

# Etude de l'influence de la longueur du muscle peroneus digiti quarti sur le multi-modèle fractionnaire d'une unité motrice

Mathieu PELLET<sup>1</sup>, Pierre MELCHIOR<sup>1</sup>, Julien PETIT<sup>2</sup> et Alain OUSTALOUP<sup>1</sup>

<sup>1</sup>IMS – UMR 5218 CNRS  
Université Bordeaux 1, IPB/ENSEIRB-MATMECA  
351 cours de la Libération, Bât. A4  
F33405 TALENCE Cedex, France  
*{prenom.nom}@ims-bordeaux.fr*

<sup>2</sup>Laboratoire Mouvement Adaptation Cognition - UMR 5227 CNRS  
Université Victor Ségalen Bordeaux 2, Zone Carreire Nord Bât 2A  
146 rue Léo Saignat, 33076 BORDEAUX Cedex, France  
*julien.petit@u-bordeaux2.fr*

**Résumé**— Les modèles du muscle squelettique ont de nombreuses applications, notamment en médecine, pour améliorer la compréhension de ces organes ou pour la stimulation électrique fonctionnelle de muscles déficients grâce à des modèles inverses. Ils sont également utiles en robotique bio-inspirée, pour permettre aux actionneurs de reproduire plus fidèlement des mouvements naturels. Lorsqu'ils sont utilisés en robotique, il est nécessaire que ces modèles soient compacts (peu de paramètres) et facilement embarquables. Ainsi un premier multi-modèle du peroneus a été déterminé. Ce modèle permet de prédire la réponse d'une unité motrice à une stimulation électrique pour des contractions de type isométrique (c'est-à-dire pour une longueur de muscle constante). Dans cet article, l'influence de la longueur sur notre modèle est étudiée et les limites du multi-modèle linéaire sont présentées.

**Mots-clés**— Identification, Multi-modèle fractionnaire, Modélisation du muscle, Dérivation non entière.

## I. INTRODUCTION

Plusieurs applications sont possibles pour les modèles des muscles squelettiques. En médecine ils sont utiles à la compréhension du fonctionnement et d'éventuels dysfonctionnements de ces organes. De plus, ils sont également utilisés pour la réhabilitation de muscles déficients par stimulation électrique [1][2][3][4]. Enfin ces modèles sont particulièrement intéressants pour le domaine de la robotique bio-inspirée; en effet ils peuvent permettre de piloter un actionneur afin qu'il reproduise plus fidèlement le mouvement naturel d'une articulation ou d'un membre. C'est dans cette optique que Sommacal et al., en collaboration avec l'INSERM et le laboratoire MAC, ont identifié un multi-modèle de muscle d'ordre non entier destiné à être implanté sur un robot salamandre [5][6]. Le modèle non entier présente l'avantage d'assurer une parcimonie paramétrique, permettant de l'implanter facilement dans un système embarqué.

Un muscle est composé d'un ensemble de fibres musculaires innervées par plusieurs motoneurons appelés motoneurons  $\alpha$ . L'ensemble formé par un motoneuron et

toutes les fibres qu'ils innervent est appelé Unité Motrice (UM).

Le multi-modèle non entier permet de prédire la réponse d'une UM à une stimulation électrique, lors d'une contraction isométrique, c'est-à-dire pour une longueur de muscle maintenue constante. Dans cette étude seule la condition isométrique a été considérée. En effet, c'est la condition la plus étudiée en physiologie. Les cas des contractions isotoniques et auxotoniques seront étudiés lors de futurs travaux.

Notre objectif est d'étendre le domaine de validité du multi-modèle afin qu'il soit plus représentatif de la réalité physique d'une contraction musculaire. En effet, lors de l'activation d'un muscle la force développée dépend de la longueur du muscle [7]. Nous avons donc étudié l'influence de la longueur du muscle sur les paramètres du modèle afin d'envisager les différentes stratégies possibles pour intégrer cette grandeur à notre modèle.

Ce travail est articulé en six parties. Le multi-modèle étant non-entier, la dérivation non-entière et la simulation de tels modèles est rappelée dans la deuxième partie. Dans la troisième partie, le principe du multi-modèle d'unités motrices est présenté. Le protocole expérimental est détaillé dans la quatrième partie. Les mesures et les résultats de l'identification sont présentés dans la cinquième partie. La sixième partie conclue sur l'influence de la longueur du muscle sur le multi-modèle.

## II. SIMULATION TEMPORELLE DES SYSTÈMES NON ENTIERS

Cette partie rappelle la définition mathématique de la dérivation non entière, puis les méthodes courantes de simulations des systèmes fractionnaires [8][9][12].

### A. La dérivation non entière

Le concept de la dérivation non entière à un ordre quelconque (non entier),

$$\mathbf{D}^v \triangleq \left( \frac{d}{dt} \right)^v \quad (1)$$

a été défini au 19<sup>ème</sup> siècle par Riemann et Liouville. La dérivée à l'ordre non entier  $\nu$  de la fonction  $f(t)$  est définie par la dérivée d'ordre non entier de  $[\nu] + 1$  (où  $[\cdot]$  est l'opérateur partie entière) d'une intégrale non entière d'ordre  $\nu - [\nu]$  [8] :

$$\mathbf{D}^\nu f(t) = \mathbf{D}^{[\nu]+1} \left( I^{[\nu]+1-\nu} f(t) \right) \quad (2)$$

$$\triangleq \frac{1}{\Gamma([\nu] + 1 - \nu)} \left( \frac{d}{dt} \right)^{[\nu]+1} \int_0^t \frac{f(\tau) d\tau}{(t - \tau)^{\nu - [\nu]}}$$

où  $t > 0$ ,  $\forall \nu \in \mathbb{R}_+^*$ , et la fonction d'Euler  $\Gamma$  est définie par :

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt, \forall x \in \mathbb{R}^* \setminus \{\mathbb{N}^-\}. \quad (3)$$

La transformée de Laplace de la dérivée à l'ordre  $\nu$  (avec  $\nu \in \mathbb{R}_+^*$ ) d'une fonction  $x(t)$  relaxée à l'instant initial ( $t = 0$ ) est telle que [8] :

$$\mathcal{L}\{\mathbf{D}^\nu x(t)\} = s^\nu X(s) \text{ avec } x(t) = 0 \forall t < 0 \quad (4)$$

### B. Synthèse de l'opérateur intégrro-différentiel borné en fréquence

De par les limitations naturelles d'un système physique et des signaux entrée-sortie (telles que la fréquence de Shannon et le spectre du signal d'entrée), les opérateurs fractionnaires  $s^\nu$  sont généralement approximés par des fonctions de transfert rationnelles d'ordre élevé sur une bande de fréquence  $[\omega_A, \omega_B]$ . L'opérateur intégrro-différentiel et la fonction de transfert rationnelle ont alors le même comportement fractionnaire sur cette bande de fréquence. L'approximation la plus couramment utilisée a été proposée par Oustaloup [9]. Celle-ci consiste en une distribution récursive de pôles et de zéros sur la bande de fréquence  $[\omega_A, \omega_B]$ , qui induit naturellement une dégradation de l'approximation autour des pulsations  $\omega_A$  et  $\omega_B$ , connue sous le nom d' "effet de bord". L'erreur de l'approximation sur  $[\omega_A, \omega_B]$  est alors atténuée sur cet intervalle, en étendant la bande de fréquence de synthèse de l'opérateur  $s^\nu$  à  $[\omega_b, \omega_h]$ , où

$$\omega_b = \frac{\omega_A}{\sigma} \quad (5)$$

$$\omega_h = \omega_B \cdot \sigma.$$

L'effet de bord est considérablement réduit en choisissant  $\sigma \geq 10$  [9]. L'approximation de l'opérateur intégrro-différentiel  $s^\nu$  sur la bande de fréquence  $[\omega_A, \omega_B]$  est donnée par la relation :

$$s^\nu \rightarrow s_{[\omega_A, \omega_B]}^\nu = C_0 \left( \frac{1 + \frac{s}{\omega_h}}{1 + \frac{s}{\omega_b}} \right)^\nu \approx C_0 \prod_{k=1}^N \frac{1 + \frac{s}{\omega_k}}{1 + \frac{s}{\omega'_k}} \quad (6)$$

où  $C_0$ , et les pulsations  $\omega_k$  et  $\omega'_k$  sont données par :

$$\omega'_0 = \alpha^{\frac{1}{2}} \omega_b, \quad \omega_0 = \alpha^{\frac{1}{2}} \eta \omega_b, \quad (7)$$

$$\frac{\omega_{k+1}}{\omega_k} = \alpha, \quad \frac{\omega'_{k+1}}{\omega'_k} = \eta, \quad (8)$$

$$C_0 = \left( \frac{\omega_h}{\omega_b} \right)^\nu \left( \frac{1 + \frac{\omega_b^2}{\omega_h^2}}{1 + \frac{\omega_h^2}{\omega_b^2}} \right)^{\frac{\nu}{2}}. \quad (9)$$

Les paramètres réels  $\alpha$  et  $\eta$  sont définis par l'ordre intégrro-différentiel  $\nu$ , tel que

$$\nu = \frac{\log(\alpha)}{\log(\alpha \cdot \eta)}. \quad (10)$$

## III. MULTI-MODÈLE D'UNITÉ MOTRICE

De part leur compacité paramétrique, les modèles non entiers sont particulièrement adaptés pour modéliser les systèmes diffusifs [13], tels que les systèmes thermiques [15][17][18], biologiques [14] ou électrochimiques [16].

Le modèle d'UM utilisé a été développé par Sommacal et al [5][10][14][19][20][21]. Ce modèle est basé sur une décomposition de la dynamique d'une UM en deux phases : une phase de contraction et une phase de relaxation. Chaque phase de la dynamique est modélisée par un sous modèle (respectivement  $\mathcal{M}_1(s)$  et  $\mathcal{M}_2(s)$ ).

### A. Propriétés des unités motrices

L'étude expérimentale des muscles a montré que la dynamique d'activation du muscle dépend des activations passées. Plus particulièrement, l'étude des réponses des unités motrices a une stimulation de type train d'impulsions, montre que la durée et l'amplitude maximale de la phase de contraction pour une impulsion  $k$  dépendent de l'amplitude atteinte au moment de l'application de cette impulsion.

Soit  $\delta A_k$  l'amplitude maximale de la réponse de l'unité motrice à une  $k^{\text{ième}}$  impulsion, soit  $A_{i_k}$  l'amplitude atteinte lors de l'application de l'impulsion  $k$ , alors on peut approximer l'évolution de  $\delta A_k$  par une équation de droite telle que :

$$\delta A_k = a_1 \cdot A_{i_k} + b_1. \quad (11)$$

Les paramètres  $a_1$  et  $b_1$  sont obtenus par les moindres carrés simples.

De même, si on nomme  $T_{j_k}$  la durée de la phase de contraction on peut également approximer l'évolution de  $T_{j_k}$  en fonction de  $A_{i_k}$  par l'équation de droite suivante :

$$T_{j_k} = a_8 \cdot A_{i_k} + b_8. \quad (12)$$

### B. Principe du multimodèle

Le principe de fonctionnement du multi-modèle est illustré par la figure 1 [10]. Le modèle étant un modèle de comportement, les paramètres n'ont pas de signification physiologique.

Pour une  $k^{\text{ième}}$  impulsion appliquée à l'instant  $t_k$  :

- ❖ pendant la phase de contraction ( $t \in [t_k, t_k + T_{j_k}]$ ), le sous-modèle  $\mathcal{M}_1(s)$  est actif. La réponse temporelle est donnée par la relation :

$$f_C(t, \lambda_1, G_1) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \frac{G_1}{\left( \frac{s}{\lambda_1} + 1 \right)^{\nu_1}} \right\} + A_{i_k} \quad (13)$$

- ❖ pendant la phase de relaxation ( $t \in [t_k + T_{j_k}, t_{k+1}]$ ), le sous-modèle  $\mathcal{M}_2(s)$  est actif. La réponse temporelle du modèle est alors donnée par la relation :

$$f_R(t, \kappa, \tau_2) = A_{m,k} \left\{ \begin{array}{l} (1 - \kappa \cdot e^{-s \cdot \tau_2}) \frac{1}{\left(\frac{s}{\lambda_2} + 1\right)^{\nu_2}} \\ s \end{array} \right\} \quad (14)$$

où  $A_{m,k}$  est l'amplitude de contraction atteinte à  $t_k + T_{j,k}$ .

- ❖ l'élément non linéaire (NLE) permet de sélectionner le sous modèle  $\mathcal{M}_1(s)$  ou  $\mathcal{M}_2(s)$ . Lors d'une nouvelle impulsion à l'instant  $t_k$ ,  $\mathcal{M}_1(s)$  est sélectionné pendant une durée  $T_{j,k}$ . A  $t_k + T_{j,k}$ , et ce tant qu'aucune nouvelle impulsion n'est appliquée,  $\mathcal{M}_2(s)$  est sélectionné.
- ❖ Les blocs "zoh" correspondent à des bloqueurs d'ordre zéro, synchronisés sur la détection des impulsions et non sur la période d'échantillonnage. Ils permettent de figer les paramètres des sous-modèles jusqu'à l'impulsion suivante.

Les paramètres  $G_1, \lambda_1, T_j, \kappa$  et  $\tau_2$  sont fonction de l'état dans lequel se trouve l'unité motrice lors de l'application de la  $k^{\text{ième}}$  impulsion. Ces paramètres dépendent aussi de l'état de fatigue/mise en forme du muscle [11]:

$$\left\{ \begin{array}{l} G_1 = (a_1 \cdot A_{0,i} + b_1) + \left( \Delta G_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{G_1}}} \right) \\ \lambda_1 = (a_2 \cdot A_{0,i} + b_2) + \left( \Delta \lambda_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{\lambda_1}}} \right) \\ \nu_1 = b_3 \\ \lambda_2 = b_4 + \left( \Delta \tau_{\lambda_2} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{\lambda_2}}} \right) \\ \nu_2 = b_5 \\ \tau_2 = (a_6 \cdot A_{0,i} + b_6) + \left( \Delta \tau_2 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{\tau_2}}} \right) \\ \kappa = (a_7 \cdot A_{0,i} + b_7) + \left( \Delta \kappa \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{\kappa}}} \right) \\ T_j = (a_8 \cdot A_{0,i} + b_8) + \left( \Delta T_j \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{T_j}}} \right) \end{array} \right. \quad (15)$$

#### IV. PROTOCOLE EXPÉRIMENTAL

L'équipe du Professeur Julien Petit du Laboratoire Mouvement Adaptation Cognition est spécialisée dans la physiologie du rat et l'expérimentation sur celui-ci.

L'animal est anesthésié avec une première injection intrapéritonéale de pentobarbital de sodium (45 mg/kg), complétée si nécessaire par d'autres injections pour maintenir une anesthésie profonde. Le muscle et son nerf sont disséqués et libérés des tissus environnants. Une laminectomie est effectuée entre les vertèbres L4 et S2. Les peaux de cette région et de la patte sont réclinées de manière à constituer des bacs que l'on remplit d'huile de paraffine afin d'éviter toute dessiccation. La température de l'huile est maintenue à 37°C. Les racines dorsales et ventrales sont coupées de L5 à S1 près de leur entrée médullaire. Les racines ventrales sont ensuite divisées en fins filaments. Un filament est déposé sur une électrode d'argent utilisée comme anode afin d'être stimulé. Une deuxième électrode qui sert de cathode est au contact de la masse musculaire près de l'entrée de la racine. Les potentiels d'action évoqués par la stimulation des filaments de la racine ventrale sont détectés par des électrodes placées au contact du nerf et amplifiés par des amplificateurs Grass AC.

Après détermination de la courbe force-longueur du muscle, la longueur optimale ( $L_0$ ), c'est-à-dire celle pour laquelle le muscle développe sa force maximale, est connue. On fixe la longueur du muscle à  $L_1 = L_0 - 1$  mm. Les forces isométriques de contraction d'une UM sont mesurées pour deux fréquences de stimulation différentes (10 et 20Hz). Puis on augmente la longueur du muscle de 1 mm et on mesure à nouveau les forces isométriques. Cette opération est répétée une troisième fois jusqu'à atteindre  $L_2 = L_0 + 1$  mm<sup>1</sup>. Le signal de la force est échantillonné à une fréquence de 2 kHz et est enregistré en utilisant une interface CED "1401Plus" couplée à un ordinateur équipé du logiciel Spike2.

#### V. MESURES ET RÉSULTATS

##### A. Identification des multi-modèles

Pour chacune des longueurs de muscle  $L_0, L_1, L_2$ , les paramètres d'un multi-modèle sont identifiés en utilisant les mesures obtenues pour une stimulation à 10Hz. Les signaux mesurés pour les stimulations à 20Hz sont utilisés pour valider l'identification. On obtient donc trois multi-modèles  $\mathcal{M}_{L_0}, \mathcal{M}_{L_1}, \mathcal{M}_{L_2}$ . Les résultats de la validation sont présentés sur les figures 2,3 et 4, respectivement. Les valeurs des paramètres des multi-modèle sont présentées dans les tables 1,2 et 3.

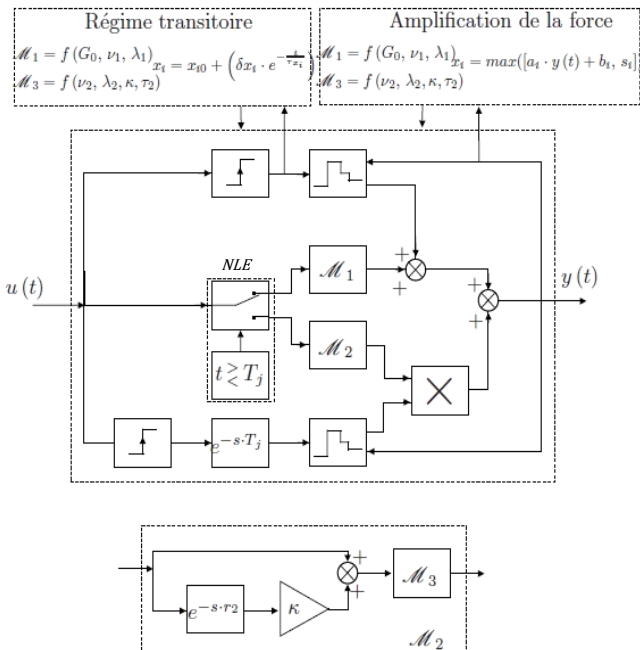


Fig. 1 Schéma de principe du multi-modèle

<sup>1</sup> A titre indicatif, la longueur physiologique du muscle peroneus digiti quarti du rat est de l'ordre du centimètre.

Paramètres de $\mathcal{M}_{L_1}$		
	$a_i$	$b_i$
$G_1$	-0.5297	2.5702
$\lambda_1$	0.0309	289.2697
$\nu_1$	-	-1.7963
$\lambda_2$	-	144.2242
$\nu_2$	-	-2.0422
$\kappa$	0	1.0032
$\tau_2$	-16.5205	35.2595
$T_j$	-1.0831	26

TABLE 1 VALEURS DES PARAMÈTRES IDENTIFIÉS POUR  $\mathcal{M}_{L_1}$

Paramètres de $\mathcal{M}_{L_0}$		
	$a_i$	$b_i$
$G_1$	-0.5841	3.0308
$\lambda_1$	0.0311	203.3245
$\nu_1$	-	-1.4537
$\lambda_2$	-	116.8662
$\nu_2$	-	-1.8092
$\kappa$	0	1.0027
$\tau_2$	-25.4790	31.9092
$T_j$	-1.1181	33

TABLE 2 VALEURS DES PARAMÈTRES IDENTIFIÉS POUR LE MULTI-MODÈLE  $\mathcal{M}_{L_0}$

Paramètres de $\mathcal{M}_{L_2}$		
	$a_i$	$b_i$
$G_1$	-0.1878	2.7121
$\lambda_1$	0.0360	553.6586
$\nu_1$	-	-3.9909
$\lambda_2$	-	147.4427
$\nu_2$	-	-2.3336
$\kappa$	-0.0141	0.7434
$\tau_2$	1.6042	30.7042
$T_j$	-1.6553	35

TABLE 3 VALEURS DES PARAMÈTRES IDENTIFIÉS POUR LE MULTI-MODÈLE  $\mathcal{M}_{L_2}$

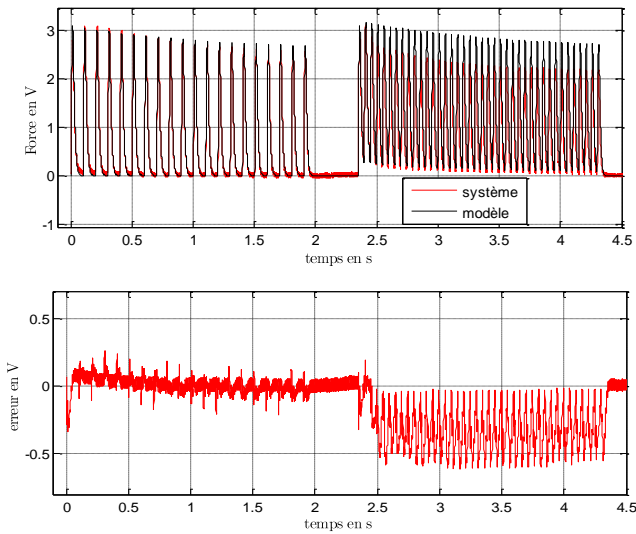


Fig. 2 Multi-modèle pour la longueur  $L_1$ : la partie gauche du signal (identification) présente la réponse du modèle et de l'UM à une stimulation de 10Hz; la partie droite (validation) présente la réponse du modèle et de l'UM pour une stimulation de 20Hz

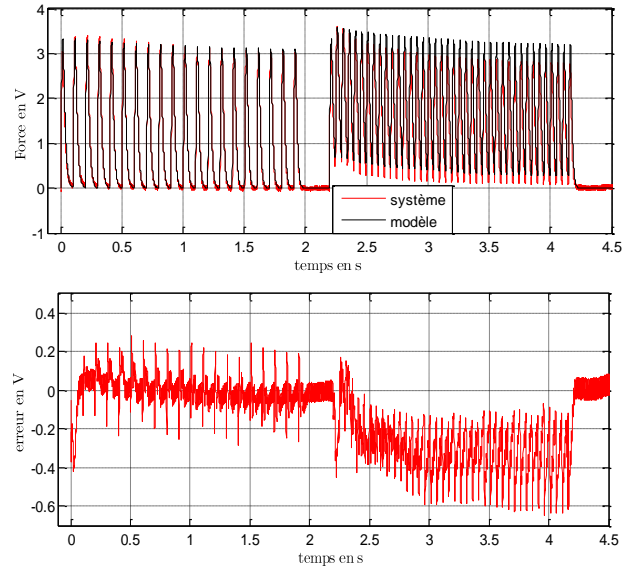


Fig. 3 Multi-modèle pour la longueur  $L_0$ : la partie gauche du signal (identification) présente la réponse du modèle et de l'UM à une stimulation de 10Hz; la partie droite (validation) présente la réponse du modèle et de l'UM pour une stimulation de 20Hz

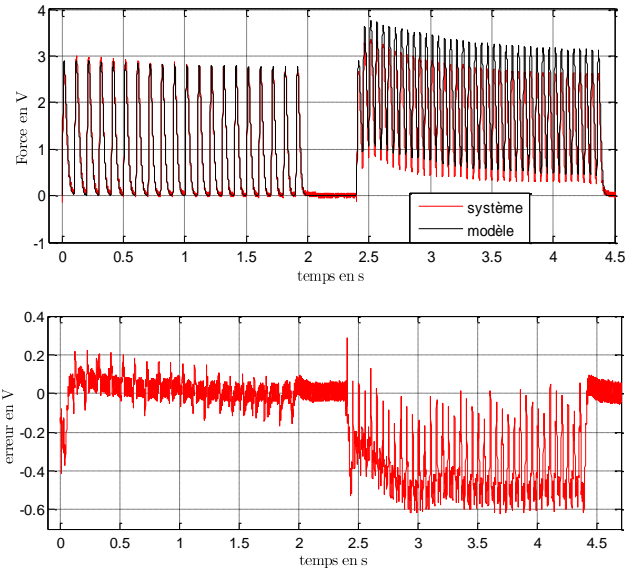


Fig. 4 Multi-modèle pour la longueur  $L_2$ : la partie gauche du signal (identification) présente la réponse du modèle et de l'UM à une stimulation de 10Hz; la partie droite (validation) présente la réponse du modèle et de l'UM pour une stimulation de 20Hz

### B. Etude de l'influence de la longueur sur les paramètres du modèle

La longueur  $L_0$  est choisie comme longueur de référence pour étudier les variations paramétriques du modèle. Le calcul des variations paramétriques du multi-modèle est donné par la table 4.

Variations paramétriques du multi-modèle non entier				
	Comparaison $L_0/L_1$		Comparaison $L_0/L_2$	
	$a_i$	$b_i$	$a_i$	$b_i$
$G_1$	+9.3%	+15.2%	+67.85%	+10.51%
$\lambda_1$	+0.036%	-42.27%	-15.86%	-172.3%
$v_1$	-	-23.57%	-	-174.53%
$\lambda_2$	-	-23.41%	-	-26.16%
$v_2$	-	-12.88%	-	-28.98%
$\kappa$	-	-0.05%	-1.41%	+25.86%
$\tau_2$	+35.16%	-10.5%	+106.3%	+3.78%
$T_j$	+3.13%	+21.21%	-48.05%	-6.06%

TABLE 4 TABLE DE VARIATIONS DES PARAMÈTRES DU MULTI-MODÈLE EN FONCTION DE LA LONGUEUR DU MUSCLE

La longueur d'un muscle a donc une influence non négligeable qui se traduit par des variations importantes au niveau des paramètres du multi-modèle.

Toutefois afin de tenter d'éviter de complexifier le modèle et de mettre en évidence ses limites deux solutions simples sont proposées pour prendre en compte les variations de la longueur. La première consiste à calculer un jeu de paramètre moyen, la deuxième quand à elle est d'utiliser une réponse moyenne pour identifier les paramètres.

Deux nouveaux multi-modèles sont donc déterminés  $\mathcal{M}_{P_{moy}}$  et  $\mathcal{M}_{L_{moy}}$ . Chaque paramètre de  $\mathcal{M}_{P_{moy}}$  est la moyenne des paramètres correspondants des multi-modèles  $\mathcal{M}_{L_0}, \mathcal{M}_{L_1}, \mathcal{M}_{L_2}$ . Les paramètres du multi-modèle  $\mathcal{M}_{L_{moy}}$  sont identifiés en utilisant une réponse moyenne à une stimulation de 10Hz. Cette réponse moyenne est calculée comme la moyenne des réponses aux stimulations de 10Hz pour les longueurs  $L_0, L_1$  et  $L_2$ . Les paramètres et validations des multi-modèles  $\mathcal{M}_{P_{moy}}$  et  $\mathcal{M}_{L_{moy}}$  sont présentés dans la table 5 et les figures 5, 6, 7, 8, 9 et 10.

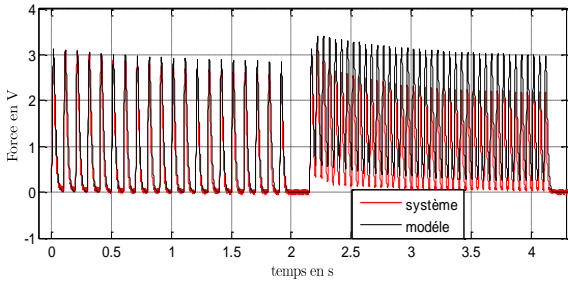


Fig. 5 Validation du multi-modèle  $\mathcal{M}_{P_{moy}}$  pour la longueur  $L_1$ , la partie gauche du signal est la réponse du modèle et de l'UM à une stimulation de 10Hz, la partie droite correspond aux réponses pour une stimulation de 20Hz

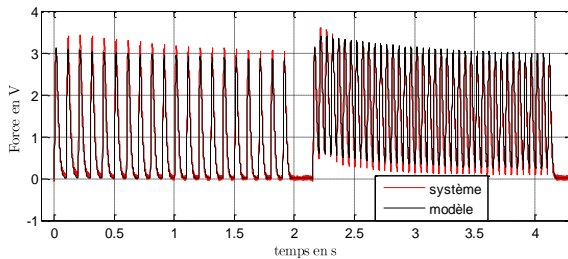


Fig. 6 Validation du multi-modèle  $\mathcal{M}_{P_{moy}}$  pour la longueur  $L_0$ , la partie gauche du signal est la réponse du modèle et de l'UM à une stimulation de 10Hz, la partie droite correspond aux réponses pour une stimulation de 20Hz

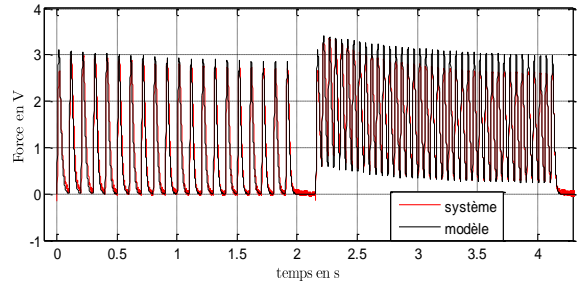


Fig. 7 Validation du multi-modèle  $\mathcal{M}_{P_{moy}}$  pour la longueur  $L_2$ , la partie gauche du signal est la réponse du modèle et de l'UM à une stimulation de 10Hz, la partie droite correspond aux réponses pour une stimulation de 20Hz

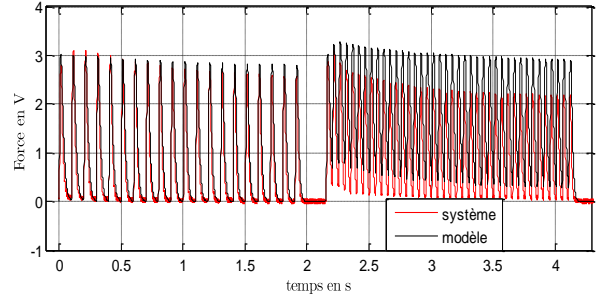


Fig. 8 Validation du multi-modèle  $\mathcal{M}_{L_{moy}}$  pour la longueur  $L_1$ , la partie gauche du signal est la réponse du modèle et de l'UM à une stimulation de 10Hz, la partie droite correspond aux réponses pour une stimulation de 20Hz

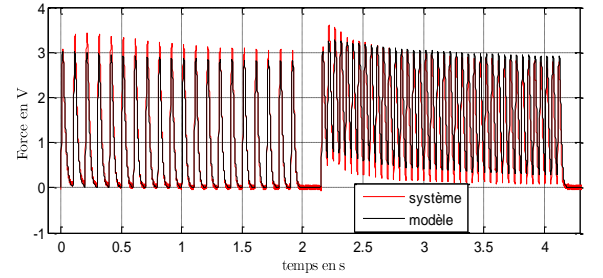


Fig. 9 Validation du multi-modèle  $\mathcal{M}_{L_{moy}}$  pour la longueur  $L_0$ , la partie gauche du signal est la réponse du modèle et de l'UM à une stimulation de 10Hz, la partie droite correspond aux réponses pour une stimulation de 20Hz

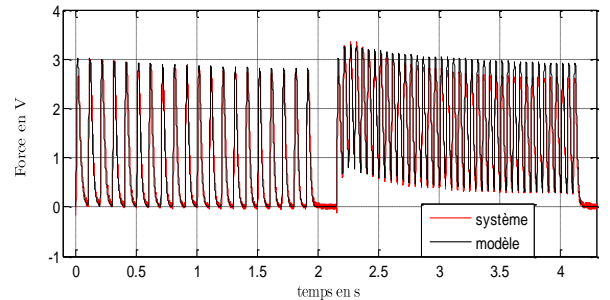


Fig. 10 Validation du multi-modèle  $\mathcal{M}_{L_{moy}}$  pour la longueur  $L_2$ , la partie gauche du signal est la réponse du modèle et de l'UM à une stimulation de 10Hz, la partie droite correspond aux réponses pour une stimulation de 20Hz

	Paramètres de $\mathcal{M}_{p_{moy}}$		Paramètres de $\mathcal{M}_{L_{moy}}$	
	$a_i$	$b_i$	$a_i$	$b_i$
$G_1$	-0.6029	2.7498	-0.4339	2.7710
$\lambda_1$	0.0311	313.9502	0.0327	348.7510
$\nu_1$	-	-1.8443	-	-2.4137
$\lambda_2$	-	122.3445	-	136.1777
$\nu_2$	-	-1.7554	-	-2.0617
$\kappa$	0.2762	-1.0008	-0.0047	0.9164
$\tau_2$	7.4170	7.6398	-13.4651	32.6243
$T_j$	-1,1179	32	-1.2855	31.3334

TABLE 5 VALEURS DES PARAMÈTRES IDENTIFIÉS POUR LES MULTI-MODÈLES  $\mathcal{M}_{L_{moy}}$  ET  $\mathcal{M}_{p_{moy}}$

L'erreur pour la figure 5 est comprise entre 0.41 et -0.22V, pour la figure 6 entre 0.55 et -0.4V, pour la figure 7 entre 0.57 et -0.47V, pour la figure 8 entre 0.26 et -1.48V, pour la figure 9 entre 0.48 et -0.63V, pour la figure 10 entre 0.57 et -0.72V. Ceci se traduit par une erreur comprise entre 7 et 49%. Ces résultats montrent donc, notamment dans le cas des longueurs  $L_0$  et  $L_1$ , que ces modèles sont insuffisants pour prendre en compte des variations de longueur de muscle importantes.

## VI. CONCLUSION

Le multi-modèle d'unité motrice non entier a été développé et utilisé jusqu'alors en considérant une longueur de muscle constante  $L_0$ . Les nouvelles mesures réalisées pour différentes longueurs, ont tout d'abord permis de montrer que la méthodologie utilisée pour l'identification, reste valable pour les longueurs  $L_1$  et  $L_2$ .

Toutefois les variations de longueur entraînent des variations paramétriques importantes pour le multi-modèle. L'utilisation de modèle moyen n'est pas satisfaisante. Les trois modèles obtenus pour les différentes longueurs de muscle ont des comportements dynamiques différents, mettant en avant les limitations du multi-modèle linéaire pour modéliser l'unité motrice sur une large plage de variation de longueur. Il est donc nécessaire de trouver d'autres solutions (méthode d'identification non linéaire, ajout de paramètres aux multi-modèles...). A l'heure actuelle de nouvelles mesures ont été réalisées sur différentes unités motrices et pour une plage de longueur plus étendue. Ces mesures devraient permettre d'améliorer le multi-modèle non entier afin de prendre en compte cette grandeur essentielle dans la dynamique des muscles.

## VII. RÉFÉRENCES

[1] R. Riener, T. Fuhr. Patient-driven control of fcs-supported standing up: a stimulation study. *IEEE Trans. on Rehab. Eng.*, 6(2), 1998.

[2] S.J. Dorgan, M.J. O'Malley. A mathematical model for skeletal muscle activated by n-let pulse trains. *IEEE Trans. on Rehab. Eng.*, 6(3), 1998.

[3] H. El Malssoud, P. Poignet, D. Guiraud. Mathematical muscle model for fonctionnal electrical stimulation control strategies. *IEEE Int. Conf. on Rob. and Autom.*, 2004.

[4] Er-Wei Bai, Zhijun Cai, Shauna Dudley-Javorosk, Richard K. Shields. Identification of a modified wiener-hammerstein system and its application in electrically stimulated paralyzed skeletal muscle modeling. *Automatica*, 45(3):736–743, Mars 2009.

[5] L. Sommacal. *Synthèse de la fonction d'Havriliak-Negami pour l'identification par modèle non entier et modélisation du système musculaire*. Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, France, 2007.

[6] A.J. Ijspeert, A. Crespi, D. Ryczko, J-M. Cabelguen. From swimming to walking with a salamander robot driven by a spinal cord model. *Science*, 315(5817):1416–1420, 2007.

[7] F.E. Zajac. Muscle and tendon : properties, models, scaling, and application to biomechanics and motor control. *Crit. Rev. Biomed. Eng.*, 17(4):359–411, 1989.

[8] K.B. Oldham, J. Spanier. *The fractional calculus*. New-York and London, 1974.

[9] A. Oustaloup. *La dérivation non entière: théorie, synthèse et applications*. Hermès, 1995.

[10] L. Sommacal, A. Dossat, P. Melchior, J. Petit, J.-M. Cabelguen, A. Oustaloup. N-step predictive algorithm based on fractional multimodel for rat muscle. *32nd An. Conf. of IEEE Ind. Elec. Soc. IECON'06*, 7-10, November 2006.

[11] L. Sommacal, P. Melchior, J-M. Cabelguen, A. Oustaloup, A.-J. Ijspeert. Multi-modèles fractionnaires du muscle gastrocnemius de grenouille. In *IEEE CIFA'06*, 30 Mai-01 Juin 2006.

[12] A. G. Samko, A. A. Kilbas, O. I. Marichev. *Fract. Int. and Der.*, Gordon and Breach Science, Minsk, 1987.

[13] A. Oustaloup, O. Cois, L. Le Lay. Représentation et identification par modèle non-entier. *Hermès Ed.*, 2005.

[14] L. Sommacal, P. Melchior, J-M. Cabelguen, A. Oustaloup, A.-J. Ijspeert. Fractional multi-models of the gastrocnemius frog muscle. *J. of Vib. and Con.*, Sage Publishing, Vol. 14, N° 9-10, pp. 1415-1430, 2008.

[15] S. Victor, R. Malti, A. Oustaloup. Instrumental variable method with optimal fractional differentiation order for continuous-time system identification. *15th IFAC SYSID*, Saint-Malo, 2009.

[16] M. Cugnet, J. Sabatier, S. Laruelle, S. Grugeon, B. Sahut, A. Oustaloup, J-M. Tarascon. On Lead-acid battery resistance and cranking capability estimation. *IEEE Trans. on Ind. Elec.*, 2009.

[17] J.L. Battaglia, L. Le Lay, J-C. Bastale, A. Oustaloup, O. Cois. Utilisation de modèles d'identification non entiers pour la résolution de problèmes inverses en conduction. *Int. J. Therm. Sci*, n°39, pp 374-389, 2000.

[18] M. Aoun, R. Malti, F. Levron, A. Oustaloup. Orthonormal basis functions for modeling continuous-time fractional systems. *Sysid-IFAC*, Rotterdam, 2003.

[19] L. Sommacal, A. Dossat, P. Melchior, J. Petit, J-M. Cabelguen, A. Oustaloup, A.-J. Ijspeert. A comparison between two fractional multimodels structures for rat muscle modeling. *6th IFAC MCBMS'06*, Reims, September 20-22, 2006.

[20] L. Sommacal, P. Melchior, A. Dossat, J. Petit, J-M. Cabelguen, A. Oustaloup, A.-J. Ijspeert. Improvement of the muscle fractional multimodel for low-rate stimulation. *Biomed. Sign. Proc. and Con.*, Elsevier, vol 2, pp. 226-233, 2007.

[21] L. Sommacal, P. Melchior, J.M. Cabelguen, A. Oustaloup, A.-J. Ijspeert. Fractional multimodels of the gastrocnemius muscle for tetanus pattern. *Advances in fractional calculus*, Ch. 4, pp. 271-285, Springer Verlag Ed., 2007.