

CIFA 2010

Commande et observation par modes glissants d'ordre supérieur d'un hélicoptère drone à 7DDL

MARTINI ADNAN, LEONARD FRANÇOIS, ABBA GABRIEL

Laboratoire de Conception Fabrication Commande (LCFC-EA4495)- ENSAM ParisTech Metz
Ecole Nationale d'Ingénieurs de Metz (ENIM), Ile du Saulcy, 57045 METZ cedex 1 , France

a.martini@hotmail.com,leonard@enim.fr,abba@enim.fr

Résumé— Dans cette étude, une commande par linéarisation approximative extraite d'un modèle approché d'un hélicoptère drone de type VARIO Benzin Trainer à 7DDL, est utilisée en parallèle avec un observateur à modes glissants d'ordre supérieur. L'observateur à modes glissants d'ordre supérieur travaille comme un observateur et un estimateur des perturbations externes (rafales de vent et bruits). La régulation utilisée (observateur-estimateur-contrôleur) permet l'utilisation d'un nombre réduit de capteurs. Plusieurs simulations montrent alors que l'ajout de cet observateur-contrôleur permet de compenser l'effet des forces de translation d'amplitude faible, de la résistance de l'air, de l'incertitude des paramètres du modèle de l'hélicoptère et de la rafale de vent.

Mots-clés— Hélicoptère, Systèmes non linéaires, Commande par linéarisation approximative, Observateur non linéaire, Commande à modes glissants.

I. INTRODUCTION

La commande en régime glissant (ou plus exactement la commande à structure variable générant un régime glissant)[1][2] a essentiellement pour vocation de permettre l'obtention, en boucle fermée, d'une dynamique largement indépendante de celle du processus et surtout de ses variations éventuelles. En ce sens, elle peut être considérée comme appartenant à la classe des commandes robustes.

Sur le plan théorique [4], elle repose essentiellement sur l'utilisation d'une commande discontinue ayant pour but de maintenir l'évolution du système sur une surface de commutation judicieusement choisie, qui fixe de fait la dynamique résultante (un peu de manière analogue à ce que fait la transmittance de retour dans un système à grand gain). Autrement dit, la commande ne sert qu'à amener puis maintenir l'évolution du système sur cette surface qui fixe alors les performances obtenues. En général la commande des hélicoptères drones est un problème compliqué du : aux fortes non-linéarités du système, aux perturbations difficiles à mesurer (rafale de vent) et aux incertitudes sur les paramètres du modèle. D'autre part la commande doit avoir deux caractéristiques : elle doit être assez robuste afin de commander correctement le système et elle ne doit pas être trop compliquée, car elle pourrait avoir des singularités et sa performance en temps réel pourrait être lente. Un certain nombre de travaux récents sur le pilote automatique d'un d'hélicoptère drone, [5] [28] [7][8] utilise les techniques de linéarisation pour un modèle

d'hélicoptère approché.

Dans [9][11] les techniques de "Backstepping" ont été initialement appliquées à la conception d'une loi de commande non linéaire en se basant sur le modèle approché de l'hélicoptère drone en ignorant les petites forces de translation (small body forces). La structure de commande à dynamique variable a été présentée dans [13] pour commander l'hélicoptère pendant le vol vertical Cette commande montre une stabilisation asymptotique robuste pour le vol vertical.

Récemment plusieurs auteurs ont utilisé la commande à mode glissant pour commander les hélicoptères drones et les hélicoptères à 4 rotors (Quadrotor), citons les travaux de [14] [16]. Ces travaux utilisent la commande à mode glissant d'ordre supérieur comme un observateur pour observer les états et les effets de perturbations externes comme la rafale de vent et le bruit.

Dans ce travail, nous traitons la conception d'une commande de vol robuste pour un modèle d'hélicoptère drone à 7DDL obtenu à l'aide de l'équation de Lagrange. Le contrôleur proposé repose sur l'approche de la commande par modes glissants d'ordre supérieur combinée avec la procédure de linéarisation approximative. Les contrôleurs par modes glissants[19] sont connus pour être très peu sensible aux signaux de perturbations externes, d'erreurs de modélisation et des variations de paramètres. La supériorité de cette technique est son applicabilité sur les systèmes non linéaires, sa simplicité, sa haute performance et son caractère robuste. Pour simplifier la synthèse du contrôleur, nous avons négligé les petits forces de translation, et nous avons considéré que la résistance de l'air sur le rotor principal et le rotor de queue comme des perturbations extérieures, le modèle simplifié est utilisé pendant la conception du contrôle.

Les principales motivations de l'étude sont les suivantes :

1. L'utilisation de l'observateur pour éviter de dériver les états mesurés qui sont nécessaires pour la commande linéarisante de l'hélicoptère drone.
2. Lorsque l'hélicoptère est soumis à des perturbations extérieures, il conviendrait de les compenser par contrôleur à base d' un observateur.
3. L'observateur doit être robuste en ce qui concerne les perturbations extérieures (rafale de vent et le bruit) et finalement, les observateurs basés sur l'identification des

F_c et τ_c	Expression Analytique
f_{xc}	$T_M u_3$
f_{yc}	$T_M u_4 + T_T$
f_{zc}	$T_M + D_{vi}$
$\tau_{xc} = \tau_\psi$	$kb_{ls} - T_M u_4 z_M$
$\tau_{yc} = \tau_\theta$	$ka_{ls} + C_T + T_M u_3 z_M$
$\tau_{zc} = \tau_\phi$	$T_T x_T$
τ_γ	$C_{mot} + C_M$

TABLE I

COMPOSANTES DU VECTEUR DE FORCES EXTERNES SIMPLIFIÉES [27]

III. CONCEPTION ET APPLICATION DE LA COMMANDE

Les expressions des forces et des couples (qui contiennent les 4 commandes $[u_1, u_2, u_3, u_4]$) sont très complexes et présentent de fortes non-linéarités. Il est alors judicieux de considérer la force de poussée T_M et les couples $\tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$ comme des entrées de commande, avant de calculer les commandes réelles. L'objectif de la commande de vol est de concevoir un pilote automatique ($T_M, \tau_\phi, \tau_\theta, \tau_\psi$) de l'hélicoptère drone pour que les trajectoires verticale, latérale, longitudinale et de l'angle de lacet suivent une trajectoire souhaitée $Y_d = (x_d, y_d, z_d)$ et ϕ_d , tel que les erreurs de suivi $e_\xi = \xi - Y_d$ et $e_\phi = \phi - \phi_d$ convergent asymptotiquement vers zéro. Le calcul des degrés relatifs donne : $r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 2$, le modèle de l'hélicoptère standard a pour dimension $n = 14$ et : $r_1 + r_2 + r_3 + r_4 = 8 < 14$, ce qui implique l'existence d'une dynamique interne. De manière à garantir la stabilité du système, il faut vérifier la stabilité de cette dynamique interne en étudiant la dynamique de zéros. Une étude en simulation sur ce modèle (6) montre que la dynamique de zéros paramétrée par $\{\theta, \psi, \gamma, \dot{\theta}, \dot{\psi}, \dot{\gamma}\}$, n'est pas asymptotiquement stable et consiste en des orbites périodiques autour de 0. Par conséquent, l'hélicoptère standard n'est pas un système à phase minimale à cause de l'existence de couplages entre le moment de roulis (resp. de tangage) et l'accélération latérale (resp. longitudinale) [5]. Les conditions nécessaires et suffisantes pour l'observation de ce système avec des inconnus sans différenciation des entrées de commande ne sont pas remplies. Pour résoudre le problème de l'observation de l'hélicoptère drone, la commande et l'observation par modes glissants d'ordre supérieur [4][22][23] sont utilisées.

A partir de (5) et en négligeant les petites forces de translation ($f_{xc} = f_{yc} = 0$), nous obtenons un modèle approché de la dynamique de translation :

$$\ddot{\xi}_a = \frac{1}{m} \left(\Re \begin{bmatrix} 0 & 0 & T_M \end{bmatrix}^T - \begin{bmatrix} 0 & 0 & mg \end{bmatrix}^T \right) \quad (6)$$

Pour diminuer la dimension de la dynamique de zéros du modèle approché (6), nous allons utiliser une procédure d'extension dynamique. Cela se fait par l'ajout de deux intégrateurs à l'entrée de commande T_M . Pour réaliser l'algorithme de commande et identifier les incertitudes, un observateur par modes glissants d'ordre 4 basé sur un différentiateur exacte et robuste d'ordre 3. L'ensemble observateur-estimateur-loi de commande constitue une approche efficace pour réguler le véhicule drone avec un nombre mi-

nimum de capteurs. Les performances de la commande-observateur sont illustrées dans une étude de simulation qui prend en compte les incertitudes des paramètres et des perturbations extérieures.

Pour simplifier les expressions, on propose le changement de variables d'entrée suivant :

$$\begin{aligned} \tilde{\tau} &= -M(\eta)^{-1}C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} - M(\eta)^{-1}G_7 + M(\eta)^{-1}J_0^T \tau_c \\ \ddot{\eta} &= \tilde{\tau} \end{aligned} \quad (7)$$

Avec ce choix, le nouveau vecteur de commande devient $\bar{w}_e = [\bar{T}_M \quad \tilde{\tau}_\psi \quad \tilde{\tau}_\theta \quad \tilde{\tau}_\phi]^T$ où $\bar{T}_M = \ddot{T}_M$.

En utilisant la procédure de la linéarisation approximative entré/sortie de la position ξ_a , nous avons la dérivée troisième de (6) :

$$\begin{bmatrix} x_a^{(3)} \\ y_a^{(3)} \\ z_a^{(3)} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} * \\ * \\ * \\ 0 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}}_{A_{e_1}} \begin{bmatrix} \dot{T}_M \\ \tilde{\tau}_\psi \\ \tilde{\tau}_\theta \\ \tilde{\tau}_\phi \end{bmatrix} \quad (8)$$

Nous remarquons que la matrice de découplage A_{e_1} est de rang 2, et donc non inversible. En prenant la dérivée quatrième de la position ξ_a , nous trouvons :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} x_a^{(4)} \\ y_a^{(4)} \\ z_a^{(4)} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix}}_{v_a} = \underbrace{\begin{bmatrix} b^p \\ b^\phi \end{bmatrix}}_{b_e} + \underbrace{\begin{bmatrix} A^p \\ A^\phi \end{bmatrix}}_{A_e} \underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{T}_M \\ \tilde{\tau}_\psi \\ \tilde{\tau}_\theta \\ \tilde{\tau}_\phi \end{bmatrix}}_{\bar{w}_e} \quad (9)$$

En suivant cet algorithme, la matrice de découplage $A_e(X)$ est maintenant de rang plein et donc inversible (si $T_M \neq 0$). Le vecteur d'état de notre système augmenté est :

$$X = \begin{bmatrix} x & y & z & \phi & \theta & \psi & \gamma & \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} & \dot{\phi} & \dot{\theta} & \dot{\psi} & \dot{\gamma} & T_M & \dot{T}_M \end{bmatrix}^T$$

d'ordre 16 et son vecteur de commande \bar{w}_e . Nous pouvons écrire le vrai système sous forme normale en utilisant $(\zeta, \tilde{\eta})$, où $\tilde{\eta} = (\tilde{\eta}_1(X) \quad \tilde{\eta}_2(X))$ est telle que la transformation $l : (\zeta, \tilde{\eta}) \mapsto X$ définisse un changement de coordonnée ayant la particularité que $\dot{\tilde{\eta}}$ ne dépende que de ζ et $\tilde{\eta}$ [24]. En définissant $\zeta_1^1 = x, \zeta_1^2 = y, \zeta_1^3 = z, \zeta_1^4 = \phi$, et $\zeta_1^p = [\zeta_1^1 \quad \zeta_1^2 \quad \zeta_1^3]^T$, $\zeta_1^\phi = \zeta_1^4$, nous avons une représentation d'état du modèle complet de l'hélicoptère avec les forces de translation d'amplitude faible (voir équation (5)) :

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1^p &= \zeta_2^p & \dot{\zeta}_1^\phi &= \zeta_2^\phi \\ \dot{\zeta}_2^p &= \zeta_3^p + H(X) & \dot{\zeta}_2^\phi &= b^\phi + A^\phi \bar{w}_e \\ \dot{\zeta}_3^p &= \zeta_4^p & \dot{\tilde{\eta}} &= f(\zeta, \tilde{\eta}) \\ \dot{\zeta}_4^p &= b^p + A^p \bar{w}_e \end{aligned} \quad (10)$$

Où : $H(X)$ représente les forces de translation d'amplitude faible.

$$H(X) = \ddot{\xi} - \ddot{\xi}_a = \frac{T_M}{m} \Re \begin{bmatrix} u_3 & u_4 + \frac{T_T}{T_M} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

Pour le système approché (9), il apparaît que la somme des degrés relatifs est : $4 + 4 + 4 + 2 = 14$ alors que sa dimension

$n_e = \dim(X) = 16$. Il existe une différence de 2, qui correspond à la dynamique du rotor principal qui reste libre et qui induit une dynamique d'ordre 2 mais qui est stable (par simulation). On peut remarquer que cette dynamique de zéro persistante n'existe pas dans l'hélicoptère étudié dans [5][10][12] car l'hélicoptère étudié ici possède 7DDL.

Nous pouvons exprimer le modèle complet (10) de la façon suivante :

$$\begin{pmatrix} Y_1^4 \\ Y_2^4 \\ Y_3^4 \\ Y_4^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d^4 x}{dt^4} \\ \frac{d^4 y}{dt^4} \\ \frac{d^4 z}{dt^4} \\ \frac{d^2 \phi}{dt^2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} d_1(X, t) \\ d_2(X, t) \\ d_3(X, t) \\ d_4(X, t) \end{pmatrix} \quad (12)$$

Où :

$d(X, t) = [d_1(X, t) \ d_2(X, t) \ d_3(X, t) \ d_4(X, t)]^T$ est la dérivée deuxième de $H(X)$ et qui représente la perturbation externe dans notre modèle,

avec $[v_1 \ v_2 \ v_3]^T = b^p + A^p \bar{w}_e$ et $v_4 = b^\phi + A^\phi \bar{w}_e$

A. Structure de la boucle externe

Nous pouvons alors utiliser, pour le système approché, la commande suivante qui le linéarise pour les nouvelles entrées de commande v_a , nous obtenons les équations suivantes [16] :

$$\begin{aligned} v_1 &= x_d^{(4)} - \lambda_{3x}(x^{(3)} - x_d^{(3)}) - \lambda_{2x}(x^{(2)} - x_d^{(2)}) \\ &\quad - \lambda_{1x}(\dot{x} - \dot{x}_d) - \lambda_{0x}(x - x_d) - z_{41}^f \\ v_2 &= y_d^{(4)} - \lambda_{3y}(y^{(3)} - y_d^{(3)}) - \lambda_{2y}(y^{(2)} - y_d^{(2)}) \\ &\quad - \lambda_{1y}(\dot{y} - \dot{y}_d) - \lambda_{0y}(y - y_d) - z_{42}^f \\ v_3 &= z_d^{(4)} - \lambda_{3z}(z^{(3)} - z_d^{(3)}) - \lambda_{2z}(z^{(2)} - z_d^{(2)}) \\ &\quad - \lambda_{1z}(\dot{z} - \dot{z}_d) - \lambda_{0z}(z - z_d) - z_{43}^f \\ v_4 &= \phi_d^2 - \lambda_5(\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) - \lambda_4(\phi - \phi_d) - z_6^f \end{aligned} \quad (13)$$

Où les variables $z_{41}^f, z_{42}^f, z_{43}^f$ et z_6^f sont les signaux filtrés de z_{41}, z_{42}, z_{43} et z_6 qui seront donnés dans la section suivante. La boucle fermée du système (12), (13) peut-être écrite de la façon suivante :

$$\begin{aligned} \dot{e} &= Ae + \tilde{d}(X, t) \\ \tilde{d} &= d - z^f \\ &= [d_1(X, t) \ d_2(X, t) \ d_3(X, t) \ d_4(X, t)]^T \\ &\quad - [z_{41}^f \ z_{42}^f \ z_{43}^f \ z_6^f]^T \end{aligned}$$

Où e est l'erreur de suivi qui est donnée par le vecteur $e = [e_1 \ e_2 \ e_3 \ e_4 \ e_5 \ e_6]^T$, $e_1 = [e_{11} \ e_{12} \ e_{13}]^T$, $e_2 = \dot{e}_1$, $e_3 = e_1^{(2)}$, $e_4 = \dot{e}_1^{(3)}$ et $e_6 = \dot{e}_5$. Le vecteur $\tilde{d}(X, t)$ représente les paramètres d'erreurs qui viennent des perturbations. La matrice A est écrite sous la forme suivante :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \\ -\lambda_0 I & -\lambda_1 I & -\lambda_2 I & -\lambda_3 I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_4 & -\lambda_5 \end{bmatrix}$$

Où I est la matrice d'identité de dimension 3×3 , les paramètres de régulation ($\lambda_0 \dots \lambda_5$) sont choisis de façon

que les valeurs propres de la matrice A soient stables. Dans le paragraphe suivant nous construisons un observateur en se basant sur un différentiateur par modes glissants d'ordre supérieur [4][22].

B. Modèle de l'observateur

Nous avons déjà vu que le modèle linéarisé de l'hélicoptère drone peut-être écrit sous la forme d'état suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\zeta}_1 &= \zeta_2 \\ \dot{\zeta}_2 &= \zeta_3 \\ \dot{\zeta}_3 &= \zeta_4 \\ \dot{\zeta}_4 &= [v_1 \ v_2 \ v_3]^T + [d_1(X, t) \ d_2(X, t) \ d_3(X, t)]^T \\ \dot{\zeta}_5 &= \zeta_6 \\ \dot{\zeta}_6 &= v_4 + d_4(X, t) \end{aligned} \quad (14)$$

avec $\zeta_1 = [x \ y \ z]$ et $\zeta_5 = \phi$

Nous proposons un observateur basé sur un différentiateur par modes glissants d'ordre supérieur pour les variables d'états $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \zeta_5$ et ζ_6 de la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\zeta}}_1 &= \hat{\zeta}_2 + L_1 |\zeta_1 - \hat{\zeta}_1|^{3/4} \text{sign}(\zeta_1 - \hat{\zeta}_1) \\ \dot{\hat{\zeta}}_2 &= \hat{\zeta}_3 + L_2 |\mu_2 - \hat{\zeta}_2|^{2/3} \text{sign}(\mu_2 - \hat{\zeta}_2) \\ \dot{\hat{\zeta}}_3 &= \hat{\zeta}_4 + L_3 |\mu_3 - \hat{\zeta}_3|^{1/2} \text{sign}(\mu_3 - \hat{\zeta}_3) \\ \dot{\hat{\zeta}}_4 &= [v_1 \ v_2 \ v_3]^T + z_4 \\ \dot{\hat{\zeta}}_5 &= \hat{\zeta}_6 + L_4 |\zeta_5 - \hat{\zeta}_5|^{1/2} \text{sign}(\zeta_5 - \hat{\zeta}_5) \\ \dot{\hat{\zeta}}_6 &= v_4 + z_6 \end{aligned} \quad (15)$$

Où :

$$\begin{aligned} z_1 &= L_1 |\zeta_1 - \hat{\zeta}_1|^{3/4} \text{sign}(\zeta_1 - \hat{\zeta}_1) \\ z_2 &= L_2 |\mu_2 - \hat{\zeta}_2|^{2/3} \text{sign}(\mu_2 - \hat{\zeta}_2) \\ z_3 &= L_3 |\mu_3 - \hat{\zeta}_3|^{1/2} \text{sign}(\mu_3 - \hat{\zeta}_3) \\ z_4 &= \alpha_4 \text{sign}(\mu_4 - \hat{\zeta}_4) \\ z_5 &= L_4 |\zeta_5 - \hat{\zeta}_5|^{1/2} \text{sign}(\zeta_5 - \hat{\zeta}_5) \\ z_6 &= \alpha_6 \text{sign}(\mu_6 - \hat{\zeta}_6) \end{aligned} \quad (16)$$

et :

$$\begin{aligned} \mu_2 &= \hat{\zeta}_2 + z_1 \\ \mu_3 &= \hat{\zeta}_3 + z_2 \\ \mu_4 &= \hat{\zeta}_4 + z_3 \\ \mu_6 &= \hat{\zeta}_6 + z_5 \end{aligned} \quad (17)$$

où z_4 est une estimation de $[d_1 \ d_2 \ d_3]^T$ et z_6 est une estimation de d_4 .

Théorème[20][16] :

L'observateur (15), (16) et (17) pour le système (14) assure en temps fini la convergence des états estimés aux états réels, c'est-à-dire $(\hat{\zeta}_1, \hat{\zeta}_2, \hat{\zeta}_3, \hat{\zeta}_4, \hat{\zeta}_5, \hat{\zeta}_6) \rightarrow (\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4, \zeta_5, \zeta_6)$. Les valeurs filtrées $z_4^f = [z_{41}^f \ z_{42}^f \ z_{43}^f]$ et z_6^f convergent à $d_{123} = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$ et d_4 dans l'intervalle de dérivabilité de d_{123} et de d_4 .

Démonstration :

La convergence de l'observateur en temps fini pour les variables $\tilde{\zeta}_5, \tilde{\zeta}_6$ est prouvée dans [3]. En prenant $\tilde{\zeta}_i = \zeta_i - \hat{\zeta}_i$ l'erreur d'observation peut-être écrite comme suit :

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\zeta}}_1 &= \tilde{\zeta}_2 - L_1 |\tilde{\zeta}_1|^{3/4} \text{sign}(\tilde{\zeta}_1) \\ \dot{\tilde{\zeta}}_2 &= \tilde{\zeta}_3 - L_2 |\mu_2 - \hat{\zeta}_2|^{2/3} \text{sign}(\mu_2 - \hat{\zeta}_2) \\ \dot{\tilde{\zeta}}_3 &= \tilde{\zeta}_4 - L_3 |\mu_3 - \hat{\zeta}_3|^{1/2} \text{sign}(\mu_3 - \hat{\zeta}_3) \\ \dot{\tilde{\zeta}}_4 &= d_{123} - \alpha_4 \text{sign}(\mu_4 - \hat{\zeta}_4)\end{aligned}\quad (18)$$

Pour prouver la convergence de l'erreur d'observation en temps fini de (15) pour $\tilde{\zeta}_1, \tilde{\zeta}_2, \tilde{\zeta}_3$ et $\tilde{\zeta}_4$, nous avons simplement besoin de réécrire la quatrième équation de (18) sous forme d'inclusion différentielle :

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\zeta}}_1 &= \tilde{\zeta}_2 - L_1 |\tilde{\zeta}_1|^{3/4} \text{sign}(\tilde{\zeta}_1) \\ \dot{\tilde{\zeta}}_2 &= \tilde{\zeta}_3 - L_2 |\mu_2 - \hat{\zeta}_2|^{2/3} \text{sign}(\mu_2 - \hat{\zeta}_2) \\ \dot{\tilde{\zeta}}_3 &= \tilde{\zeta}_4 - L_3 |\mu_3 - \hat{\zeta}_3|^{1/2} \text{sign}(\mu_3 - \hat{\zeta}_3) \\ \dot{\tilde{\zeta}}_4 &\in [-f_4^+, f_4^+] - \alpha_4 \text{sign}(\mu_4 - \hat{\zeta}_4)\end{aligned}\quad (19)$$

Cette inclusion est entendue dans le sens de Filippov [25]. La preuve de la convergence en temps fini résulte maintenant de Lemma 8 de [4]. De plus la convergence des valeurs filtrées de $z_4^f = [z_{41}^f \ z_{42}^f \ z_{43}^f]$ et z_6^f à $d_{123} = [d_1 \ d_2 \ d_3]^T$ et d_4 est dans l'intervalle de dérivabilité de d_{123} et de d_4 [20].

IV. RÉSULTATS EN SIMULATION

Dans cette section, les simulations présentent le comportement de la dynamique du modèle complet en présence des forces de translation d'amplitude faible et de la résistance de l'air, la dynamique du modèle approché est utilisée pour obtenir les lois de commande (9) et (13). Les paramètres de régulation pour le modèle de l'hélicoptère utilisé concernent l'hélicoptère drone VARIO 23cc [27]. Les valeurs initiales et désirées sont définies comme suit : $\xi_0 = (2 \ 3 \ -0.2)$, $\dot{\xi}_0 = 0$, $\phi_0 = \frac{\pi}{30}$ et $\dot{\phi}_0 = 0$. La valeur initiale adoptée pour la force de poussée est $T_M = -73.5N$. Elle est exactement égale à la force de poussée nécessaire à l'hélicoptère pour effectuer un vol stationnaire. Les valeurs de gains $(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ et (λ_4, λ_5) représentent les coefficients de polynômes $(s+10)^4$ et $(s+5)^2$, respectivement. Pour spécifier f_i^+ et α_i , les valeurs de L_i sont choisies comme suit : $L_1 = 3, L_2 = 2.5, L_3 = L_4 = 1.5$ et $\alpha_4 = \alpha_6 = 1.1$. L'application est faite avec et sans l'utilisation d'observateurs à modes glissants d'ordre supérieur pour tester la performance et la robustesse de l'observateur par mode glissant.

Nous avons proposé des trajectoires simples pour vérifier l'applicabilité des commandes conçues, les trajectoires sont présentées sur la figure 2. Nous montrons maintenant quelques résultats que nous avons obtenus par simulation. Les deux commandes (avec ou sans observateur) réussissent à stabiliser $\theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}$ et $\dot{\gamma}$.

On voit bien la différence entre les deux commandes par l'intermédiaire des erreurs de suivi (figure 3), où la commande par l'observateur à modes glissants d'ordre supérieur compense rapidement l'erreur qui vient des petites forces de translation (small body forces) et de la résistance de l'air qui déstabilisent le système.

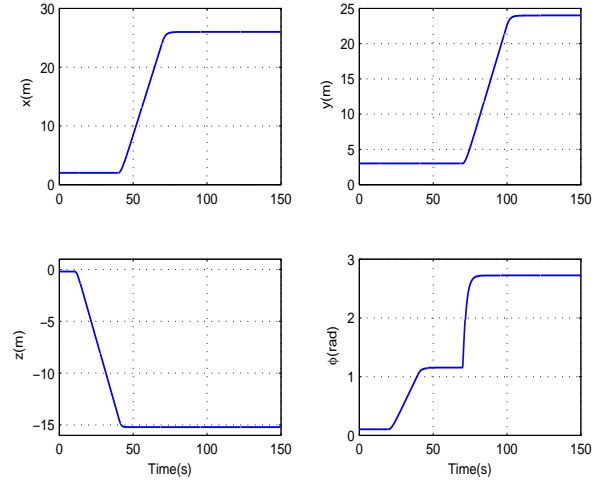


Fig. 2. Les trajectoires désirées

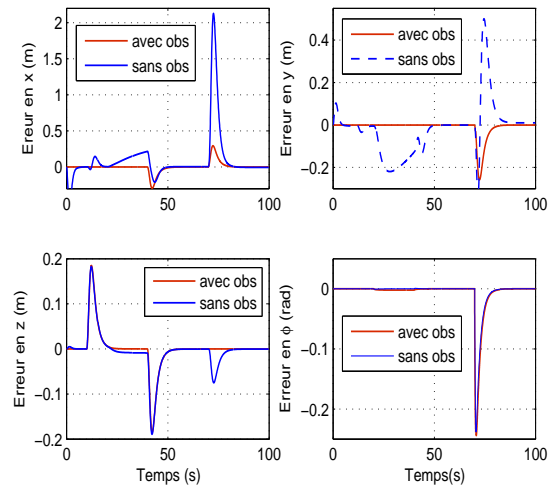


Fig. 3. Les erreurs de suivi

L'efficacité des deux types de commande est montrée sur la figure 4 où les deux commandes réussissent à stabiliser la vitesse de rotation du rotor principal à la vitesse de -130rad/s qui est la vitesse de rotation à l'équilibre pour le vol stationnaire. L'amplitude de la force de poussée T_M qui compense le poids de l'hélicoptère est montré sur la figure 4, cette valeur de T_M commande le mouvement de translation sur l'axe x . De la même façon nous voyons la variation de l'amplitude de la force de poussée du rotor de queue T_T qui assure la stabilisation de l'hélicoptère en lacet. Nous voyons bien les grandes variations du comportement du système au démarrage qui sont liées à la présence des forces de translation d'amplitude faible.

V. CONCLUSION

Nous présentons ici un modèle non linéaire d'un hélicoptère à 7DDL commandé en boucle fermée par un découplage dynamique obtenu à partir d'un modèle approché de l'hélicoptère. Pour rejeter une perturbation un observateur de perturbation par modes glissants d'ordre supérieur est

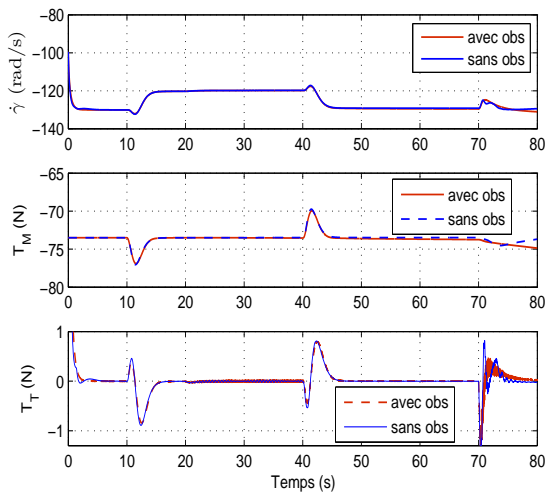


Fig. 4. La Force de poussée T_M et la vitesse de rotation du rotor principal $\dot{\gamma}$ (rad/s)

rajouté.

Les simulations montrent que la commande par observateur à modes glissants d'ordre supérieur est très efficace c'ad qu'elle permet de diminuer les erreurs de suivi de trajectoire malgré la présence des forces de translation d'amplitude faible et de la résistance de l'air.

Toutefois, sous l'effet des perturbations non linéaires (petites forces de translation), le système après sa linéarisation redevient non linéaire, l'observateur utilisé surmonte ici cette non linéarité par l'estimation de cette perturbation pour imposer les propriétés de stabilité et de robustesse désirées sur le modèle complet. La dynamique de zéros se stabilise rapidement en utilisant cette commande.

Une autre investigation est prévue en faisant une comparaison entre la commande par un observateur non linéaire à état étendu (*ADRC*) que nous avons utilisé dans [8][7] et la commande par observateur à modes glissants d'ordre supérieur pour stabiliser l'hélicoptère en présence de deux types de rafale de vent : verticale et latérale. Enfin, des résultats expérimentaux sont prévus dans les prochains mois en utilisant un hélicoptère de type Tiny CP3 monté sur une plate-forme lui conférant 5DDL, en utilisant la commande étudiée dans ce document.

RÉFÉRENCES

- [1] C. Edwards and S. Spurgeon. *Sliding Mode Control*. Taylor and Francis, London, 1998.
- [2] V.Utkin, J.Guldner, and J.Shi. *Sliding Modes in Electromechanical Systems*. Taylor and Francis, London, 1999.
- [3] J. Davila, L. Fridman, and A. Levant. Second-order sliding-mode observer for mechanical systems. *IEEE Transactions on automatic control*, 50(11) :1785–1789, 2005.
- [4] A. Levant. Higher-order sliding-modes, differentiation and output-feedback control. *Int.J. control*, 76(9) :924–941, 2003.
- [5] T.J. Koo and S. Sastry. Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization. *The 37th Conference on Decision and Control, Florida, USA*, 4 :3636–3640, 1998.
- [6] T. J. Koo and S. Sastry. Differential flatness based full authority helicopter control design. *IEEE Conference on Decision and Control, Phoenix, Arizona.*, page 1982-1987, 1999.
- [7] A. Martini, F. Léonard, and G. Abba. Robust nonlinear control and stability analysis of a 7dof model-scale helicopter under wind gust. In *IEEE/RSJ, IROS, International Conference of*

- Intelligent Robots and Systems, CD ROM.N^o.574*, pages 354–359. NICE, France, 22 -26 Septembre 2008.
- [8] A. Martini, F. Léonard, and G. Abba. Commande linéarisante robuste d'un hélicoptère drone à 7ddl, cd rom.n^o.299. In *CIFA*. Bucarest, Roumanie, 2008.
- [9] R. Lozano, P. Castillo, and A.E. Dzul. *Modeling and control of mini-flying machines*. Springer Verlag London, 2005.
- [10] R. Mahony, T. Hamel, and A. Dzul. Hover control via approximate lyapunov control for a model helicopter. *The Conference on Decision and Control, Phoenix, Arizona, USA*, pages 533–544, 1999.
- [11] R. Mahony and T. Hamel. Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter. *Int. J. Robust Nonlinear Control*, 14 :1035-1059, 2004.
- [12] E. Frazzoli, M.A. Dahleh, and E. Feron. Trajectory tracking control design for autonomous helicopters using a backstepping algorithm. *Proceedings of the American Control Conference Chicago, Illinois*, pages 4102–4107, 2000.
- [13] H. Sira-Ramirez, M. Zribi, and S. Ahmed. Dynamical sliding mode control approach for vertical flight regulation in helicopter. *IEEE Proc-Control Theory App*, 141(1) :19–24, 1994.
- [14] H. Ifassiouen, M. Guisser, and H. Medromi. Robust nonlinear control of a miniature autonomous helicopter using sliding mode control structure. *International Journal Of Applied Mathematics and Computer Sciences*, 4(1) :31–36, 2007.
- [15] H. Bouadi, M.Bouchoucha, and M. Tadjine. Sliding mode control based on backstepping approach for an uav type-quadrotor. *International Journal Of Applied Mathematics and Computer Sciences*, 4(1) :12–17, 2007.
- [16] A.Benallegue, A.Mokhtari, and L. Fridman. High-order sliding-mode observer for a quadrotor uav. *Int.J. Robust nonlinear control*, 18(4) :427–440, 2008.
- [17] A. Mokhtari, N.K. M'sirdi, K. Meghriche, and A. Belaidi. Feedback linearization and linear observer for a quadrotor unmanned aerial vehicle. *Advanced Robotics*, 20(1) :71–91, 2006.
- [18] A. Mokhtari, A. Benallegue, and Y. Orlov. Exact linearization and sliding mode observer for a quadrotor unmanned aerial vehicle. *International Journal of Robotics and Automation*, 21(1) :39–49, 2006.
- [19] S.K. Spurgeon, C.Edwards, and N.P. Foster. Robuste model reference control using a sliding mode controller/observe scheme with application to a helicopter problem. *IEEE workshop on variable structure systems*, pp 36-41, 1996.
- [20] V. Utkin. *Sliding Modes in Control and Optimization*. Springer-Verlag, 1992.
- [21] A. Vilchis. *Modélisation et Commande d'Hélicoptère*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.
- [22] L. Fridman, Y. Shtessel, C.Edwards, and X.G. Yan. Higher-order sliding-mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems. *Int.J. Robust nonlinear control(in press)*, 18(4) :399–412, 2008.
- [23] A. Bartoszewicz and A. Nowacka-Leverton. *Time-Varying Sliding Modes for Second and Third Order Systems*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. Lecture Notes in Control and Information Sciences, 2009.
- [24] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag, Berlin, 3rd edition edition, 1995.
- [25] A.Filippov. *Differential Equations with Discontinuous Right-hand Sides*. Kluwer Academic Publishers : Dordrecht, 1988.
- [26] A. Martini, F. Léonard, and G. Abba. Suivi robuste de trajectoires d'un hélicoptère drone sous rafale de vent. *CIFA (Bordeaux, France)*,CD ROM.N^o.36 2006.
- [27] A. Vilchis. *Modélisation et Commande d'Hélicoptère*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2001.
- [28] P. Mullhaupt, B. Srinivasan, J. Levine and D. Bonvin. A toy more difficult to control than the real thing. *ECC97 (Brussels, Belgique)*, CD ROM, fichier N^o440, 1997.