

Application de deux approches d'interpolation pour la modélisation LPV d'un échangeur de chaleur

Seif Eddine CHOUABA, Afzal CHAMROO, Guillaume MERCÈRE, Thierry POINOT

Université de Poitiers, Laboratoire d'Automatique et d'Informatique Industrielle,

Bâtiment de Mécanique, 40, Av. du Recteur Pineau 86022 POITIERS CEDEX - France.

seif.eddine.allah.chouaba@etu.univ-poitiers.fr, (afzal.chamroo, guillaume.mercere, thierry.poinot)@univ-poitiers.fr

Résumé— Cet article présente une procédure d'identification d'un modèle linéaire à paramètres variants (LPV) d'un échangeur de chaleur à courants croisés dont la dynamique évolue en fonction des entrées de débit massique. L'approche proposée consiste dans un premier temps à identifier des modèles linéaires à temps invariant en différents points de fonctionnement de l'échangeur. Deux techniques d'interpolation sont alors proposées pour déterminer le modèle LPV. La première consiste en l'interpolation polynomiale au sens des moindres carrés des pôles des modèles locaux en fonction des débits massiques. La seconde technique utilise l'interpolation affine entre les pôles et les paramètres du modèle LPV en formulant un problème d'optimisation non-linéaire. Une comparaison des résultats obtenus avec les deux techniques d'interpolation est présentée en se basant sur des données issues d'un simulateur d'échangeur à courants croisés.

Mots-clés— Modélisation LPV, identification, interpolation, systèmes non linéaires, échangeur de chaleur à courants croisés.

I. INTRODUCTION

Dans les sociétés industrielles, les échangeurs de chaleur sont des éléments essentiels de toute politique de maîtrise de l'énergie. Ce sont des dispositifs largement utilisés dans les applications industrielles et domestiques (chimie, pétrochimie, sidérurgie, agroalimentaire, production d'énergie, chauffage, climatisation, etc.). Il existe plusieurs types et tailles d'échangeurs (une classification est proposée dans [1]), mais le principe de base reste relativement simple : un échangeur de chaleur permet de transférer de l'énergie thermique d'un fluide vers un autre, sans les mélanger (le flux thermique traverse la surface d'échange qui sépare les fluides) [19].

Un des problèmes majeurs liés aux échangeurs en milieu industriel est l'encrassement qui entraîne une baisse de rendement et une surconsommation d'énergie. Dans ce sens, plusieurs auteurs se sont penchés sur la détection d'encrassement ([25], [4], [9], [11], [17]) en envisageant éventuellement la localisation de ce phénomène pour aboutir à une maintenance ciblée. Cette détection, rendue difficile par le caractère progressif de l'encrassement, peut se faire par des techniques basées sur des mesures locales ([25], [3], [8]), mais il s'avère beaucoup plus judicieux d'utiliser un modèle sain de l'échangeur pour y parvenir.

A la base, la modélisation de l'échangeur repose sur des équations aux dérivées partielles non linéaires liées aux transferts de chaleur. Partant de cette représentation physique, d'autres types de modélisation ont été développés. Dans [12], par exemple, les auteurs proposent une modélisation par des réseaux de neurones. Par ailleurs, des

modèles sous forme d'état basés sur des équations de bilans de masse et d'énergie sont considérés dans [9]. Dans la majorité des cas, les modèles exploités sont approchés par un système de type LTI (Linéaire à Temps Invariant). Toutefois, pour mieux exprimer le comportement non linéaire de l'échangeur, nous allons considérer une modélisation LPV (Linéaires à Paramètres Variables) telle que proposée dans [17]. Un système LPV ayant des paramètres dépendant de grandeurs variants dans le temps (supposées mesurables et référées comme variables de séquençement (scheduling parameter en anglais)), il est possible de modéliser un système présentant des non linéarités par une formulation proche des modèles LTI. Dans le présent cas, il permet de prendre en compte la variation de la dynamique en fonction des débits massiques. La difficulté liée à la modélisation LPV réside dans l'identification des paramètres qui sont fonctions des variables exogènes. Il est possible d'envisager deux approches en ce qui concerne l'identification des modèles LPV : l'approche locale et l'approche globale.

Dans l'approche locale, une procédure d'identification classique est appliquée pour différents points de fonctionnement du système (définis par des valeurs constantes des variables de séquençement) et permet de déterminer des modèles LTI locaux. Le modèle LPV du système est ensuite construit par interpolation des modèles locaux. On peut considérer différentes techniques d'interpolation des paramètres locaux en fonction des variables exogènes ([21], [7], [15], [20], [5]).

L'approche globale consiste quant à elle à réaliser une seule identification au cours de laquelle toutes les variables (d'entrées et de séquençement) sont excitées de manière persistante. L'algorithme d'identification employé conduit à un modèle global LPV présentant directement une dépendance fonctionnelle des paramètres du modèles relativement aux variables de séquençement ([13], [2], [24], [6], [23]).

En envisageant dans ce présent article une approche d'identification locale du modèle LPV de l'échangeur, nous proposons deux techniques d'interpolation. La première, employée dans [17], consiste à interpoler les pôles des modèles locaux à l'aide de polynômes fonction des débits massiques. La seconde, inspirée de [20] et adaptée à l'échangeur, utilise l'interpolation affine entre les pôles et des gains du modèle LPV en formulant un problème d'optimisation non-linéaire. A noter que les expériences d'identification se portent non pas sur un échangeur réel, mais sur un simulateur numérique (dont le modèle est semblable à ceux utilisés dans [10], [18]) qui reproduit précisément le comportement de l'échangeur, en particulier les régimes

transitoires.

Le manuscrit s'articule comme suit. Dans la section II, on trouvera une description de l'échangeur à courants croisés, les équations de transferts de chaleur associées ainsi qu'une formulation LPV. La section III décrit la méthodologie d'identification du modèle LPV de l'échangeur de chaleur. En section IV, des résultats de simulation sont présentés pour offrir une comparaison entre les deux techniques d'interpolation. Finalement, une conclusion générale et des perspectives sont données en section V.

II. DESCRIPTION DE L'ÉCHANGEUR DE CHALEUR À COURANTS CROISÉS ET DE SON MODÈLE LPV

A. Description de l'échangeur

Comme le montre la figure 1, au sein de l'échangeur de chaleur à courants croisés, le transfert d'énergie thermique se fait d'un fluide vers un autre, les deux fluides circulant perpendiculairement (suivant x et y) et étant séparés par une paroi fixe (plaque en acier d'épaisseur d_s). La dy-

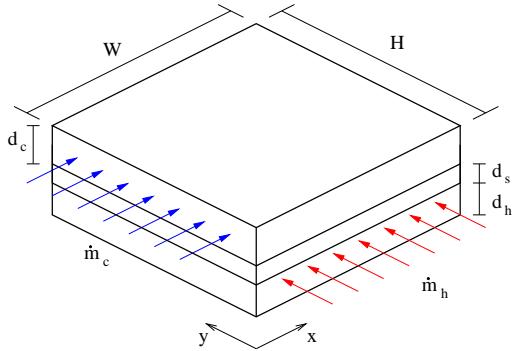


Fig. 1. Schéma de principe d'un échangeur de chaleur à courants croisés.

namique de l'échangeur peut être représentée en chaque point par les champs $T_c(x, y, t)$, $T_h(x, y, t)$ et $T_s(x, y, t)$. Ces champs correspondent aux températures de fluide froid, de fluide chaud et de la plaque (indices c pour cold, h pour hot et s pour steel (acier)). Ils sont décrits par le système d'équations aux dérivées partielles suivant :

$$\rho_c c_c d_c \frac{\partial T_c}{\partial t} + \frac{\dot{m}_c c_c}{H} \frac{\partial T_c}{\partial x} = U_c (T_s - T_c) \quad (1)$$

$$\rho_h c_h d_h \frac{\partial T_h}{\partial t} + \frac{\dot{m}_h c_h}{W} \frac{\partial T_h}{\partial y} = U_h (T_s - T_h) \quad (2)$$

$$\rho_s c_s d_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = U_c (T_c - T_s) + U_h (T_h - T_s) \quad (3)$$

avec ρ la densité du fluide, c la capacité calorifique, d l'épaisseur de chacune des trois sections. Par ailleurs, H et W définissent le gabarit de l'échangeur, \dot{m} représente le débit massique et U le coefficient de transfert de chaleur. Ces relations représentent le transfert de chaleur qui se fait principalement du fluide chaud à la plaque par convection, puis par conduction à travers la plaque et enfin de la plaque au fluide froid par convection. On suppose que la conduction au sein des fluides est négligeable, que les débits sont uniformes et que l'équilibre thermique est atteint à la sortie des fluides dans l'échangeur. Par ailleurs, seront considérés comme fonctions du temps les températures et débits massiques d'entrée ainsi que les coefficients de transfert de chaleur. Tout autre paramètre sera supposé constant.

B. Le modèle LPV

Le choix de structure du modèle constitue une étape très importante et délicate de la procédure d'identification. De par sa complexité et les phénomènes physiques mis en jeu, un échangeur de chaleur présente un comportement relativement non linéaire. N'ayant que peu d'information *a priori* sur ces non linéarités et notant que le comportement du système est relativement linéaire autour de plusieurs points de fonctionnement, une structure LPV est choisie pour la procédure d'estimation expérimentale. Plus particulièrement, la représentation suivante est considérée

$$t_{c_{out}}(t) = h_{cc}(t, \delta_c, \phi, t_{c_{in}}) + h_{ch}(t, \phi, t_{h_{in}}) + g_{cc}(t, \phi, \dot{m}_c) + g_{ch}(t, \phi, \dot{m}_h) \quad (4a)$$

$$t_{h_{out}}(t) = h_{hc}(t, \phi, t_{c_{in}}) + h_{hh}(t, \delta_h, \phi, t_{h_{in}}) + g_{hc}(t, \phi, \dot{m}_c) + g_{hh}(t, \phi, \dot{m}_h) \quad (4b)$$

où $t_{c_{out}}$ et $t_{h_{out}}$ correspondent aux températures de sortie du côté froid et chaud, $t_{c_{in}}$ et $t_{h_{in}}$ sont les températures d'entrée du côté froid et chaud, \dot{m}_c et \dot{m}_h sont des débits massiques du côté froid et chaud, ϕ est le vecteur de séquençement, h_{ij} sont des fonctions reliant la température de sortie i à la température d'entrée j et g_{ij} sont des fonctions reliant la température de sortie i au débit massique d'entrée j . Notons que $t_{c_{out}}$ et $t_{h_{out}}$ ne sont pas directement liées à $t_{c_{in}}$ et $t_{h_{in}}$. En effet, les retards δ_c et δ_h sont nécessaires pour prendre en compte le temps de parcours des fluides dans l'échangeur de chaleur. Ces retards sont définis par

$$\delta_c = \frac{\rho_c d_c W H}{\dot{m}_c} \quad \text{et} \quad \delta_h = \frac{\rho_h d_h W H}{\dot{m}_h}. \quad (5)$$

Comme mentionné précédemment, les paramètres du modèle LPV dépendent explicitement des variables de séquençement supposées mesurables pendant le fonctionnement du procédé. Pour ce système, elles sont choisies comme suit

$$\phi = \begin{bmatrix} \dot{m}_c \\ \dot{m}_h \end{bmatrix}.$$

Ces deux signaux sont en effet généralement mesurables sur des échangeurs de chaleur réels.

Le choix de la structure générique (4) se justifie par le fait qu'elle peut représenter indifféremment une forme d'état ou une représentation entrée/sortie. Dans la suite de cette étude, les deux modélisations seront employées. Fondées sur les mêmes paramètres de fonctions identifiées localement (pour différents points de fonctionnement), deux modèles LPV globaux, de structures différentes, seront en effet exprimés.

III. MÉTHODOLOGIE D'IDENTIFICATION DU MODÈLE LPV

L'identification du modèle LPV proposée dans cet article est basée dans un premier temps sur l'estimation de modèles LTI en f points de fonctionnement choisis judicieusement. Par la suite, pour chaque transfert, les f jeux de paramètres estimés seront interpolés en fonction de variables de séquençement.

A. Identification des modèles locaux

En utilisant une approche entrée/sortie classique, l'échangeur de chaleur à courants croisés peut être modélisé pour chaque point de fonctionnement comme suit :

$$\begin{aligned} T_{c_{out}}(p) &= H_{cc}(p)e^{-\delta_c p}T_{c_{in}}(p) + H_{ch}(p)T_{h_{in}}(p) \\ &+ G_{cc}(p)\dot{M}_c(p) + G_{ch}(p)\dot{M}_h(p) \end{aligned} \quad (6a)$$

$$\begin{aligned} T_{h_{out}}(p) &= H_{hc}(p)T_{c_{in}}(p) + H_{hh}(p)e^{-\delta_h p}T_{h_{in}}(p) \\ &+ G_{hc}(p)\dot{M}_c(p) + G_{hh}(p)\dot{M}_h(p) \end{aligned} \quad (6b)$$

Les entrées \dot{m}_c et \dot{m}_h étant constantes, il s'ensuit qu'en régime établi

- les retards δ_c et δ_h sont constants,
- l'influence des entrées $\dot{m}_c(t)$ et $\dot{m}_h(t)$ sur la dynamique des sorties est nulle.

Ces observations ont trois conséquences pratiques :

1. les effets des retards peuvent être traités sans difficulté après l'acquisition par décalage temporel des données ;
2. l'influence des entrées \dot{m}_c et \dot{m}_h peut être annulée pendant le pré-traitement des données incluant l'élimination des composantes continues ;
3. les paramètres des fonctions de transfert H_{ij} sont constants puisqu'ils sont fonctions de variables de séquençement figées. Les méthodes classiques d'identification des systèmes LTI peuvent être utilisées pour identifier les modèles locaux.

Ainsi, le modèle LTI local à identifier au point de fonctionnement l s'écrit :

$$T_{c_{out}}(p) = H_{cc}^l(p)T_{c_{ind}}(p) + H_{ch}^l(p)T_{h_{in}}(p) \quad (7a)$$

$$T_{h_{out}}(p) = H_{hc}^l(p)T_{c_{in}}(p) + H_{hh}^l(p)T_{h_{ind}}(p) \quad (7b)$$

où $T_{c_{ind}}$ et $T_{h_{ind}}$ sont les données d'entrées après le traitement des retards. Chaque fonction de transfert $H_{ij}^l(p)$, $i, j \in \{c, h\}$ est choisie d'ordre 2 et s'écrit :

$$H_{ij}^l(p) = \frac{b_{1ij}^l}{p^2 + a_{2ij}^l p + a_{1ij}^l} = \frac{b_{ij}^l}{(p - p_{ij,1}^l)(p - p_{ij,2}^l)}. \quad (8)$$

En chaque point de fonctionnement défini par la variable de séquençement, ces modèles sont identifiés par une méthode d'estimation non-linéaire des moindres carrés basée sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt [16]. Cette méthode, abrégée par son acronyme anglo-saxon OE (Output Error method), repose sur la minimisation de l'énergie de l'erreur de sortie. La propriété fondamentale de cette méthode réside dans le fait qu'elle fournit une estimation non biaisée des paramètres. Le problème principal des méthodes à erreur de sortie est l'existence possible de plusieurs minima locaux vers lesquels peut converger l'algorithme d'optimisation. C'est un problème délicat qui peut être contourné par l'initialisation de l'algorithme en utilisant des méthodes de type erreur d'équation [22]. Dans le présent cas, cette étape d'initialisation est réalisée par la méthode PEM ("Prediction-Error identification Method") [14]. En combinant les deux algorithmes d'identification PEM et OE, la convergence de la fonction de coût à minimiser vers l'optimum absolu est assurée avec une forte probabilité [22].

Les points de fonctionnement sont définis en choisissant une grille entre les valeurs minimales et maximales de chaque variable de séquençement

$$\dot{m}_c \in \left[\dot{m}_c^{(1)} \quad \dots \quad \dot{m}_c^{(q)} \right] \quad (9a)$$

$$\dot{m}_h \in \left[\dot{m}_h^{(1)} \quad \dots \quad \dot{m}_h^{(q)} \right] \quad (9b)$$

avec $q \in \mathbb{N}^*$. On aura ainsi $f = q \times q$ possibilités pour la paire $(\dot{m}_c^{(l)}, \dot{m}_h^{(l)})$.

B. Interpolation du modèle LPV

Une fois les modèles locaux obtenus pour les f points de fonctionnement, la seconde étape porte sur l'interpolation des pôles et des paramètres des modèles locaux afin de construire le modèle LPV. Nous nous intéressons ici à deux techniques : l'interpolation polynomiale et l'interpolation affine des pôles et des gains des modèles locaux en fonction des débits massiques.

B.1 Interpolation polynomiale

Nous nous intéressons à l'interpolation des pôles $p_{ij,1}^l$ et $p_{ij,2}^l$ et des paramètres b_{ij}^l identifiés. La procédure utilisée étant la même pour chaque pôle et paramètre, elle n'est expliquée que pour la notation générique d'un paramètre γ_{ij} , $i, j \in \{c, h\}$ qui représente la fonction d'interpolation polynomiale d'ordre (n_h, n_c) donnée par :

$$\gamma_{ij} = \sum_{i_h=0}^{n_h} \kappa_{i_h} \dot{m}_h^{i_h} \sum_{i_c=0}^{n_c} \kappa_{i_c} \dot{m}_c^{i_c} \quad (10)$$

Pour $n_h = n_c = 2$, elle s'écrit :

$$\begin{aligned} \gamma_{ij} &= \alpha_0 + \alpha_1 \dot{m}_h + \alpha_2 \dot{m}_h^2 + \alpha_3 \dot{m}_c + \alpha_4 \dot{m}_c^2 \\ &+ \alpha_5 \dot{m}_h \dot{m}_c + \alpha_6 \dot{m}_h^2 \dot{m}_c + \alpha_7 \dot{m}_c^2 \dot{m}_h + \alpha_8 \dot{m}_h^2 \dot{m}_c^2 \end{aligned} \quad (11)$$

ou encore, sous forme matricielle, pour les q jeux de données accessibles

$$\begin{bmatrix} \gamma_{ij}^{(1)} \\ \vdots \\ \gamma_{ij}^{(q \times q)} \end{bmatrix} = \alpha \begin{bmatrix} 1 & \dots & 1 \\ \vdots & & \vdots \\ \dot{m}_h^{(1)} & & \dot{m}_h^{(q)} \\ \dot{m}_h^{(1)2} \dot{m}_c^{(1)} & \dots & \dot{m}_h^{(q)2} \dot{m}_c^{(q)2} \end{bmatrix} \quad (12)$$

avec $\alpha = [\alpha_0, \dots, \alpha_8]$. Les données de ce problème étant sans bruit, on peut estimer les coefficients α par une technique de moindres carrés. Une fois tous les coefficients α de chaque paramètre γ_{ij} , $i, j \in \{c, h\}$ estimés, le modèle LPV global est construit sous la forme donnée par (6).

B.2 Interpolation affine

Pour les systèmes qui dépendent d'une seule variable de séquençement, la technique présentée dans [20] propose une interpolation particulière de la partie réelle et imaginaire des pôles et des zéros des modèles locaux LTI. Ici l'échangeur de chaleur dépend de deux variables de séquençement. Puisque les pôles estimés sont complexes conjugués quelque soit le point de fonctionnement (cf. figure 3), il est possible d'appliquer la technique décrite dans [20] pour interpoler les modèles locaux de l'échangeur. Dans cette partie, nous décrivons brièvement les idées principales

de cette approche d'interpolation. On suppose que chaque modèle local (SISO) $H_{ij}^l(p)$, $i, j \in \{c, h\}$, est complètement commandable et observable. Les pôles de chaque fonction de transfert peuvent donc être assimilés aux valeurs propres de toute matrice d'état du même modèle local LTI.

Le modèle LPV affine en $\rho(\phi)$ peut être exprimé par la représentation d'état suivante :

$$\dot{x}(t) = A(\rho(\phi))x(t) + B(\rho(\phi))u(t) \quad (13a)$$

$$y(t) = C(\rho(\phi))x(t) \quad (13b)$$

avec le vecteur d'état $x(t) = [t_{i_{out}}(t) \ t_{i_{out}}(t)]^T$, l'entrée $u(t)$ est définie comme la température $t_{j_{ind}}(t)$ ou $t_{j_{in}}(t)$ selon l'entée considérée et la sortie du système $y(t) = t_{i_{out}}(t)$. Les matrices du modèle d'état affine en $\rho(\phi)$ sont $A(\rho(\phi)) = A_0 + \rho(\phi)A_1$, $B(\rho(\phi)) = B_0 + \rho(\phi)B_1$ et $C(\rho(\phi)) = C_0 + \rho(\phi)C_1$. $\rho(\phi)$ est ici une fonction polynomiale de ϕ

$$\rho(\phi) = \rho_0 + \rho_1\phi + \dots + \rho_r\phi^r \quad (14a)$$

$$\rho = [\rho_0 \ \rho_1 \ \dots \ \rho_r] \quad (14b)$$

Les matrices A_0 et A_1 sont choisies sous forme compagne. Le problème d'estimation consiste alors à déterminer les matrices A_0 , A_1 , B_0 , B_1 , C_0 , C_1 et ρ , telle que la somme des erreurs au sens des moindres carrés entre les pôles et les gains du modèle LPV affine et les pôles et les gains des modèles locaux $H_{ij}^l(p)$ soit minimisée. Pour cela on suit les étapes suivantes :

étape 1 : Les pôles p_{ij}^l des modèles locaux sont groupés comme suit

$$b_{ij} = [b_{ij}^1 \ \dots \ b_{ij}^f] \quad (15a)$$

$$p_{ij} = [p_{(ij,1)}^1 p_{(ij,2)}^1 \ \dots \ p_{(ij,1)}^f p_{(ij,2)}^f], \ f = q \times q \quad (15b)$$

étape 2 : Le gain et les pôles du modèle LPV affine sont calculés en suivant la procédure suivante :

– les pôles du modèle affine (c'est-à-dire les valeurs propres de la matrice d'état $A(\rho(\phi))$) sont déterminés par l'équation suivante :

$$D(p) = \det[(A_0 + \rho(\phi)A_1) - pI_n] = 0 \quad (16)$$

avec I_n matrice identité d'ordre n . Dans le cas présent le modèle LPV affine est d'ordre 2. La formule analytique des pôles devient alors

$$p_{1,2}(\rho(\phi)) = \lambda_1 + \lambda_2\rho(\phi) \pm \sqrt{\lambda_3 + \lambda_4\rho(\phi) + (\lambda_2)^2(\rho(\phi))^2} \quad (17)$$

où $p_{1,2}(\rho(\phi))$ représentent les racines de l'équation (17).

– le gain du modèle LPV est donné par

$$K(\rho(\phi)) = \beta_1 + \beta_2\rho(\phi) \quad (18)$$

avec $\lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4]$ et $\beta = [\beta_1, \beta_2]$ des fonctions des paramètres de la matrice A_0 , A_1 , B_0 , B_1 , C_0 , C_1 [20].

étape 3 : Pour calculer λ , β et ρ , un problème d'optimisation non linéaire est formulé

$$\min_{\rho, \lambda, \beta} E_{tot} = E_k + E_p \quad (19)$$

avec

$$E_p = \sqrt{\sum_{l=1}^f (\Im(p_{ij}^l)^2 - (\lambda_3 + \lambda_4\rho(\phi_l) + \lambda_2^2\rho(\phi_l)^2))^2} + \sqrt{\sum_{l=1}^f (\Re(p_{ij}^l) - (\lambda_1 + \lambda_2\rho(\phi_l)))^2} \quad (20)$$

et d'une manière analogue, la fonction coût des gains locaux est donnée par

$$E_k = \sqrt{\sum_{l=1}^f ((b_{ij}^l) - (\beta_1 + \beta_2\rho(\phi_l)))^2} \quad (21)$$

Ce problème d'optimisation peut être résolu en utilisant par exemple la commande de la Toolbox Optimization Matlab *lsqnonlin*.

étape 4 : Après avoir estimé les coefficients λ , β et ρ , on calcule directement les paramètres des matrices du modèle LPV affine et le modèle global peut être construit.

IV. RÉSULTATS ET DISCUSSION

Les deux techniques présentées sont appliquées pour obtenir un modèle LPV de l'échangeur. La première phase porte sur l'identification des modèles LTI locaux. Le protocole expérimental est le suivant :

- on choisit $f = 49$ points de fonctionnement correspondants à 7×7 couples de valeurs constantes de (\dot{m}_c, \dot{m}_h) tels que \dot{m}_c et $\dot{m}_h \in [0.7 : 0.1 : 1.3]$ (kg/s).
- des séquences binaires pseudo-aléatoires sont utilisées en tant que signaux d'excitation pour les températures d'entrée, centrées autour de $20^\circ C$ (côté froid) et de $38^\circ C$ (côté chaud) (ces températures correspondent aux composantes continues mentionnées dans III A) ;
- la période d'échantillonnage est fixée à $T_e = 10ms$ et la durée de chaque expérience est de 100s.

Après un pré-traitement des données (élimination des offset et traitement des retards), le modèle (7) est identifié pour chaque point de fonctionnement l .

Afin de qualifier la qualité des modèles obtenus, on utilise la variable Fit donnée par :

$$\text{Fit} = 100 \times \left(1 - \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y - \text{mean}(y)\|} \right) \quad (22)$$

Pour l'ensemble des identifications réalisées aux f points de fonctionnement, le paramètre Fit est compris dans l'intervalle [85%, 98%]. A titre d'exemple, la figure 2 présente la comparaison entre les sorties en température du simulateur et celles des modèles estimés au point de fonctionnement défini par $\dot{m}_h = 1.2kg/s$ et $\dot{m}_c = 0.8kg/s$. On constate une bonne adéquation entre les différentes courbes.

A l'issue de cette phase d'identification, on dispose de 49 paires de pôles complexes conjugués pour chaque modèle $H_{ij}^l(p)$. La figure 3 montre l'évolution de ces pôles dans le plan complexe pour le transfert $H_{hc}^l(p)$ pour les 49 points de fonctionnement considérés.

L'étape suivante consiste à interpoler l'évolution des pôles en fonction des variables de séquençement \dot{m}_c et \dot{m}_h .

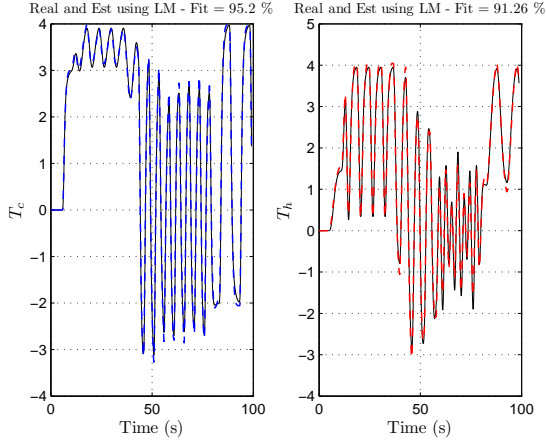


Fig. 2. Sorties du système non bruitée (continu), sorties du modèle estimé par LM (tiret) pour $\dot{m}_h = 1.2\text{kg/s}$ et $\dot{m}_c = 0.8\text{kg/s}$.

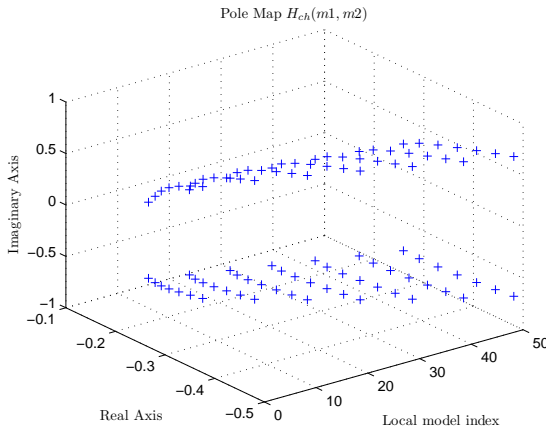


Fig. 3. Répartition des pôles locaux du transfert H_{ch} pour 49 points de fonctionnement.

Dans le cas de l'interpolation polynomiale, on choisit n_c et n_h égaux à 2 (voir équation (12)). En effet, un polynôme d'ordre 2 suffit amplement pour obtenir une approximation acceptable de l'évolution des paramètres en fonction des variables de séquençement.

Les figures 4 et 5 montrent les résultats d'interpolation obtenus sur le paramètre b_{1ch} pour les deux méthodes d'interpolation. On constate ici que l'interpolation polynomiale fournit de meilleurs résultats que l'interpolation affine. Les figures 6 et 7 présentent les résultats d'interpolation des pôles du transfert $H_{ch}(p)$. Cette fois encore, on note la meilleure capacité d'interpolation de l'approche polynomiale devant l'approche affine.

A partir des interpolations obtenues, les modèles LPV peuvent être construits (modèle (6) pour l'interpolation polynomiale et modèle (13) pour l'interpolation affine). On notera que cette construction nécessite l'identification préalable des paramètres des fonctions de transfert LTI $G_{ij}(p)$ $i, j \in \{c, h\}$ d'ordre 2. Cette identification est réalisée en maintenant les températures d'entrée constantes et en faisant varier les débits massiques (cf. équations 4).

Afin de valider la qualité d'approximation des deux modèles LPV, leurs sorties sont comparées à celles du simulateur de l'échangeur de chaleur pour des débits massiques et des températures variables. Plusieurs simulations ont été

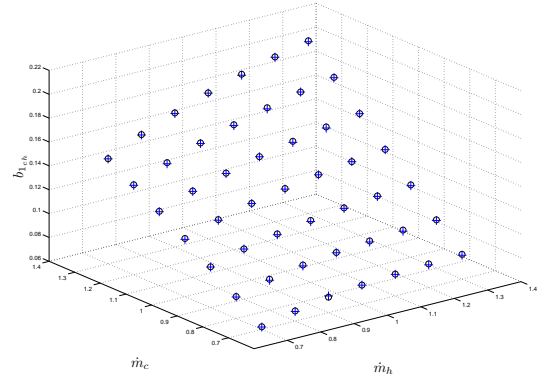


Fig. 4. Interpolation polynomiale de b_{1ch} en fonction de (\dot{m}_c, \dot{m}_h) .

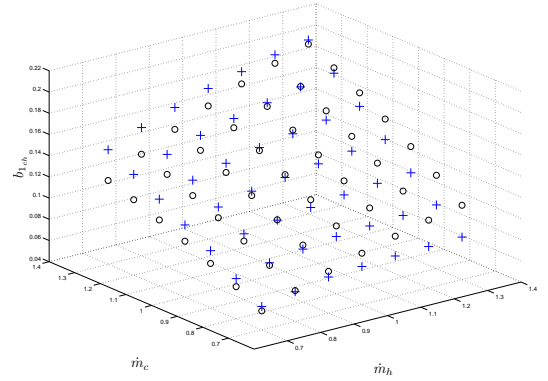


Fig. 5. Interpolation affine de b_{1ch} en fonction de (\dot{m}_c, \dot{m}_h) .

réalisées avec des entrées différentes et pour chaque simulation, le paramètre Fit a été calculé. Le tableau I présente les valeurs moyennes du Fit pour les deux sorties $T_{c_{out}}$ et $T_{h_{out}}$ selon la méthode d'interpolation utilisée. On constate que le modèle LPV construit à partir de l'interpolation polynomiale fournit de meilleurs résultats que le modèle LPV basé sur l'interpolation affine, même si ce dernier fournit des résultats qui restent acceptables.

TABLE I
VALEURS MOYENNES DU FIT POUR $T_{c_{out}}$ ET $T_{h_{out}}$

Interpolation	Fit moyen $T_{c_{out}}$	Fit moyen $T_{h_{out}}$
Polynomiale	86.85 %	86.40 %
Affine	85.00 %	78.85 %

V. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons présenté une procédure d'identification d'un modèle LPV d'un échangeur de chaleur à courants croisés. La première étape de cette procédure porte sur l'identification des paramètres des modèles locaux LTI en différents points de fonctionnement de l'échangeur. Ces points de fonctionnement dépendent des débits massiques des fluides entrants et sont choisis de manière à explorer au mieux le domaine d'utilisation de l'échangeur. Dans la deuxième étape, on s'intéresse à l'interpolation de l'évolution des paramètres en fonction

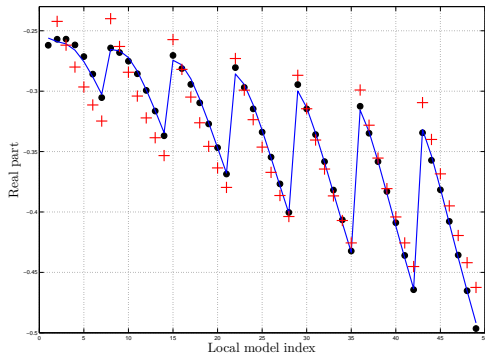


Fig. 6. Partie réelle des pôles interpolés de H_{ch} en fonction de (\hat{m}_c, \hat{m}_h) : pôles estimés (●), approches polynomiale (—) et affine (+).

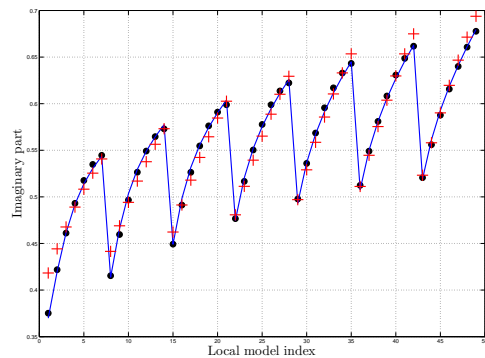


Fig. 7. Partie imaginaire des pôles interpolés de H_{ch} en fonction de (\hat{m}_c, \hat{m}_h) : pôles estimés (●), approches polynomiale (—) et affine (+).

du point de fonctionnement, c'est-à-dire en fonction des variables de séquençage que sont les débits massiques. Deux approches ont été présentées et comparées : l'interpolation polynomiale et l'interpolation affine. À l'issue de cette phase d'interpolation, on peut construire le modèle LPV de l'échangeur soit à base de fonctions de transferts dans le cas de l'interpolation polynomiale, soit sous la forme d'état dans celui de l'interpolation affine.

Les résultats présentés dans cet article montrent que l'interpolation polynomiale fournit des résultats plus précis que l'interpolation affine pour cartographier l'évolution des pôles et des paramètres des modèles selon le point de fonctionnement. Toutefois, il faut noter que la précision de l'interpolation polynomiale se fait au détriment de la parcimonie paramétrique. De même, le modèle LPV résultant de l'interpolation polynomiale offre une meilleure qualité d'approximation. Le second modèle fournit néanmoins une précision qui reste acceptable pour une complexité moindre.

RÉFÉRENCES

- [1] Tubular exchangers manufacturers association inc. www.tema.org.
- [2] B. Bamieh and L. Giarré. Identification of linear parameter varying models. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 12 :841–853, 2002.
- [3] T. Bott. Biofouling control with ultrasound. *Heat Transfer Engineering*, 21 :43–49, 2000.
- [4] X. Chen, X. Dolly, X. Li, S. Lin, and N. Ozkan. Online fou-

- ling/cleaning detection by measuring electric resistance : equipment development and application to milk fouling detection and chemical cleaning monitoring. *Journal of Food Engineering*, 61 :181–189, 2004.
- [5] J. De Caigny, J. Camino, and J. Swevers. Interpolating model identification for siso linear parameter-varying systems. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23 :2395–2417, 2009.
- [6] F. Felici, J. van Wingerden, and M. Verhaegen. Subspace identification of MIMO LPV systems using periodic scheduling sequence. *Automatica*, 43 :1684–1697, 2007.
- [7] W. Groot Wassink, M. van de Wal, C. Scherer, and O. Bosgra. LPV control for a wafer stage : beyond the theoretical solution. *Control Engineering Practice*, 13 :231–245, 2005.
- [8] B. Ismail, D. Ewing, J. S. Chang, and J.S. Cotton. Development of a non-destructive neutron radiography technique to measure the three-dimensional soot deposition profiles in diesel engine exhaust systems. *Journal of Aerosol Science*, 35 :1275–1288, 2004.
- [9] G. R. Jonsson, S. Lalot, O. P. Palsson, and B. Desmet. Use of extended kalman filtering in detecting fouling in heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 50 :2643–2655, 2007.
- [10] H. Kou and P. Yuan. Thermal performance of crossflow heat exchanger with nonuniform inlet temperatures. *International Communications in Heat and Mass Transfer*, 24 :357–370, 1997.
- [11] S. Lalot and G. Mercère. Detection of fouling in heat exchanger using a recursive subspace identification algorithm. In *Proceedings of the 19th International Symposium on Transport Phenomena*, Reykjavik, Iceland, August 2008.
- [12] S. Lalot, O. P. Palsson, G. R. Jonsson, and B. Desmet. Comparison of neural networks and kalman filters performances for fouling detection in a heat exchanger. *International Journal of Heat Exchangers*, 8 :151–168, 2007.
- [13] L. Lee and K. Poolla. Identification of linear parameter varying systems using non linear programming. *Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control*, 121 :71–78, 1999.
- [14] L. Ljung. *System identification. Theory for the user*. Prentice Hall, Upper Saddle River, 2nd edition, 1999.
- [15] M. Lovera and G. Mercère. Identification for gain scheduling : a balanced subspace approach. In *Proceedings of the 26th American Control Conference*, New York, USA, July 2007.
- [16] D. W. Marquardt. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 11 :431–441, 1963.
- [17] G. Mercère, H. Palsson, and T. Poinot. Linear parameter-varying identification of a cross flow heat exchanger for fouling detection. In *Proceedings of the International Conference on Heat Exchanger Fouling and Cleaning*, Schlading, Austria, June 2009.
- [18] M. Mishra, P. K. Das, and S. Sarangi. Effect of temperature and flow non-uniformity on transient behaviour of crossflow heat exchanger. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 51 :2583–2592, 2008.
- [19] J. Padet. *Echangeurs thermiques : méthodes globales de calcul avec 11 problèmes résolus*. Masson, 1994.
- [20] B. Paijmans, W. Symens, H. Van Brussel, and J. Swevers. Identification of interpolating affine LPV models for mechatronic systems with one varying parameter. *European Journal of Control*, 14 :16–29, 2008.
- [21] M. Steinbuch, R. van de Molengraft, and A. van der Voort. Experimental modelling and LPV control of a motion system. In *Proceedings of the American Control Conference*, Denver, Colorado, USA, June 2003.
- [22] E. Tohme. *Initialization of output error identification algorithms*. PhD thesis, University of Poitiers, Poitiers, France, 2008.
- [23] J.-W. van Wingerden and M. Verhaegen. Subspace identification of bilinear and LPV systems for open- and closed-loop data. *Automatica*, 45 :372–381, 2009.
- [24] V. Verdult and M. Verhaegen. Kernel methods for subspace identification of multivariable LPV and bilinear systems. *Automatica*, 41 :1557–1565, 2005.
- [25] P. Withers. Ultrasonic, acoustic and optical techniques for the non invasive detection of fouling in food processing equipment. *Trends in Food Science and Technology*, 7 :293–298, 1996.