$-\bar{u} \leq u(t) \leq \bar{u}, \quad -\bar{\Psi} \leq \Psi x(t+1) \leq \bar{\Psi}, \quad \forall t \geq 0 \quad (28)$$

où $\bar{u} > 0$, $\bar{\Psi} := [\bar{\Psi}_1, \dots, \bar{\Psi}_q]^T$ avec $\bar{\Psi}_j > 0$, $j = 1, \dots, q$, $\Psi \in \mathfrak{R}^{q \times 5}$. On peut remarquer que les bornes peuvent être exprimées sur chaque variable d'état séparément ou sur une combinaison quelconque [2].

Pour un scalaire préalablement défini $\eta \in (0, 1]$, la propriété de borne quadratique assure que si $\tilde{x}(0) \in \varepsilon_{\eta P}$, alors $\tilde{x}(t) \in \varepsilon_{\eta P}$, $\forall t \geq 0$, et en conséquence $\forall w(t) \in \varepsilon_Q$

$$\begin{aligned} \max_{t \geq 0} |u(t)|^2 &= \max_{t \geq 0} \left| \begin{bmatrix} D_c C & C_c \end{bmatrix} \tilde{x}(t) + D_c D w(t) \right|^2 \\ &\leq \max_{t \geq 0} \left\| \begin{bmatrix} D_c C & C_c & D_c D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta P & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix}^{-1/2} \right\|^2 \\ &\quad \times \left\| \begin{bmatrix} \eta P & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix}^{1/2} \begin{bmatrix} \tilde{x}(t) \\ w(t) \end{bmatrix} \right\|^2 \\ &\leq 2 \left\| \begin{bmatrix} D_c C & C_c & D_c D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta P & 0 \\ 0 & Q \end{bmatrix}^{-1/2} \right\|^2 \leq \bar{u}^2 \end{aligned} \quad (29)$$

En appliquant le complément de Schur, la condition (29) est vérifiée si

$$\begin{bmatrix} \eta P_1 & * & * & * \\ 0 & \eta I & \eta M_1 & * \\ \sqrt{2} [D_c C \quad C_c] & \sqrt{2} Q & \sqrt{2} D_c D & \bar{u}^2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (30)$$

De la même manière, en pré- et post-multipliant l'inégalité (30) par $\text{diag}\{T_1^T, I, I\}$ et $\text{diag}\{T_1, I, I\}$, respectivement, et développant T , on aboutit à l'inégalité :

$$\begin{bmatrix} \eta P_1 & * & * & * \\ \eta I & \eta M_1 & * & * \\ 0 & 0 & Q & * \\ \sqrt{2} \hat{D}_c C & \sqrt{2} \hat{C}_c & \sqrt{2} \hat{D}_c D & \bar{u}^2 \end{bmatrix} \geq 0 \quad (31)$$

Une procédure similaire peut être utilisée pour les contraintes sur les variables d'état. Des propriétés de convexité (32), on a finalement :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 h_i(v(t)) \tilde{Y}_i &\geq 0, & t &\geq 0, \\ \Xi_{kk} &\leq \Psi_k^2, & k &\in \{1, \dots, q\} \end{aligned} \quad (32)$$

où

$$\tilde{Y}_i = \begin{bmatrix} \eta P_1 & * & * & * \\ \eta I & \eta M_1 & * & * \\ 0 & 0 & Q & * \\ \tilde{Y}_{i41} & \tilde{Y}_{i42} & \tilde{Y}_{i43} & \Xi \end{bmatrix} \quad (33)$$

et $\tilde{Y}_{i41} = \sqrt{2} \Psi (A_i + B \hat{D}_c C)$, $\tilde{Y}_{i42} = \sqrt{2} \Psi (A_i M_1 + B \hat{C}_c)$, $\tilde{Y}_{i43} = \sqrt{2} \Psi (B \hat{D}_c E + D)$.

IV. SYNTHÈSE DU CONTRÔLEUR DE SUIVI DE VOIE

A. Objectifs du contrôle

Durant la manœuvre de suivi le voie, le contrôleur doit rejeter les perturbations d'accélération latérale et de lacet induites par les changements de courbure et des efforts externes. L'objectif ici est de garantir un déplacement latéral faible par rapport à l'axe dans un large domaine de sollicitation de la dynamique véhicule. Plus généralement, Toutes les variables d'état doivent rester bornées et inférieures à une limite de sécurité : $|\alpha_f| \leq \alpha_f^M$, $|\alpha_r| \leq \alpha_r^M$, $|\delta_f| \leq \delta_f^M$, $|\psi_l| \leq \psi_l^M$ et $|y_l| \leq y_l^M$. Par ailleurs, et comme cela a été montré dans [15], contraindre les roues avant à rester à l'intérieur d'une bande latérale centrée sur l'axe de la voie et de largeur $2d$ correspond à l'espace entre les deux hyperplans $|y_l + (l_f - l_s)\psi_l| = \frac{2d-a}{2}$, où a est la moitié de la longueur de l'essieu avant et $2d$ est supposé plus grand que a . Le vecteur d'état doit alors être confiné dans l'hypercube $L(Z^M)$ défini par les bornes précédentes. Finalement, l'entrée de commande qui est ici la dérivée de l'angle de braquage doit elle aussi rester bornée : $|\dot{\delta}_f| \leq \dot{\delta}_f^M$. D'après l'équation (28), $\bar{u} = \dot{\delta}_f^M$,

$$\bar{\Psi} = [\alpha_f^M, \alpha_r^M, \delta_f^M, \psi_l^M, y_l^M, \frac{2d-a}{2}]^T \quad (34)$$

et

$$\Psi = \begin{bmatrix} I_5 \\ [0, 0, 0, (l_f - l_s), 1] \end{bmatrix} \quad (35)$$

B. Synthèse du retour de sortie

Le contrôleur dynamique est synthétisé avec les valeurs numériques suivantes :

$$\begin{aligned} \alpha &= 0.02, & \eta &= 0.02, & \bar{u} &= 100 \text{ deg/s}, \\ \alpha_f^M &= \alpha_r^M = 13 \text{ deg} & \delta_f^M &= 8 \text{ deg}, & \psi_l^M &= 7 \text{ deg}, \\ y_l^M &= 0.3m & d &= 1m \end{aligned}$$

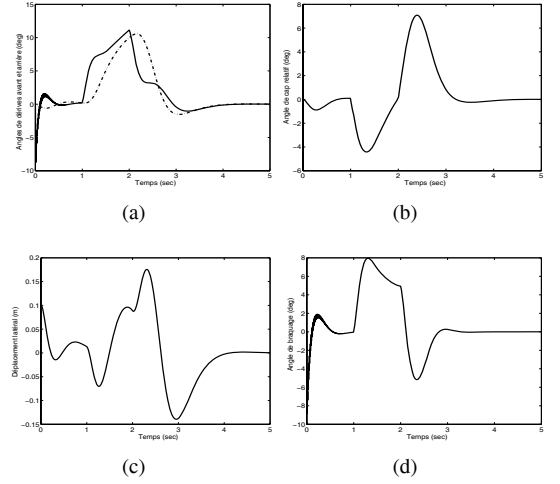


Fig. 3. Contrôleur dynamique par retour de sortie : Angles de dérive avant et arrière, angle de cap relatif, déplacement latéral, angle de braquage. Activation du contrôle et entrée dans une courbe.

Le paramètre α est choisi après plusieurs essais afin d'éviter de résoudre un problème BMI. On obtient alors $Q = 10^4$, ce qui garantit la vérification des contraintes pour toute courbure d'amplitude inférieure à $10^{-2}m$, à la vitesse longitudinale fixée à $20m/s$.

V. RÉSULTATS DE SIMULATION

A. Test dans les conditions nominales

Le contrôleur est testé pour une activation du mode manuel au mode automatisé à la vitesse de $20m/s$ alors que le véhicule est à $0.1m$ de l'axe de la voie. À $t = 2 \text{ sec}$, le véhicule arrive dans un virage de courbure $100m$ qui engendre l'entrée des forces de contact dans la zone non-linéaire. En effet, à la vitesse considérée, l'accélération latérale en régime stationnaire est de $0.4g$.

Les résultats apparaissent sur les 8 tracés des figures 3 et 4. La figure 3-a montre que les angles de dérive des roues avant (trait plein) et arrière (trait interrompu) sont inférieurs à 12 deg . Les forces entrent quoi qu'il en soit dans la zone de nonlinéarité comme cela est visible sur les figures 4-c et 4-d. L'angle de cap relatif est élevé mais demeure inférieur à 7 deg . Le déplacement latéral au point de visée est inférieur à $0.2m$ (Fig. 3). La contribution de chacune des quatre composantes du correcteur découlent des valeurs des h_i ($i = 1, \dots, 4$) visibles sur la figure 4-b. Finalement, l'angle de braquage et sa dérivée sont visibles sur les figures 3-d et 4-a et vérifient les contraintes.

B. Robustesse aux erreurs d'estimation des angles de dérive

L'implantation du contrôleur flou nécessite la connaissance des angles de dérive des pneumatiques. Les capteurs pour ces variables sont très onéreux, mais des observateurs permettent de disposer de bonnes estimées. Comme celles-ci seront explicitement utilisées par le contrôleur, il est nécessaire d'examiner la robustesse du contrôleur vis à vis des possibles erreurs d'estimation. Dans la suite, on suppose que les angles de dérive sont connus avec une précision de 5% , avec le cas défavorable d'une sous-estimation sur l'arrière et d'une surestimation pour les roues avant. De plus, la courbure de la route est supposée bruitée à hauteur de 20% de son amplitude. Les figures 5 et 6 montrent clairement que même si les coefficients h_i sont brui-

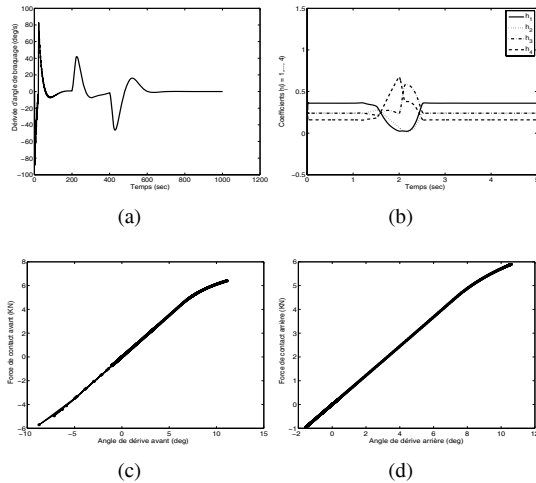


Fig. 4. Contrôleur dynamique par retour de sortie : Dérivée de l'angle de braquage, coefficients h_i et forces de contact. Activation du contrôle et entrée dans une courbe.

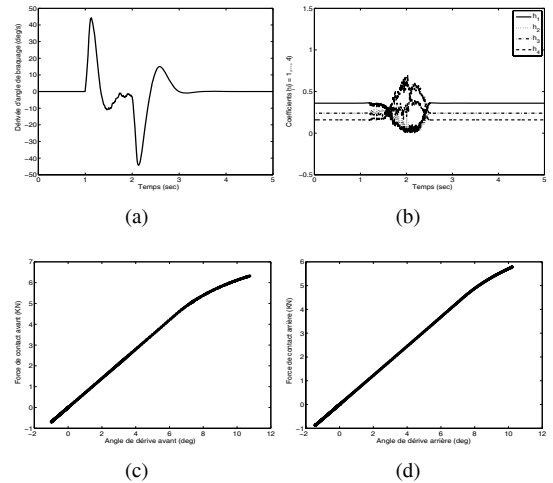


Fig. 6. Robustesse du contrôleur dynamique par retour de sortie : Dérivée de l'angle de braquage, coefficients h_i et forces de contact. Entrée dans une courbe.

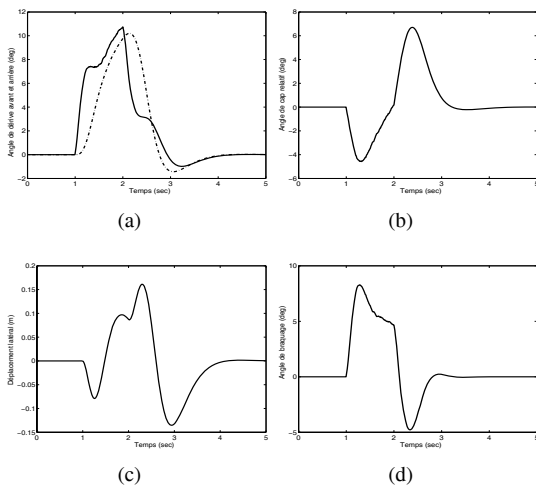


Fig. 5. Robustesse du contrôleur dynamique par retour de sortie : Angles de dérive avant et arrière, angle de cap relatif, déplacement latéral, angle de braquage. Entrée dans une courbe.

tés, les effets sur les variables d'état sont bien filtrés. Les limites sur les variables sont plus grandes mais sans excéder pour autant les limites de sécurité.

VI. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Dans ce papier, un retour de sortie dynamique de type PDC flou a été développé et testé pour le contrôle latéral des véhicules. Le principal objectif de cette synthèse est de garantir un bon fonctionnement de la commande sur un large domaine de la dynamique latérale incluant le domaine de saturation des forces de contact. Un ensemble invariant ellipsoïdal est associé à la commande dès la synthèse. Il permet d'imposer de manière explicite des contraintes sur les variables d'état et l'entrée de commande et notamment sur l'excursion maximale des roues avant par rapport à l'axe central de la voie. Les tests en simulation ont démontré que le contrôleur est en mesure d'assurer de bonnes performances y compris pour de fortes valeurs de courbure qui provoquent la saturation des forces de contact pneumatique-chaussée. Il présente d'excellentes propriétés de robustesse face

aux erreurs d'estimation des angles de dérive des pneumatiques.

RÉFÉRENCES

- [1] Grands thèmes de la sécurité routière en France. ONISR, Observatoire national interministériel de sécurité routière, février 2007.
- [2] B. Ding, Quadratic boundedness via dynamic output feedback for constrained nonlinear systems in Takagi-Sugeno's form, *Automatica*, vol. 45, N° 9, pp. 2093-2098, 2009.
- [3] A. Alessandri, M. Baglietto, G. Battistelli, On estimation error bounds for receding-horizon filters using quadratic boundedness. *IEEE Trans. on Aut. Control*, 49, 1350-1355, 2004.
- [4] C. H. Fang, Y. S. Liu, S. W. Kau, L. Hong, C. H. Lee, A new LMI-based approach to relaxed quadratic stabilization of T-S fuzzy control systems. *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, 14, 386-397, 2006.
- [5] T.M. Guerra, L. Vermeiren, LMI-based relaxed nonquadratic stabilization conditions for nonlinear systems in the Takagi-Sugeno's form. *Automatica*, 40, 823-829, 2004.
- [6] S. K. Kau, H. J. Lee, C. M. Yang, C. H. Lee, L. Hong, C. H. Fang, Robust H-infinity fuzzy static output feedback control of T-S fuzzy systems with parametric uncertainties. *Fuzzy Sets and Systems*, 158, 135-146, 2007.
- [7] R. Fenton, G. Melocik et K. Olson, On the steering of automated vehicles : Theory and experiment. *IEEE Trans. on Aut. Control*, Vol. 21, pp. 306-315, 1976.
- [8] J. C. Gerdes et E. J. Rossetter A Unified Approach to Driver Assistance Systems Based on Artificial Potential Fields Authors. *Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, Vol. 123, No. 3, pp. 431-438, 2001.
- [9] C. Hatipoglu, Ü. Özgüner et K. A. Redmill Automated Lane Change Controller Design *IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems*, Vol. 4, No. 1, pp. 13-22, 2003.
- [10] X. D. Liu, & Q. L. Zhang, New approaches to H-infinity controller designs based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI. *Automatica*, 39, 1571-1582, 2003.
- [11] J. Ackermann, D. Odenthal and T. Bunte. Advantages of active steering for vehicle dynamics control, pp. 263-270, 1999.
- [12] E. Bakker, H. B. Pacejka, and L. Lidner. A new tire model with an application in vehicle dynamics studies. SAE paper, 1989.
- [13] S. Mammar and D. Koenig, Vehicle Handling improvement by Active Steering. *Veh. Sys. Dynamics Journal*, vol 38, No3, pp. 211-242, 2002.
- [14] K. Tanaka, H.O. Wang, *Fuzzy Control Systems Design and Analysis*, Wiley Inc, New York, 2001.
- [15] N. Minoiu, S. Mammar, M. Netto, B. Lusetti, Driver steering assistance for lane departure avoidance based on hybrid automata and composite Lyapunov function, accepté pour publication in *IEEE Trans. on Intelligent Transportation Systems*, November 2008.
- [16] M. Oudghiri-Bentaie, M. Chadli, A. El Hajjaji, Observer-based fault tolerant control for vehicle lateral dynamics, *ECC'2007, KOS, Grèce*, 2007.
- [17] H. Dugoff, P. Francher et L. Segel, An analysis of tire traction properties and their influence on vehicle dynamic performance, SAE document N° 700377, 1970.