

Fusion ensembliste accéléromètres-baromètre pour l'estimation de l'altitude d'un drone miniature

Jérôme DE MIRAS, Boris VIDOLOV, Stéphane BONNET

Université de technologie de Compiègne, Laboratoire HeuDiaSyC UMR 6599

BP 20529, 60205 Compiègne Cedex

Courriel : {demiras, bvidolov, sbonnet}@hds.utc.fr

Résumé— Les méthodes ensemblistes appliquées aux problèmes de robotique présentent aujourd'hui une alternative aux méthodes plus classiques. Dans le cadre de l'estimation d'état pour un drone miniature, un premier développement portant sur l'estimation d'altitude est présenté. Bien que le modèle du système soit simple, l'obtention d'une estimation correcte est fortement dépendante des bruits des capteurs. En se plaçant dans le contexte du calcul par intervalles, on peut considérer un modèle simple à erreurs bornées pour ces bruits et construire un observateur de type estimateur - prédicteur en utilisant des techniques de propagation de contraintes. Cet observateur utilise un pavage de l'ensemble des solutions et calcule des masses de pondération associées à ces pavés en fonction de l'innovation apportée par la mesure barométrique, en vue d'approcher au mieux le lieu le plus probable de l'estimée. Des simulations sont présentées pour démontrer la validité de la méthode.

Mots-clés - observation d'état, fusion de données multicapteurs, calcul ensembliste, altitude, drone

I. CONTEXTE

L'intérêt porté aux drones, objets volants autonomes, existe depuis plusieurs années. On se focalise de plus en plus sur la mise au point de systèmes de petite taille (compris dans une sphère de moins de 70 cm pour une masse inférieure à 2.5 kg). Utilisés comme points d'observation mobiles, les futurs utilisateurs les imaginent capables de se déplacer de façon autonome aussi bien au décollage et à l'atterrissage que dans les phases de déplacement vers une cible ou de vol stationnaire. L'opérateur humain ne devra donner que des ordres simples de navigation permettant à l'objet de connaître ses objectifs de déplacement.

On constate que les attentes sont grandes vis-à-vis des capacités de mesure, commande et localisation pour ces objets. La première brique de l'ensemble, la perception, doit se faire au moyen de capteurs MEMS¹ à bas coût, dont les performances restent très inférieures à ce que l'on peut embarquer sur des engins plus lourds. De plus, s'ajoutent à leurs défauts intrinsèques, dont les biais restent les plus visibles, des bruits générés par la mécanique qui ne peuvent être considérés ni gaussiens, ni négligeables.

La reconstruction de mesures dans le domaine des drones miniatures est une activité très riche pour la communauté. On trouve de nombreux travaux concernant l'estimation d'attitude utilisant diverses méthodes, du filtre de Kalman sous toutes ses formes [3], [6] jusqu'au filtre complémentaire non linéaire sur $SO(3)$ ²[11]. La localisation de ces systèmes en utilisant un GPS [12], des techniques plus avancées basées sur la vision [4], [7], [13] sont aussi d'actualité.

Cependant, l'estimation de l'altitude est un sujet sur lequel on trouve peu de références spécifiques. Elle est généralement intégrée dans un schéma d'observation plus complet comme un filtre de Kalman qui estime aussi la position. [5] présente un filtre complémentaire et [15] un filtre de Kalman.

L'objectif général dans lequel se situe ce travail est d'explorer des méthodes de fusion de données basées sur l'approche ensembliste [10], [9], [1], [14], [8] afin d'étudier leur intérêt dans le cadre de l'estimation d'état pour un drone³. Nous cherchons à déterminer si elles apportent un comportement plus robuste vis-à-vis de la réalité (bruits, quantification, biais, mesures contradictoires) que les techniques habituellement utilisées. Dans ce cadre on s'intéressera à des méthodes utilisant une représentation de l'information par des intervalles. Afin de commencer cette étude par un problème relativement simple, les premiers travaux se sont portés sur l'estimation d'altitude par combinaison de l'information accélérométrique et d'une mesure barométrique. Il existe toutefois des difficultés à ne pas négliger qui sont le bruit important sur les capteurs et les différentes fréquences d'acquisition.

Dans un premier temps, nous allons introduire quelques notions essentielles sur le calcul par intervalle et la propagation de contraintes, puis nous expliciterons comment utiliser cette approche pour construire un observateur. Nous la déclinerons ensuite pour l'observation d'altitude en fusionnant des mesures en provenance de trois accéléromètres et d'un baromètre. Enfin nous décrirons les résultats obtenus.

II. ANALYSE PAR INTERVALLES

A. Intervalles et pavés

Un intervalle de réels, noté $[x]$, est défini comme étant un sous-ensemble fermé et connecté de \mathbb{R} . $[0, 4]$, $\{-1\}$, $[6, +\infty[$ sont des exemples d'intervalles, alors que $[2, 3[$, $[2, 3] \cup [4, 7]$ ne le sont pas. Un produit cartésien de n intervalles

$$[\mathbf{x}] = [x_1] \times [x_2] \times [x_3] \times \dots \times [x_n]$$

sera dénommé pavé de \mathbb{R}^n . Soit une fonction f de \mathbb{R}^n dans \mathbb{R}^n . Il est possible de définir l'image $f([\mathbf{x}])$ de $[\mathbf{x}]$ par f comme l'ensemble des images des éléments de $[\mathbf{x}]$ par cette

3. Le développement de méthodes pour l'observation d'état adaptées aux véhicules aériens et aux systèmes de perception et de calcul qui peuvent y être embarqués est une thématique développée au sein du laboratoire HeuDiaSyC à travers les projets SCUAV (Sensory Control of Unmanned Aerial Vehicles ; projet ANR-PSIROB06_174032_2007-2010) et HORUS (Hélicoptère d'Observation Robotisé à Utilisation Simplifié ; projet ANR-09-SEGI-007_2009-2011).

1. MEMS : microelectromechanical systems.

2. $SO(3)$ est le groupe de toutes les rotations autour de l'origine de l'espace Euclidien \mathbb{R}^3 munies de l'opération de composition.

fonction. Cette image n'étant pas nécessairement ni connectée ni fermée, il est possible de définir une fonction d'inclusion $[f]$ telle que l'image $[f]([\mathbf{x}])$ de $[\mathbf{x}]$ par $[f]$ soit un intervalle qui contient $f([\mathbf{x}])$. la définition d'une fonction d'inclusion n'est pas unique, mais il peut être souhaitable d'en définir une minimale $[f]^*([\mathbf{x}])$, en minimisant le volume du pavé qui englobe $f([\mathbf{x}])$. Les opérations arithmétiques habituelles sur les réels ainsi que celles entres les ensembles de \mathbb{R}^n (union, intersection, inclusion) sont définies dans le contexte du calcul par intervalles. La *fonction d'inclusion naturelle* se définit simplement en remplaçant dans l'expression de $f(x)$ tous les x_i par $[x_i]$ et toutes les opérations par leurs versions intervalle.

L'utilisation d'un pavé pour représenter l'ensemble des solutions d'un problème peut se révéler fortement pessimiste. Pour cette raison, un certain nombres de techniques ont été mises au point comme la propagation de contraintes et la bisection d'un pavé que l'on ne peut réduire sous l'effet de ces contraintes.

B. Propagation de contraintes

Afin d'optimiser une méthode de recherche de solutions par bisections successives et tests d'appartenance à la solution, il peut être utile de supprimer d'un pavé des éléments ne faisant pas partie de l'ensemble solution \mathbb{X} . Pour cela on définit le concept de contraintes et de contracteurs [8].

Définition 1 (contracteur). Soit $\mathbb{I}\mathbb{R}^n$ l'ensemble des intervalles de \mathbb{R}^n , \mathbb{X} l'ensemble solution recherché. L'opérateur $\mathcal{C}_{\mathbb{X}} : \mathbb{I}\mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{I}\mathbb{R}^n$ est un contracteur pour le sous-ensemble \mathbb{X} de \mathbb{R}^n s'il satisfait :

$$\forall [x] \in \mathbb{I}\mathbb{R}^n, \begin{cases} \mathcal{C}_{\mathbb{X}}([x]) \subset [x] & \text{(contractance)} \\ \mathcal{C}_{\mathbb{X}}([x]) \cap \mathbb{X} = [x] \cap \mathbb{X} & \text{(complétude)} \end{cases}$$

Définition 2 (contrainte). Une relation f liant un certain nombre de variables x_i d'un vecteur x de \mathbb{R}^n , sous la forme d'une équation du type $f(x_1, \dots, x_n) = 0$, est appelée une contrainte.

Définition 3 (projection de contrainte). Projeter une contrainte revient à calculer le plus petit intervalle \mathbb{S} qui contient toutes les valeurs consistantes pour cette contrainte.

*Exemple 1*⁴ : Soient les trois variables x , y et z telles que :

$$\begin{aligned} x &\in [1, 5], y \in [2, 4], z \in [6, 10] & (1) \\ z &= x + y & (2) \end{aligned}$$

On peut remarquer que certaines valeurs sont incompatibles avec les ensembles de départ et la relation qui lie les trois variables. Par exemple on constate que 10 n'est pas une valeur admissible pour z puisqu'elle n'appartient pas à la somme de x et y . En considérant les intervalles de départ on a $x + y \in [3, 9]$. A partir de (2) on peut construire trois relations et obtenir :

$$\begin{aligned} z = x + y &\Rightarrow [6, 10] \cap ([1, 5] + [2, 4]) = [6, 10] \cap [3, 9] = [6, 9] \\ x = z - y &\Rightarrow [1, 5] \cap ([6, 9] - [2, 4]) = [1, 5] \cap [2, 7] = [2, 5] \\ y = z - x &\Rightarrow [2, 4] \cap ([6, 9] - [2, 5]) = [2, 4] \cap [1, 7] = [2, 4] \end{aligned}$$

On constate une contraction de l'ensemble \mathbb{S} des valeurs consistantes par rapport à l'équation (2). La procédure appliquée ci-dessus correspond à la projection de la contrainte PLUS.

4. Exemples inspirés de [8]

Définition 4 (problème de satisfaction de contraintes, *CSP-Constraints Satisfaction Problem*). Soit un système de m contraintes $\mathcal{C} = \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$ liant un ensemble de variables $\mathcal{V} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ et un ensemble de domaines $\mathcal{D} = \{[x_1], [x_2], \dots, [x_n]\}$. Résoudre un *CSP* est le problème qui consiste, partant de \mathcal{D} et de \mathcal{C} , à déterminer un domaine \mathcal{D}' aussi réduit que possible qui contient l'ensemble des valeurs de \mathcal{V} consistantes en respectant l'ensemble des contraintes, ce qu'on note $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$. Soit $[\mathbf{x}]$ le produit cartésien des éléments de \mathcal{V} et \mathbf{x} un élément de $[\mathbf{x}]$. L'ensemble solution du *CSP* est défini par $\mathcal{S} = \{\mathbf{x} \in [\mathbf{x}] \mid \mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0\}$. Il ne s'agit pas forcément d'un pavé, mais on peut s'en approcher par une collection de pavés $[\mathbf{x}]_i$ tel que $\mathcal{S} \subset \bigcup_i [\mathbf{x}]_i$.

Il existe deux notions importantes, concernant la consistance du problème, pour qualifier l'optimalité d'un *CSP*.

Définition 5 (consistance globale). un scalaire x_i appartenant à la $i^{\text{ème}}$ composante d'un pavé $[\mathbf{x}]$ est *globalement consistant* avec le *CSP* s'il est possible de trouver au moins un vecteur appartenant à \mathcal{S} ayant x_i comme $i^{\text{ème}}$ composante. Donc x_i est *globalement consistant* si $\exists \{x_1 \in [x_1], \dots, x_{i-1} \in [x_{i-1}], x_{i+1} \in [x_{i+1}], \dots, x_n \in [x_n]\} / \mathbf{f}(\mathbf{x}) = 0$

Définition 6 (consistance locale). un scalaire x_i appartenant à la $i^{\text{ème}}$ composante d'un pavé $[\mathbf{x}]$ est *localement consistant* avec le *CSP* s'il est possible de trouver au moins un vecteur dans chacun des éléments $j = 1 \dots m$ de \mathcal{S} ayant x_i comme $i^{\text{ème}}$ composante. Donc x_i est *localement consistante* si $\forall f_j, j = 1 \dots m, \exists \{x_1 \in [x_1], \dots, x_{i-1} \in [x_{i-1}], x_{i+1} \in [x_{i+1}], \dots, x_n \in [x_n]\} / f(\mathbf{x}) = 0$

L'effet de consistance locale peut conduire à un algorithme qui ne converge pas vers un pavé optimal, même si la solution recherchée appartient à ce pavé. Le découpage d'un pavé en cas de non contraction (bisection) ainsi que l'ajout de contraintes redondantes sont des techniques qui permettent de contourner la difficulté.

C. Contracteur de Waltz

Il existe différentes solutions pour écrire un contracteur à partir d'un ensemble de contraintes. Une des méthodes les plus simples consiste à décomposer chaque contrainte en contraintes élémentaires binaires ou ternaires (un seul opérateur arithmétique par contrainte) puis à en faire l'intersection successive $(((((\mathbb{X} \cap \mathcal{C}_1) \cap \mathcal{C}_2) \cap \dots) \cap \mathcal{C}_m) \cap \mathcal{C}_1) \cap \mathcal{C}_2) \dots$ jusqu'à ce qu'il n'y ait plus contraction. Cette technique est dérivée de l'algorithme de Waltz [16]. Les contracteurs ainsi obtenus sont indépendants des non linéarités et localement consistants. Leur efficacité est d'autant plus grande qu'il y a redondance des données et des contraintes.

Exemple 2 : soit la contrainte $z = x + \sin(y)$, il est possible de la réécrire sous la forme des deux contraintes $z = x + a$ et $a = \sin(y)$, avec a une variable intermédiaire. On a une information sur l'intervalle d'appartenance de a de part la nature de la fonction sinus. Le contracteur a la forme suivante :

$$\begin{aligned} [a] &= [a] \cap [\sin]([y]) & [x] &= [x] \cap ([z] - [a]) \\ [z] &= [z] \cap ([x] + [a]) & [a] &= [a] \cap ([z] - [x]) \\ & \dots & [y] &= [y] \cap [\arcsin]([a]) \end{aligned}$$

III. FILTRAGE PAR PAVAGE

Considérons le système suivant :

$$x_{k+1} = f(x_k, u_k, v_k) \quad (3)$$

$$y_k = g(x_k, w_k) \quad (4)$$

avec $f : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_u} \times \mathbb{R}^{n_v} \longrightarrow \mathbb{R}^{n_x}$ qui décrit l'évolution possiblement non linéaire de l'état x au cours du temps. v représente un bruit qui perturbe cette évolution. $g : \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R}^{n_w} \longrightarrow \mathbb{R}^{n_y}$ représente la fonction qui relie l'état x et les mesures y , w étant un bruit introduit par les mécanismes d'acquisition des données. Dans le cadre d'une représentation des variables par des intervalles, ces derniers peuvent modéliser l'imprécision ou l'incertitude liée à chaque variable ainsi qu'aux bruits considérés tant qu'on peut donner une borne à leur amplitude.

A. Filtrage particulière par pavés

Dans [1], les auteurs proposent une alternative au filtrage particulière dont on trouvera un descriptif dans [2]. Dans un filtre à particules, on utilise des éléments ponctuels qui sont des réalisations de x_k en fonction d'une génération aléatoire pour v_k . Ces réalisations se voient attribuer des masses en fonction de la corrélation entre leurs positions prédites et l'estimée probable déduite de y_k . Au fur et à mesure des estimations, les particules dégènèrent (concentration de la masse sur un petit nombre de particules) : il faut alors les ré-échantillonner.

Dans un contexte ensembliste, on remplace un ensemble de particules ponctuelles par un pavé dont la masse représente une approximation de la densité de probabilité d'avoir l'état contenu dans ce pavé. Le filtrage se présente de façon classique sous la forme d'un prédicteur qui utilise l'équation d'évolution (3) et d'un estimateur qui réalise l'innovation en tenant compte des mesures et de leur relation avec l'état du système (4). Les éléments propagés d'un pas de temps à l'autre lors de l'étape de prédiction sont des pavés. Pour cela on utilise la fonction naturelle $[f_0]([x_k], [u_k])$ construite sur $f(x_k, u_k, v_k)$ en considérant $v_k = 0$ et des intervalles sur les paramètres qui bornent l'erreur produite par le bruit v_k . Les entrées u_k et les mesures y_k sont transformées en pavés en leur ajoutant des intervalles qui bornent les erreurs produites par les bruits v_k et w_k . Lors de la phase d'innovation, la méthode utilise la fonction naturelle $[g_0]([x_k])$ construite sur $g(x_k, w_k)$ en considérant $w_k = 0$ et des intervalles sur les paramètres qui bornent l'erreur produite par le bruit w_k .

Une des difficultés qui apparaît est que les pavés en tant que particules peuvent dégénérer très vite. Lors de la phase de prédiction, le calcul de l'état futur provoque un effet d'enveloppement propre au calcul ensembliste. $[x_{k+1}]$ contient bien la valeur réelle de x_{k+1} mais $[f_0]$ n'étant généralement pas minimale, on obtient $[f_0]([x_k], [u_k])$ plus grand que $[f]^*([x_k], [u_k], [v_k])$. Comme pour un filtre particulière classique, les particules pavés doivent être ré-échantillonnées.

B. Description de l'observateur

Le fonctionnement général de l'observateur peut se décrire par l'algorithme suivant :

```

faire (initialisations)
faire tant que (nouveau pas de temps)
  Si (mesures innovation présentes)
    faire (Estimation)
    faire (Prédiction)
  fintantque

```

Dans le cas d'un observateur multi-échantillonné, l'étape de prédiction se répète plusieurs fois sans innovation. Les pavés grossissent et se recouvrent. Si on ne fait rien, ces recouvrements qui restent dans les zones solutions du CSP lors de la phase d'estimation ne sont pas éliminés. Au bout d'un temps qui dépend de la largeur des erreurs associées aux éléments de $[f_0]([x_k], [u_k])$ tous les pavés finissent par occuper un volume identique. Le ré-échantillonnage proposé dans [1] doit intervenir si souvent que nous proposons ici une évolution de l'algorithme. Nous n'allons plus considérer les particules comme des entités indépendantes qui peuvent survivre à l'innovation mais comme des éléments d'un pavage approximant la solution. Ces éléments portent une information de masse correspondant à la probabilité de l'état de se trouver dans ce pavé et le pavage est une approximation de la fonction densité de probabilité qu'on va propager d'un pavage à l'instant k au pavage suivant à l'instant $k+N$, N étant le nombre de pas de temps séparant deux innovations.

B.1 Prédiction

La prédiction est la partie la plus simple de l'algorithme et consiste simplement à utiliser $[f_0]([x_k], [u_k])$ sur chaque pavé pour déduire la zone probable contenant l'estimée au pas suivant.

```

fonction Prédiction ( $[x_k]_1, [x_k]_2, [x_k]_3, \dots, [x_k]_p, [u_k], O_p$ )
  faire pour  $i = 1 \dots p$  :  $[x_{k+1}]_i = [f_0]([x_k]_i, [u_k])$ 
finfonction

```

B.2 Estimation

Au cours de l'estimation on réalise l'innovation par la mesure, la résolution du CSP, la mise à jour des masses ω_k des particules contractées, le repavage de la solution et la propagation de la fonction de masse des anciennes particules aux nouvelles.

```

fonction estimation ( $[x_k]_1, [x_k]_2, [x_k]_3, \dots, [x_k]_p, [y_k]$ )
  faire pour chaque  $[x_k]_i$  (prediction mesures) :  $[z_k] = [g_0]([x_k]_i)$ 
  faire (innovation) :  $[r_k]_i = [y_k] \cap [z_k]_i$ 
  faire pour  $i = 1 \dots p$  si  $[r_k]_i \neq \emptyset$  (Waltz) :
     $[x_k]_i^{csp} = \text{CSP}([r_k]_i, [x_k]_i, [u_k]_i, [u_k]_j, j = k - N, \dots, k)$ 
  faire (mise à jour masse) :  $\omega_i^{csp} = \frac{\| [x_k]_i^{csp} \|}{\| [x_k]_i \|} \omega_i$ 
  faire (repavage) :  $[x_k]_i^{new} = \text{repavage}([x_k]_i^{csp})$ 
  faire pour  $i = 1 \dots p$  (propagation des masses) :
     $\omega_i^{new} = \sum_{j=1}^p \left\| [x_k]_i^{new} \cap [x_k]_j^{csp} \right\| \omega_j^{csp}$ 
  faire pour  $i = 1 \dots p$  (normalisation masses) :  $\omega_i^{new} = \frac{\omega_i^{new}}{\sum_{i=1}^p \omega_i^{new}}$ 
  faire (estimation) :  $\hat{x}_k = \sum_{i=1}^p \omega_i^{new} \text{centre}([x_k]_i^{new})$ 
finfonction

```

La fonction de repavage consiste à couvrir le volume occupé par les pavés $[x_k]_i^{csp}$ qui se chevauchent par le même nombre de pavés $[x_k]_i^{new}$ contigus en essayant de minimiser l'effet d'enveloppement. On peut voir à partir des figures 1 et 2 l'effet de l'algorithme décrit ci-dessus. La figure 1 présente un exemple de 25 particules lors de l'appel de la fonction d'estimation. On peut voir qu'elles se chevauchent suite à la phase de prédiction et que la zone couverte en abscisse va d'environ 4 mètres à 9,5 mètres. Sur la figure 2, cette zone ne va plus que de 4 mètres à 8 mètres, effet principal

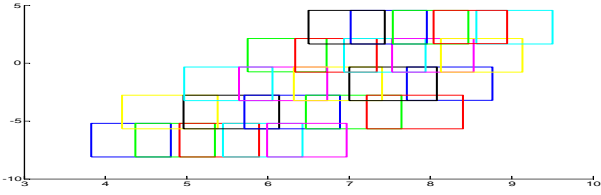


Fig. 1. Particules avant innovation et ré-échantillonnage

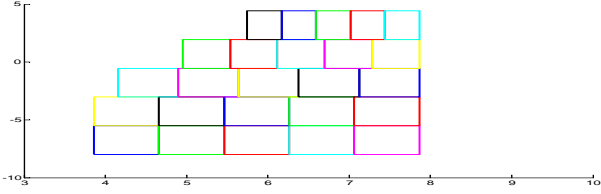


Fig. 2. Particules après innovation et ré-échantillonnage

de l'innovation. On voit aussi que le repavage redéfinit de nouvelles particules contiguës.

B.3 Opérateur placide

Lors de la phase d'estimation, pour un système multi-échantillonné, on observe une discontinuité importante de l'estimation lorsque la mesure est très bruitée. Ce phénomène normal (l'estimation est un recalage) peut s'avérer problématique s'il est injecté tel quel dans une commande. Afin de limiter ce phénomène, un mécanisme de filtrage de l'innovation a été mis en place. Il intervient comme un greffon sur l'observateur sans modifier son fonctionnement interne, ce qui assure la conservation de ses propriétés.

Si on considère l'ensemble des particules comme un système \mathcal{S} de masse unité, on peut adjoindre à \mathcal{S} une masse unité \mathcal{M} à une distance D telle que le barycentre de $(\mathcal{M}, \mathcal{S})$ soit positionné à un emplacement x_b . Lors d'une innovation on choisit x_b ayant la valeur de l'état prédit au pas précédent. Cela permet d'éviter la discontinuité. Puis on calcule l'orientation et la distance à laquelle on doit positionner \mathcal{M} en fonction de x_b et \mathcal{S} . Au cours des étapes de prédiction, on diminue la distance D d'un certain ratio α en conservant l'orientation de \mathcal{M} par rapport à \mathcal{S} . On construit ainsi un filtrage linéaire d'ordre un de l'innovation qui dilue son effet sur les pas de temps suivants (l'innovation devient ainsi "placide" d'où le nom de l'opérateur qu'on notera O_p). L'estimée fournie par l'observateur est le barycentre de \mathcal{M} et \mathcal{S} . Cela est illustré sur la figure 3.

IV. APPLICATION À L'ESTIMATION D'ALTITUDE

Le problème d'estimation d'altitude ne trouve pas sa complexité dans la modélisation du système mais dans la

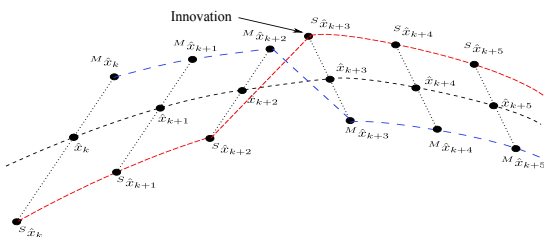


Fig. 3. Effet de l'opérateur placide lors d'une phase d'estimation

qualité médiocre des informations issues des capteurs. On dispose de deux sources de mesures : un accéléromètre 3 axes et un baromètre dont la mesure de pression peut permettre d'évaluer une altitude par rapport à une pression de référence. Les accéléromètres subissent en utilisation réelle des vibrations d'amplitude non négligeable et présentent un biais dépendant de la température. Le baromètre est sensible aux perturbations atmosphériques et peut présenter lui aussi un bruit important fonction de la fréquence d'acquisition.

A. Modèle

A.1 Équations d'état

Soient $a = (a_1, a_2, a_3)^T$ le vecteur des accélérations de l'objet dans le repère \mathcal{B} , $\vartheta = (u, v, w)^T$ le vecteur des vitesses de l'objet dans le repère \mathcal{B} , et $\eta = (x, y, z)^T$ le vecteur position de l'objet dans le repère \mathcal{A} . ${}^{\mathcal{A}}R$ est la matrice de passage du repère objet vers le repère inertiel. Les équations dynamiques du système s'écrivent :

$$\dot{\vartheta} = a \quad (5)$$

$$\dot{\eta} = {}^{\mathcal{A}}R \vartheta \quad (6)$$

En considérant que les accéléromètres perçoivent les forces appliquées au mobile dans le repère \mathcal{B} comme une simple projection de celles existant dans le repère \mathcal{A} , le système s'écrit sous une forme linéaire :

$$\dot{\gamma} = {}^{\mathcal{A}}R a \quad (7)$$

$$\dot{\eta} = \gamma \quad (8)$$

avec $\gamma = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})^T$ les vitesses linéaires dans le repère \mathcal{A} . On notera que les accéléromètres mesurent les accélérations non gravitationnelles telles que $A = a - {}^{\mathcal{A}}R^T g_0$ avec g_0 le vecteur gravité dans le repère \mathcal{A} . Sous l'hypothèse précédente, on peut écrire $A = {}^{\mathcal{A}}R^T (\dot{\gamma} - g_0)$. Il sera donc nécessaire de reconstruire la valeur de la dérivée de γ comme $\dot{\gamma} = {}^{\mathcal{A}}R A + g_0 = u$.

L'estimateur fonctionnant sur un système échantillonné, on a besoin d'une représentation discrète des équations (7) et (8). Encore une fois, pour des raisons de simplicité, nous allons dégrader la qualité du modèle en choisissant une approximation d'Euler plutôt qu'une transformation exacte du modèle linéaire. Soit T_e la période d'échantillonnage de l'observateur, on peut écrire :

$$\gamma_{k+1} = \gamma_k + T_e u_k \quad (9)$$

$$\eta_{k+1} = \eta_k + T_e \gamma_k \quad (10)$$

On peut alors se concentrer sur les variables correspondant à l'altitude du mobile et écrire :

$${}^z \gamma_{k+1} = {}^z \gamma_k + T_e {}^z u_k \quad (11)$$

$$z_{k+1} = z_k + T_e {}^z \gamma_k \quad (12)$$

Dans l'équation (11), ${}^z u_k$ représente donc la valeur de l'accélération du mobile selon l'axe z du repère \mathcal{A} . Cette mesure est considérée bruitée avec une borne connue sur ce bruit.

A.2 Contraintes

La fréquence d'acquisition des accéléromètres peut être très grande. On trouve couramment aujourd'hui du matériel faisant cette acquisition à 512 Hz et cela devrait encore augmenter. Par contre le baromètre ne peut fournir de mesure aussi rapidement. On va se situer sur une plage

entre 1 et 10 Hz. On se retrouve donc avec un observateur à double échelle de temps. Entre deux instants d'échantillonnage du baromètre, seul le prédictor va fonctionner sans qu'aucune innovation ne viennent recalculer l'estimation. Soit N le nombre de périodes T_e entre deux acquisitions du baromètre, tel que $f_B = f_A/N$, avec f_B et f_A les fréquences d'acquisition respectives du baromètre et des accéléromètres. Pour réduire le nombre de calculs en ligne on cherche les relations qui lient les variables z_k et ${}^z\gamma_k$ à estimer et on obtient :

$${}^z\gamma_k = {}^z\gamma_{k-N} + T_e \sum_{i=1}^N {}^z u_{k-i} \quad (13)$$

$$z_k = z_{k-N} + N T_e {}^z\gamma_k - T_e^2 \sum_{i=1}^N (N-i+1) {}^z u_{k-i} \quad (14)$$

$$z_k = z_{k-N} + N T_e {}^z\gamma_{k-N} + T_e^2 \sum_{i=1}^N (i-1) {}^z u_{k-i} \quad (15)$$

Les équations (13), (14) et (15) correspondent aux trois contraintes du CSP que l'on résout pour déterminer les pavés faisant partie de la solution d'observation.

A.3 Modèle d'altitude basé sur la pression

Le baromètre délivre une mesure de la pression atmosphérique P en pascals. Afin de produire une innovation sur l'altitude, on convertit cette mesure en mètres grâce à la formule suivante (on trouvera une description des variables dans la Table I) :

$$H = (T_0 / -\frac{dT}{dH}) \left(1 - (P/P_0)^{\left(-\frac{dT}{dH} \frac{R}{g}\right)} \right)$$

La pression P_0 de référence est déterminée sur la plate forme de test par calcul de la moyenne de P sur une période de temps au démarrage du système avec le mobile qui reste au repos. Dans le simulateur, elle est fixée à priori. La mesure barométrique est considérée bruitée avec une borne connue sur ce bruit. dT/dH est considérée constante, les micro drones n'évoluant qu'à basse altitude.

B. Résultats

Le système d'essai est constitué d'une centrale inertielle MTI-G de marque Xsens. Elle regroupe au total onze capteurs, soit trois accéléromètres, trois gyromètres, trois magnétomètres, un GPS et un baromètre. Dans le cadre de cet article, nous nous intéressons plus particulièrement aux premiers et au dernier. Les données brutes capteurs sont acquises à une fréquence de 100 Hz, limitée par le port RS232 de la cible temps réel. Le baromètre fournit une nouvelle mesure à une fréquence de 6,25 Hz de façon synchrone avec une des mesures des accéléromètres. Une simulation Simulink, configurée selon des paramètres aussi proches que possible du système d'essai, sert de base aux résultats présentés ci-dessous.

Dans cette simulation, on suppose que les biais des accéléromètres sont nuls. L'estimation de ces biais est actuellement en cours d'étude. Le filtre utilisé est construit selon la procédure décrite dans la section III-B en utilisant les équations (13), (14) et (15). Afin d'avoir un point de comparaison, un filtre de Kalman est construit pour les équations (11) et (12). Ses paramètres, définis en considérant les bruits sur les entrées et la période d'échantillonnage, sont donnés dans la Table I. Son état est de dimension trois car il comporte un état d'estimation du biais.

La figure 4 présente les estimations de position et de vitesse obtenues avec le filtrage ensembliste. Le nombre de particules est de 25. On a représenté sur les figures les

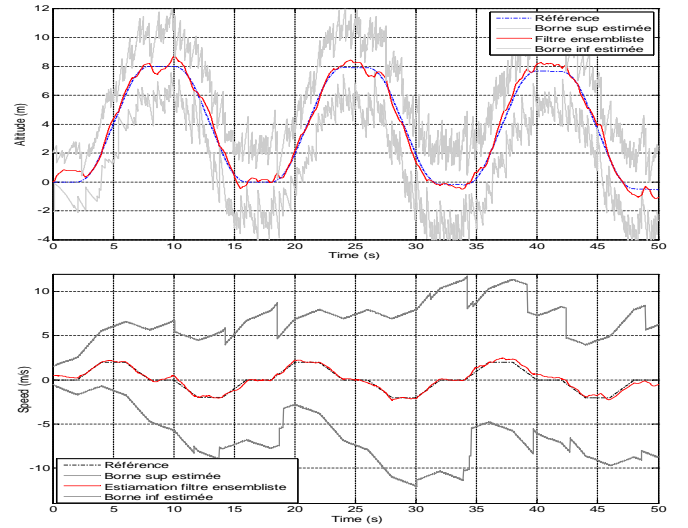


Fig. 4. Estimation de l'altitude et de la vitesse par le filtre ensembliste et bornes estimées d'appartenance

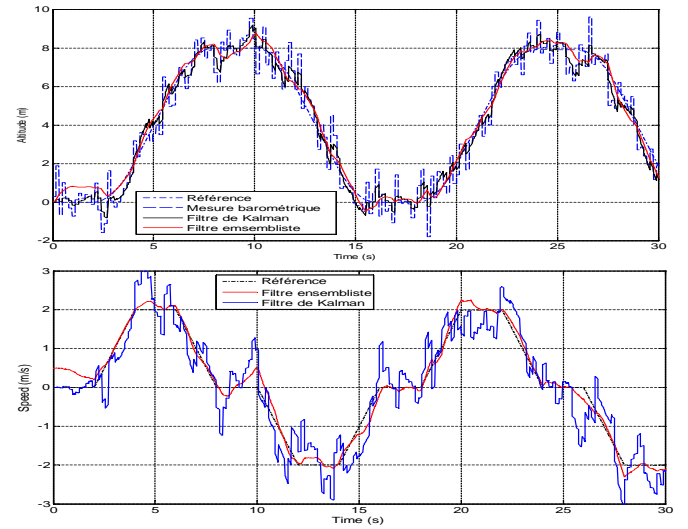


Fig. 5. Altitude et vitesse : comparaison filtre de Kalman et filtre ensembliste

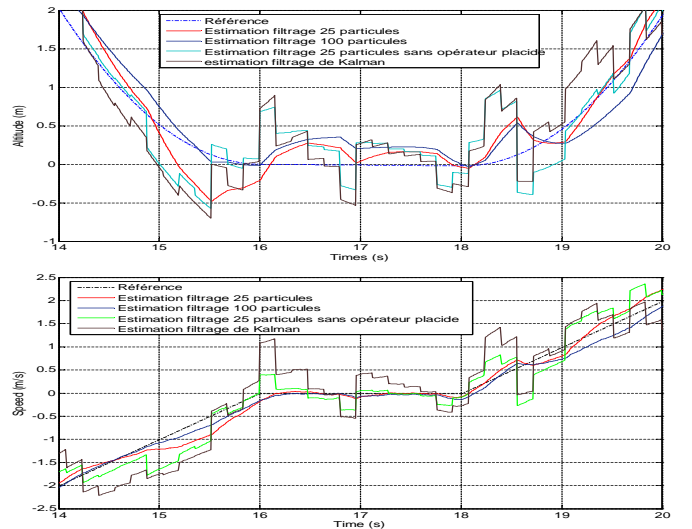


Fig. 6. Effet du nombre de particules et de l'opérateur placide sur l'estimation d'altitude et de vitesse

Variables	symboles	valeurs
Température de l'air	T_0	288,15 °K
Chaleur spécifique de l'air	R	287,052 m ² /s ² /K
Gravité	g	9,81 m/s ²
Gradient de température	dT/DH	-6,5 °C/km
Borne d'erreur pour les mesures des accéléromètres	ΔA	± 1 m/s ²
Borne d'erreur pour les mesures du baromètre	Δz	± 2 m
Matrice de covariance associée au modèle (filtre de Kalman)	Q_a	$\begin{bmatrix} 0,01 & 0 & 0 \\ 0 & 0,01 & 0 \\ 0 & 0 & 0,01 \end{bmatrix}$
Variance associée à la mesure barométrique (filtre de Kalman)	Q_b	[2]
Nombre de pas d'échantillonnage de prédiction entre les innovations	N	16
Ratio appliqué à la distance D entre M et S pour l' O_p	α	0,98

TABLE I
VALEURS NUMÉRIQUES UTILISÉES

bornes minimales et maximales de l'ensemble des particules. On constate que pour un intervalle de mesure d'une largeur de plus de 4 mètres (fixée approximativement par la borne d'erreur pour les mesures barométriques), avec une évolution très irrégulière, on obtient une estimation de la position dont l'erreur n'excède jamais 1 mètre. Les mesures brutes d'altitude se trouvent sur la figure 5. On voit la capacité de l'opérateur placide à filtrer les évolutions lors de chaque innovation. On retrouve ce bon comportement sur l'estimation de vitesse avec une erreur ne dépassant pas $0,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ alors que l'intervalle d'appartenance de la mesure approche très souvent $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

La figure suivante (5) présentent le même essai comparé aux résultats obtenus par le filtre de Kalman. On constate que lors de l'innovation on a un saut important de la valeur estimée après la période de 16 pas d'échantillonnage ne comportant que l'étape de prédiction. Cet effet est bien absorbé par le filtrage de l'innovation mis en place sur le filtre ensembliste.

On peut se demander dans quelle mesure l'opérateur placide ou le nombre de particules utilisées modifient le comportement du filtre ensembliste. A cette fin, on a regroupé ces essais sur un même graphe et fait un agrandissement sur les courbes (Figure 6). On a multiplié par quatre le nombre de particules dans le second filtre ensembliste.

Concernant le filtrage de l'innovation, on voit que le résultat du filtre dépourvu de cet accessoire présente des sauts lors de l'innovation. Toutefois, considérant les excursions plus faibles, son comportement est satisfaisant en comparaison du filtre de Kalman. L'augmentation du nombre de particules ne semble pas apporter un résultat de meilleur qualité, ce qui peut s'expliquer par le fait que le système est linéaire et que l'on couvre correctement la solution du CSP avec un nombre peu important de particules. Cela pourrait être un paramètre plus déterminant sur un système non linéaire. On peut aussi vérifier que la qualité de l'estimation se dégrade en dessous d'une quinzaine de particules.

V. CONCLUSION

Une méthode de filtrage de l'altitude et de sa variation basée une approche ensembliste a été proposée. Il s'agit d'une évolution bien adaptée au problème d'estimation multi-échantillonné du filtrage particulière à pavés proposé dans [1]. Après une présentation de la méthodologie de construction de ce filtrage et du modèle du système, des résultats en simulation ont été proposés. Ces derniers semblent indiquer un comportement satisfaisant de ce type de filtrage sur le système étudié. Des premiers essais réels sur un PIII 700 MHz montrent un temps de calcul d'environ 2 ms pour une estimation et une prédiction avec 25 particules. L'étape suivante de ce travail s'intéressera à l'estimation du biais des accéléromètres. On pourra ensuite envisager à partir de cette approche la mise en œuvre de techniques supplémentaires permettant la construction d'un observateur robuste aux données aberrantes. Ces travaux devraient aussi pouvoir s'appliquer au problème de la localisation par fusion accéléromètres-GPS.

RÉFÉRENCES

- [1] F. Abdallah, A. Gning, and Ph. Bonnifait. Box particle filtering for non linear state estimation using interval analysis. *Automatica*, 44 :807–815, December 2007.
- [2] M. S. Arulampalam, S. Maskell, N. Gordon, and T. Clapp. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking. 50(2) :174–188, 2002.
- [3] AJ Baerveldt and R Klang. A low-cost and low-weight attitude estimation system for an autonomous helicopter. In *IEEE International Conference on Intelligent robot*, 1997.
- [4] Antoine Beyeler, Jean-Christophe Zufferey, and Dario Floreano. optipilot : control of take-off and landing using optic flow. In *proceedings of the European Micro Air Vehicle conference and competition (EMAV 2009)*, 2009.
- [5] Arthur E. Jr. Brysson. *Control of spacecraft and aircraft*. Princeton University Press, Princeton, NJ, USA, 1994.
- [6] John L. Crassidis. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 26(No.4), 2003.
- [7] Nicolas Guenard, Tarek Hamel, and Robert Mahony. A practical visual servo control for a unmanned aerial vehicle. In *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1342–1348, Roma, Italy, April 2007.
- [8] Luc Jaulin. Interval contractors and their application. In *Ecole JN-MACS*, Mars 2009.
- [9] Luc Jaulin, Michel Kieffer, O. Didrit, and E. Walter. *Applied Interval Analysis*. London, 2001.
- [10] Michel Kieffer, Luc Jaulin, and E. Walter. Guaranteed recursive nonlinear state estimation using interval analysis. In *CDC-98, Proceedings of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 4, pages 3966–3971, Tampa, Florida, décembre 1998.
- [11] Robert Mahony, Tarek Hamel, and Jean-Michel Pflin. Non-linear complementary filters on the special orthogonal group. 53(5) :1203–1218, 2008.
- [12] G. Mao, S. Drake, and B.D.O. Anderson. Design of an extended kalman filter for uav localization. In *Information, Decision and Control. IDC'07,*, 2007.
- [13] Henrik Rehbinder and Bijoy K. Ghosh. Pose estimation using line-based dynamic vision and inertial sensors. 48, :186–199, 2003.
- [14] P. Ribot, C. Jauberthie, and L. Travé-Massuyès. State estimation by interval analysis for a non-linear differential aerospace model. In *European Control Conference, ECC'07*, pages 4839–4844, Greece, July 2007.
- [15] Daniel A. Tazartes, Brian T. Lottman, Dean E. Lottman, and John G. Mark. System and method for improving the accuracy of pressure altitude determinations in an inertial navigation system, 2001. Patent US 6.266.583 B1.
- [16] D. Waltz. Generating semantic descriptions from drawings of scenes with shadows. *The psychology of computer vision*, pages 19–91, 1975.