

# Modélisation et commande LPV d'un amortisseur magnéto-rhéologique

Anh-Lam DO\*, Jorge de Jesus LOZOYA-SANTOS\*\*, Luc DUGARD\*, Olivier SENAME\*, Ricardo Ambrocio RAMIREZ-MENDOZA\*\*, Ruben MORALES-MENENDEZ\*\*

\*GIPSA-lab, Département Automatique,  
CNRS-Grenoble INP  
ENSE3, BP 46, F-38402 St Martin d'Hères cedex, France.  
{anh-lam.do, olivier.sename, luc.dugard}@gipsa-lab.grenoble-inp.fr

\*\*Tecnológico de Monterrey, Campus Monterrey, México  
Ave. Eugenio Garza Sada 2501 Sur, Col. Tecnológico C.P. 64849, Monterrey, N.L., México.  
{jorge.lozoya, ricardo.ramirez, rmm}@itesm.mx

**Résumé**— Cet article concerne l'étude d'un amortisseur semi-actif de type Magnéto-Rhéologique. Tout d'abord un modèle de type quart-de-véhicule est représenté comme un système Linéaire à Paramètres Variants, afin de prendre en compte le comportement non linéaire de l'amortisseur. Ce modèle est validé à partir de données expérimentales obtenues au Tecnológico de Monterrey (Mexique) dans le cadre d'un projet PCP Mexique-France. Dans un second temps, une commande de type  $H_2/LPV$  est synthétisée pour le modèle LPV quart-de-véhicule obtenu afin d'améliorer la tenue de route tout en préservant un bon confort pour les passagers. Des résultats de simulation montrent l'intérêt de la méthode proposée en comparaison avec d'autres types d'approches.

**Mots-clés**— suspension semi-active, modélisation, automobile, système LPV, commande  $H_2$ .

## I. INTRODUCTION

Les amortisseurs magnéto-rhéologiques (MR) sont des composants non-linéaires dissipatifs, utilisés dans la commande de suspension semi-active, où le coefficient d'amortissement varie selon le courant électrique. La modélisation de la réponse transitoire d'un amortisseur MR et des courbes caractéristiques Force-Vitesse et Force-Débattement pose des problèmes difficiles. Il y a différentes approches pour la modélisation : signification physique des coefficients [1], coefficients liés à l'hystérésis [2], non paramétrique [3], coefficients liés à l'amortissement, à la raideur et à l'amplitude de la force [4]. Ces modèles ne conviennent pas pour la synthèse de commande.

L'approche présentée par [2], est fondée sur une tangente hyperbolique pour suivre l'hystérésis de l'amortisseur. Ce modèle a une formulation élégante et simple, mais il ne présente pas le courant électrique comme une entrée. Pourtant, si chaque coefficient est défini comme une fonction polynomiale du courant électrique, l'identification donne de très bon résultats. Ici, nous avons proposé une formulation simple, pour la commande, où le courant électrique est considéré comme une entrée de commande.

Cet article complète des travaux initiaux présentés dans [5]. Ici des résultats expérimentaux permettent de valider le modèle non-linéaire considéré pour l'amortisseur. Ce modèle est ensuite transformé en un système LPV pour définir une nouvelle stratégie de commande, de type  $H_2/LPV$ , permettant d'améliorer la tenue de route tout en

préservant un bon confort pour les passagers.

La section 2 est consacrée à la modélisation d'un amortisseur magnéto-rhéologique. La 3<sup>ème</sup> présente la formulation du modèle LPV pour l'étude de la dynamique verticale de véhicule seulement. Dans la section 4, le problème de passivité lié à l'amortisseur semi-actif est résolu. Puis la synthèse du contrôleur pour le système LPV est présentée dans la section 5. Les simulations et les résultats obtenus sont présentés dans la section 6. Quelques conclusions et perspectives terminent cette communication.

## II. MODÉLISATION D'UN AMORTISSEUR SEMI-ACTIF

Les expériences ont été effectuées sur un amortisseur MR commercial semi-actif avec un système certifié et situé dans un laboratoire professionnel d'essai pour l'automobile à *Metalsa*<sup>1</sup>. L'amortisseur considéré est actuellement utilisé sur les véhicules *Cadillac*<sup>TM</sup> 2008, Fig. 1.a.

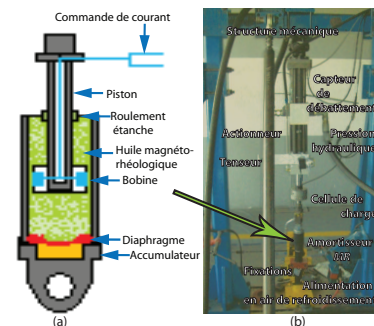


Fig. 1. Schéma de principe d'un amortisseur MR et éléments du système expérimental.

### A. Système expérimental et Procédure d'expérimentation

Le système expérimental est constitué de trois blocs principaux : un actionneur *FlexTest GT MTS*<sup>TM</sup>, une commande de courant électrique, et un système d'acquisition. L'interface homme-machine interagit avec les systèmes de commande et d'acquisition. Quelques détails sur l'équipement mécanique et de l'acquisition sont montrés dans la Fig 1.b. Les spécifications de l'actionneur sont

<sup>1</sup>www.metalsa.com.mx

de 25 kN à 3000 psi avec une bande passante de 15 Hz et une course de 150 mm. Un capteur effectue la mesure du déplacement. Le courant électrique est mesuré par l'intermédiaire d'une résistance en série avec la bobine de l'amortisseur *MR*. Une cellule de charge Instron<sup>TM</sup> délivre la force générée. Le champ de variation pour les variables du procédé est le suivant : 0 à 2.5 A pour le courant électrique,  $\pm 0.008$  m pour le déplacement du piston,  $\pm 1.8$  kN pour la force d'amortissement de l'amortisseur *MR*. La procédure d'expérimentation pour le calcul de la force d'amortissement *MR* est une question clé. Les résultats montrent que certaines configurations de procédure d'expérimentation sont plus efficaces que celles couramment appliquées dans l'identification des modèles de l'amortisseur *MR*. L'approche retenue est : un *déplacement sinusoïdal (environ 4 Hz) modulé en amplitude, d'amplitude aléatoire*, et un *signal aléatoire du courant électrique*. L'amplitude du déplacement reste constante pendant trois cycles sinusoïdaux ainsi que la fréquence. La durée de l'échelon pour le courant électrique est de 100 msec afin d'assurer l'état statique du phénomène *MR* dans le fluide. L'ensemble des données permet d'explorer complètement l'étendue de la force d'amortissement *MR*. La figure 2 présente des données expérimentales sur l'intervalle de temps [30-33] sec.

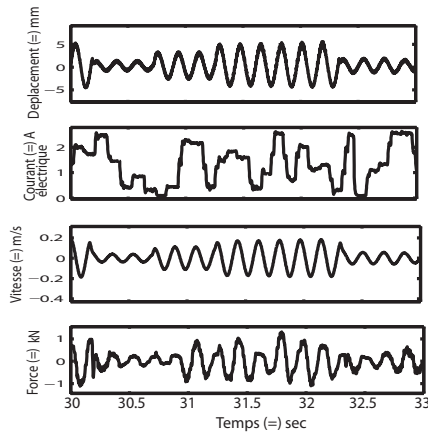


Fig. 2. Données obtenues lors de l'expérimentation.

### B. Modélisation de l'amortisseur MR

Le modèle est fondé sur le principe d'un amortisseur passif avec un fluide *MR*, ce qui est équivalent à mettre en parallèle un amortisseur passif et un amortisseur dont le coefficient d'amortissement varie en fonction du courant injecté dans la bobine. Le modèle proposé (1) est de type semi-physique, ses coefficients étant liés à des mesures réelles de raideur et d'amortissement. Il est issu d'un modèle plus général (voir [6])

$$F_{mr} = I \cdot (y_{mr} \cdot \tanh(c_{mr}\dot{q} + k_{mr}q)) + c_v\dot{q} + k_vq(1)$$

où  $q$  est le débattement et  $\dot{q}$  est la vitesse de débattement de l'amortisseur,  $y_{mr}$  est la force dans la limite d'élasticité,  $c_{mr}$  est le coefficient de amortissement après la limite d'élasticité,  $k_{mr}$  est le coefficient de raideur après la limite d'élasticité,  $c_v$  et  $k_v$  sont les coefficients d'amortissement et de raideur de l'amortisseur passif (pour  $I = 0$ ).

Les hypothèses sont les suivantes : (1) la force dans la limite d'élasticité est proportionnelle au courant électrique, et (2) les coefficients de raideur et d'amortissement sont indépendants du phénomène *MR*.

### C. Validation de modèle et performance

Un ensemble de coefficients a été obtenu par l'identification et la validation croisée des données réelles. Ce modèle est validé par les courbes obtenues, qui suivent de façon précise les mesures expérimentales de l'amortisseur (cf. Fig 3.a). L'erreur de prédiction devient grande pour des hautes fréquences (force variant rapidement) (cf. Fig 3.b). Le modèle suit la courbe Force-vitesse avec précision pour différentes valeurs de vitesse et de force (cf. Fig 3.c). Les coefficients obtenus sont les suivants :  $y_{mr} = 457.04$  N/A,  $c_{mr} = 13.76$  sec/m,  $k_{mr} = 10.54$  1/m,  $c_v = 810.7758$  N sec/m, et  $k_v = 620.7933$  N/m. La qualité du modèle est mesurée par l'indice ESR, (Error-to-Signal-Ratio, [3]). Le taux moyen ESR du modèle est de 7 %, le taux maximum ESR est de 20 % sur toutes les données réelles.

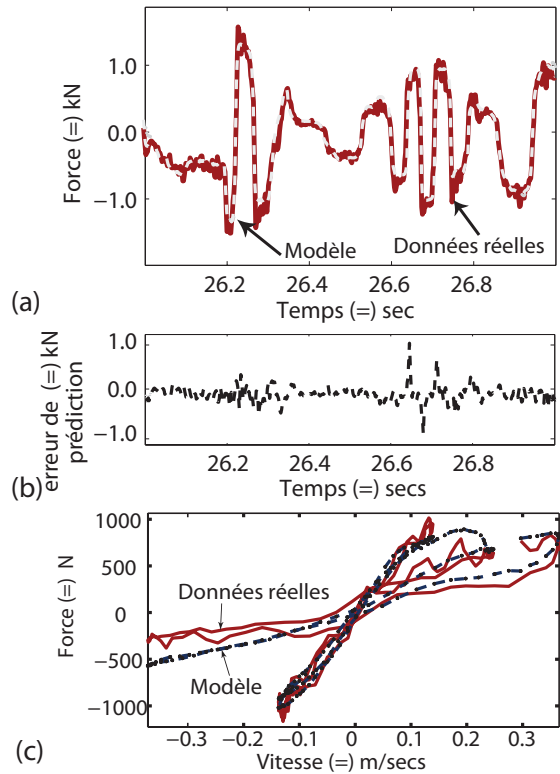


Fig. 3. Réponse transitoire.

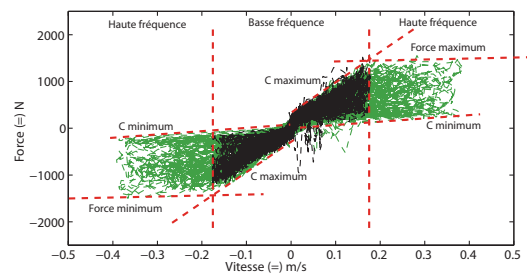


Fig. 4. Courbe force - vitesse.

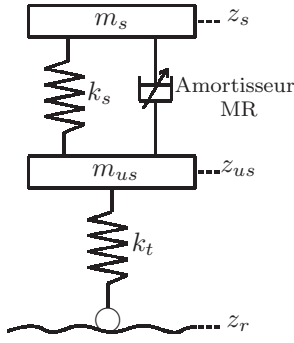


Fig. 5. Modèle 1/4 de véhicule avec un amortisseur MR semi-actif.

### III. FORMULATION DU PROBLÈME

#### A. Description du système

Considérons un modèle simple 1/4 de véhicule se composant d'une masse suspendue ( $m_s$ ) et d'une masse non-suspendue ( $m_{us}$ ). Les deux masses sont reliées par un ressort de raideur  $k_s$  et un amortisseur semi-actif. La roue est représentée comme un ressort de raideur  $k_t$ . Dans ce modèle,  $z_s$  ( $z_{us}$ , respectivement) est le déplacement vertical de  $m_s$  ( $m_{us}$ , respectivement) autour de sa position statique,  $z_r$  représente le profil vertical du sol. Le contact roue-route est supposé permanent.

Les dynamiques de la suspension passive sont données par :

$$\begin{cases} m_s \ddot{z}_s &= -F_{spring} - F_{mr} \\ m_{us} \ddot{z}_{us} &= F_{spring} + F_{mr} - k_t(z_{us} - z_r) \end{cases} \quad (2)$$

où  $z_{def} = z_s - z_{us}$  et  $\dot{z}_{def} = \dot{z}_s - \dot{z}_{us}$ .

Les efforts ( $F_{spring}$ ,  $F_{mr}$ ) dans les équations dynamiques ci-dessus sont les parties dynamiques des efforts réels :  $F_{spring} = k_s z_{def}$  et  $F_{mr}$  est donnée par Eq. (1) avec  $q = z_{def}$  et les valeurs des paramètres donnés dans II-C.

Dans la suite, afin de mieux souligner la commande de l'amortisseur, le courant  $I$  sera désigné comme l'entrée de commande. Notons que pour satisfaire la contrainte de passivité, on a  $0 \leq I_{min} \leq I \leq I_{max} \leq 2.5$ . Les valeurs  $I_{min}$  et  $I_{max}$  sont choisies selon le modèle de véhicule étudié.

Le quart de véhicule étudié dans cet article correspond au "Renault Mégane Coupé" (voir [7]). Les paramètres sont  $m_s = 315$  kg,  $m_{us} = 37.5$  kg,  $k_s = 29500$  N/m,  $k_t = 210000$  N/m. Pour ce modèle, on choisit  $I_{min} = 0$  [A] et  $I_{max} = 2$  [A].

#### B. Formulation de modèle LPV

Le modèle non-linéaire (1)-(2) se ré-écrit dans le cadre de l'approche LPV. Définissant :

$$\rho_1 = \tanh(c_{mr} \dot{z}_{def} + k_{mr} z_{def}) \quad (3)$$

la représentation d'état du modèle 1/4 de véhicule peut être déduite comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_s = A_s x_s + B_s \rho_1 I + B_{s1} w \\ y = C_s x_s \end{cases} \quad (4)$$

où

$$x_s = (z_s, \dot{z}_s, z_{us}, \dot{z}_{us})^T, \quad w = z_r, \quad y = z_s - z_{us}.$$

$$A_s = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k_s+k_v}{m_s} & -\frac{c_v}{m_s} & \frac{k_s+k_v}{m_s} & \frac{c_v}{m_s} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k_s+k_v}{m_{us}} & \frac{c_v}{m_{us}} & -\frac{k_s+k_v+k_t}{m_{us}} & -\frac{c_{mr}}{m_{us}} \end{pmatrix}$$

$$B_s = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{y_{mr}}{m_s} \\ 0 \\ \frac{y_{mr}}{m_{us}} \end{pmatrix}, \quad B_{s1} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{k_t}{m_{us}} \end{pmatrix}, \quad C_s = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}^T$$

#### C. Reformulation de modèle

De façon à satisfaire la contrainte de passivité, la commande  $I$  doit être positive ( $0 < I_{min} \leq I \leq I_{max}$ ). Pour éviter ce problème, une nouvelle commande  $u$  est définie ( $u = I - I_0$  où  $I_0$  est la valeur moyenne de  $I$ , i.e  $I_0 = (I_{min} + I_{max})/2 = 1$  [A]). La contrainte de passivité est maintenant transformée en contrainte de saturation sur  $u$  ( $u \in [-I_0; +I_0]$ ). Avec ces modifications, la représentation d'état du modèle 1/4 de véhicule est :

$$P : \begin{cases} \dot{x}_s = (A_s + B_{s2} \frac{\rho_1}{C_{s2} x_s} C_{s2}) x_s + B_s \rho_1 u + B_{s1} w \\ y = C_s x_s \end{cases} \quad (5)$$

où

$$B_{s2} = \begin{pmatrix} 0; -\frac{I_0 y_{mr}}{m_s}; 0; \frac{I_0 y_{mr}}{m_{us}} \end{pmatrix}^T, \quad C_{s2} = \begin{pmatrix} k_{mr}; c_{mr}; -k_{mr}; -c_{mr} \end{pmatrix}^T$$

#### IV. MODÉLISATION LPV PRENANT EN COMPTE LA SATURATION DE LA COMMANDE

Dans Eq. (5) la matrice des entrées de commande  $B_s \rho_1$  est dépendante des paramètres, ce qui n'est pas compatible avec la solution pour le problème  $H_2/LPV$  [8], [9]. Ce problème peut être résolu en ajoutant un filtre strictement propre dans Eq. (5) pour que la matrice des entrées de commande soit indépendante de paramètres (voir [9]).

$$F : \begin{pmatrix} \dot{x}_f \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_f & B_f \\ C_f & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_f \\ u_c \end{pmatrix} \quad (6)$$

où  $A_f$ ,  $B_f$ ,  $C_f$  sont les matrices constantes.

A partir des Eq. (5)-(6) et définissant  $\rho_2 = \frac{\rho_1}{C_{s2} x_s}$ , le modèle orienté pour la commande est représenté par un système LPV avec deux paramètres variants  $\rho_1$  et  $\rho_2$  (notons que  $\rho_1$  et  $\rho_2$  ne sont pas indépendants) :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\rho_1, \rho_2) x + B u_c + B_1 w \\ y = C x \end{cases} \quad (7)$$

où

$$x = \begin{pmatrix} x_s^T & x_f^T \end{pmatrix}^T$$

$$A(\rho_1, \rho_2) = \begin{pmatrix} A_s + \rho_2 B_{s2} C_{s2} & \rho_1 B_s C_f \\ 0 & A_f \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ B_f \end{pmatrix}, \quad B_1 = \begin{pmatrix} B_{s1} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} C_s \\ 0 \end{pmatrix}^T$$

$$\rho_1 = \tanh(C_{s2} x_s) \in [-1; 1]$$

$$\rho_2 = \frac{\tanh(C_{s2} x_s)}{C_{s2} x_s} \in [0; 1]$$

Dans cette étude, le système LPV (7) est utilisé pour la synthèse d'un contrôleur LPV en considérant l'ensemble convexe des paramètres bornés ( $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ). Mais cette formulation ne prend pas en compte la contrainte de saturation sur

$u$ . Dans ce but, le système (7) (composé d'un filtre et d'un quart de véhicule) est modifié en ajoutant une contrainte de saturation (Eq. (8)) comme dans la Fig. 6



Fig. 6. Conception linéaire avec la contrainte de saturation sur  $u$ .

où

$$u = \text{sat}(u_f) = \begin{cases} F_0 & \text{si } u_f > F_0 \\ u_f & \text{si } -F_0 \leq u_f \leq F_0 \\ -F_0 & \text{si } u_f < -F_0 \end{cases} \quad (8)$$

Pour appliquer l'approche LPV, la fonction de saturation  $\text{sat}(u_f)$  est approchée par une fonction tangente hyperbolique :

$F_0 \tanh(\frac{u_f}{F_0})$  ou  $F_0 \tanh(\frac{C_f x_f}{F_0})$ . La représentation d'état de la fonction de transfert de  $u_c$  vers  $u$  est :

$$F_1 : \begin{pmatrix} \dot{x}_f \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_f & B_f \\ C_f \rho_3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_f \\ u_c \end{pmatrix} \quad (9)$$

$$\text{où } \rho_3 = \frac{\tanh(\alpha)}{\alpha} \text{ et } \alpha = \frac{C_f x_f}{F_0}$$

Ceci mène à une modification du modèle (7) avec des nouveaux paramètres variants  $\rho_1^* = \rho_1 \rho_3$  et  $\rho_2^* = \rho_2$  :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\rho_1^*, \rho_2^*)x + Bu_c + B_1 w \\ y = Cx \end{cases} \quad (10)$$

On note également que  $\rho_1^*$  et  $\rho_2^*$  ne sont pas indépendants.

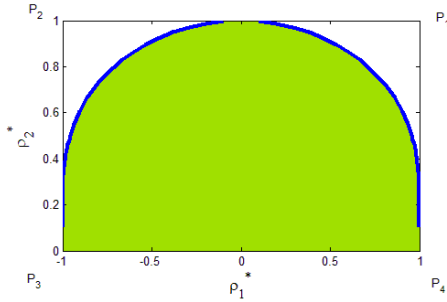


Fig. 7. Ensemble de  $(\rho_1^*, \rho_2^*)$  (zone grisée + courbe) et ensemble de  $(\rho_1, \rho_2)$  (courbe).

## V. SYNTHÈSE DU CONTRÔLEUR

Les spécifications de performance se trouvent dans [10] :

- *Confort en basse fréquence* : Le gain maximal de la réponse fréquentielle  $z_s/z_r$  dans [0-5] Hz doit être inférieur à 1.8.
- *Confort en haute fréquence* : La réponse fréquentielle  $\ddot{z}_s/z_r$  doit être petite dans [5-20] Hz.
- *Tenue de route* : Le gain maximal de la réponse fréquentielle  $z_{us}/z_r$  dans [0-20] Hz doit être petit. De plus,  $(z_{us} - z_r)/z_r$  (i.e. la force de contact) doit être petite dans [0-20] Hz.
- *Sollicitation de la suspension* : La réponse fréquentielle  $z_{def}/z_r$  doit être limitée dans [0-20] Hz pour préserver la suspension et assurer une bonne tenue de route.

Comme le profil de route est un signal aléatoire, la commande  $H_2/LPV$  est une bonne méthode pour réaliser un contrôleur qui satisfait les objectifs ci-dessus. La tenue de route étant l'objectif privilégié, la sortie à contrôler  $z = z_{us}$  est un bon choix pour ce problème, même si elle n'est pas mesurée (ou facile à mesurer).

### A. Système LPV et $H_2/LPV$ contrôleur

*Définition 1* : Système LPV.

Un système LPV est décrit par les équations d'état :

$$\Sigma(\theta) : \begin{pmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(\theta) & B_1(\theta) & B_2(\theta) \\ C_1(\theta) & D_{11}(\theta) & D_{12}(\theta) \\ C_2(\theta) & D_{21}(\theta) & D_{22}(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ w \\ u \end{pmatrix} \quad (11)$$

où  $x$ ,  $w$  et  $u$  définissent l'état, l'entrée exogène et l'entrée de commande, respectivement ;  $z$  et  $y$ , la sortie à commander et la sortie mesurée, respectivement.  $\theta(\cdot) \in \Theta$  est l'ensemble des paramètres variants.  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_1 \in \mathbb{R}^{n \times n_w}$ ,  $B_2 \in \mathbb{R}^{n \times n_u}$ ,  $C_1 \in \mathbb{R}^{n_z \times n}$ ,  $D_{11} \in \mathbb{R}^{n_z \times n_w}$ ,  $D_{12} \in \mathbb{R}^{n_z \times n_u}$ ,  $C_2 \in \mathbb{R}^{n_y \times n}$ ,  $D_{21} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_w}$  et  $D_{22} \in \mathbb{R}^{n_y \times n_u}$  sont affines en  $\theta$ .

*Définition 2* : Contrôleur  $H_2/LPV$ .

Un contrôleur LPV est décrit par les équations d'état :

$$K(\theta) : \begin{pmatrix} \dot{x}_c \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_c(\theta) & B_c(\theta) \\ C_c(\theta) & D_c(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_c \\ y \end{pmatrix} \quad (12)$$

où  $x_c$ ,  $y$  et  $u$  sont l'état, l'entrée et la sortie du contrôleur, respectivement, associé avec le système LPV (11).  $\theta(\cdot) \in \Theta$  est l'ensemble des paramètres variants, associé avec le contrôleur.  $A_c \in \mathbb{R}^{n_c \times n_c}$ ,  $B_c \in \mathbb{R}^{n_c \times n_y}$ ,  $C_c \in \mathbb{R}^{n_u \times n_c}$  et  $D_c \in \mathbb{R}^{n_u \times n_y}$ .

Le problème  $H_2$ -généralisé pour le système LVP  $\Sigma(\theta)$  est de trouver un contrôleur LPV  $K(\theta)$  tel que le système en boucle fermée soit quadratiquement stable et tel que, pour un scalaire réel positif  $\gamma$  donné, la norme induite  $L_2$ -  $L_\infty$  de  $w$  vers  $z$  soit bornée par  $\gamma$  pour toutes les trajectoires possibles de  $\theta$ .

Le contrôleur LPV est obtenu en résolvant un problème LMI (voir [9], [11]). Pour un ensemble polytopique des paramètres variants, la solution à chaque sommet du polytope donne un contrôleur. Le contrôleur global est la combinaison convexe de ces contrôleurs.

$$K(\theta) = \text{Co} \left\{ \begin{pmatrix} A_{c_k} & B_{c_k} \\ C_{c_k} & D_{c_k} \end{pmatrix} \right\} \quad (13)$$

où  $k = 1 : 2^i$ ,  $i$  est le nombre de sommets du polytope,  $\begin{pmatrix} A_{c_k} & B_{c_k} \\ C_{c_k} & D_{c_k} \end{pmatrix}$  est le contrôleur correspondant au  $k^{\text{ème}}$  sommet (voir [9]).

### B. Spécifications pour la synthèse du contrôleur

La structure de commande se trouve dans la Fig. 8. Avec les objectifs de performance mentionnés, la sortie à commander est  $z = z_{us}$  et la sortie utilisée pour le calcul de la commande est  $z_{def}$ . Le système augmenté pour la synthèse LPV du contrôleur est :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(\rho_1^*, \rho_2^*)x + Bu_c + B_1 w \\ z = C_1(\rho_1^*, \rho_2^*)x \\ y = Cx \end{cases} \quad (14)$$

où

$$x = \begin{pmatrix} x_s & x_f \end{pmatrix}^T$$

$$A(\rho_1^*, \rho_2^*) = \begin{pmatrix} A_s + \rho_2^* B_{s2} C_{s2} & \rho_1^* B_s C_f \\ 0 & A_f \end{pmatrix},$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ B_f \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} B_{s1} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C_1(\rho_1^*, \rho_2^*) = \begin{pmatrix} C_{s1} & 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} C_s & 0 \end{pmatrix}$$

$$C_{s1} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$C_s = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

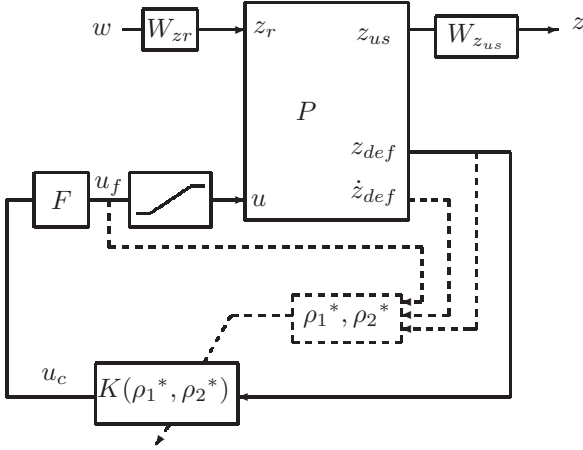


Fig. 8. Bloc diagramme pour la commande de suspension semi-active.

Notons que  $F(s) = \frac{100}{s+100}$  est choisi avec une bande passante suffisamment large.

Pour la spécification de performances, les fonctions de pondération sont choisies comme suit :

$$W_{z_{us}} = 0.5 \frac{2\pi f}{s+2\pi f} \text{ avec } f = 11 \text{ Hz}, W_{z_r} = 3 \times 10^{-2}.$$

A cause de la dépendance entre les paramètres variants  $\rho_1$  et  $\rho_2$ , l'ensemble des paramètres  $(\rho_1^*, \rho_2^*)$  n'est pas un polytope. Dans cette étude préliminaire,  $\rho_1^*$  et  $\rho_2^*$  sont considérés comme des paramètres indépendants et  $(\rho_1^*, \rho_2^*)$  appartient à un polytope dont les sommets sont  $P_1 = (1, 1)$ ,  $P_2 = (-1, 1)$ ,  $P_3 = (-1, 0)$ ,  $P_4 = (1, 0)$ . Le contrôleur pour ce système LPV est calculé en utilisant la méthode  $H_2/LPV$  - approche polytopique (présentée ci-dessus).

## VI. SIMULATION ET RÉSULTATS

Pour la simulation, la force du ressort est une fonction non-linéaire de  $z_{def}$  (voir [7]). Dans la suite, les différents cas sont considérés pour l'évaluation de la performance de la méthodologie proposée.

- "Passif" = Renault Mégane Car avec un amortisseur passif optimisé.
- "SH-ADD" = Renault Mégane Car avec un amortisseur semi-actif dont le coefficient d'amortissement est piloté par l'algorithme SH-ADD (voir [12]).
- " $H_2/LPV$  Control" = Renault Mégane Car avec un amortisseur contrôlé par la méthodologie proposée.

Pour une simulation "réaliste", les forces totales d'amortissement dans les deux cas "SH-ADD" et " $H_2/LPV$ " sont limitées dans la région atteignable de l'amortisseur réel (voir Fig. 4).

Le critère utilisé pour l'évaluation est la mesure de la densité de puissance spectrale (PSD) des réponses fréquentielles  $(\ddot{z}_s/z_r, (z_{us} - z_r)/z_r, z_{def}/z_r)$  par rapport

à la taille du profil sinusoïdal de route  $z_r = \pm 1.5 \text{ cm}$  dont la fréquence varie (voir [13]).

$$PSD_{f_1 \rightarrow f_2}(x) = \int_{f_1}^{f_2} x(f) df \quad (15)$$

Signal	PSD Passive	$I_p$ : Amélioration en %	
		SH-ADD	$H_2/LPV$
$\ddot{z}_s/z_r$	4476	12.09%	13.16%
$(z_{us} - z_r)/z_r$	10.58	18.29%	23.50%
$z_{def}/z_r$	18.39	17.81%	15.43%

TABLE I

COMPARAISON DE PSD AVEC L'AMORTISSEUR PASSIF.

Signal	Passif	SH-ADD	$H_2/LPV$
Max $z_s/z_r$	1.87	1.14	1.53
Max $z_{us}/z_r$	5.22	4.16	3.53

TABLE II

COMPARAISON DE GAIN MAXIMAL AVEC L'AMORTISSEUR PASSIF.

Dans le tableau I, le critère pour la comparaison de la PSD par rapport au cas passif est donné comme suit :

$$I_p = \frac{\text{PSD passive} - \text{PSD X}}{\text{PSD passive}} \quad (16)$$

où X représente soit  $SH-ADD$ , soit  $H_2/LPV$ .

Dans le tableau I, le contrôleur  $H_2/LPV$  assure une meilleure tenue de route, un meilleur confort et une meilleure sollicitation de suspension par rapport au cas passif dans toutes les plages de fréquence considérées. Par rapport au contrôleur SH-ADD, le  $H_2/LPV$  donne un bon confort et une meilleure tenue de route, mais la sollicitation de la suspension est un peu plus grande.

Dans le tableau II, le gain maximal dans le cas  $H_2/LPV$  est plus petit que 1.8, i.e., un bon confort en basses fréquences et dans ce cas, le  $SH-ADD$  donne le meilleur confort. Pour la tenue de route, le contrôleur  $H_2/LPV$  donne le meilleur résultat. L'amortisseur MR améliore naturellement la tenue de route par rapport à l'amortisseur passif optimisé; allié à une commande de type  $H_2/LPV$ , il permet de garantir également un bon confort sans dégrader notablement la tenue de route. Globalement, la solution offre le meilleur compromis.

## VII. CONCLUSION

Une nouvelle méthode de type  $H_2/LPV$  pour la commande des suspensions semi-actives a été proposée. Les simulations ont été faites avec un modèle vertical, simplifié, non linéaire validé par des données expérimentales. Les résultats fréquentiels montrent que les objectifs de performance peuvent être atteints tout en satisfaisant la contrainte de passivité.

Dans les travaux futurs, la réduction du conservatisme de la solution (concernant la dépendance des paramètres variants) dans la synthèse du contrôleur sera étudiée pour améliorer la performance du système en boucle fermée.

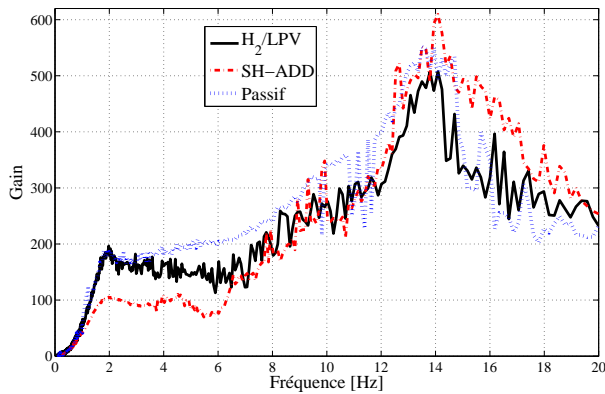


Fig. 9. Réponses fréquentielles  $\ddot{z}_s/z_r$ .

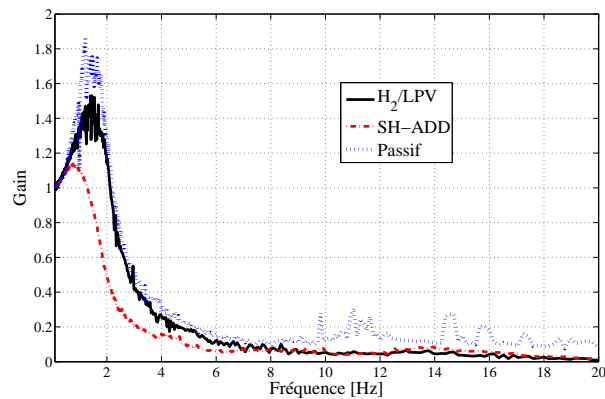


Fig. 10. Réponses fréquentielles  $z_s/z_r$ .

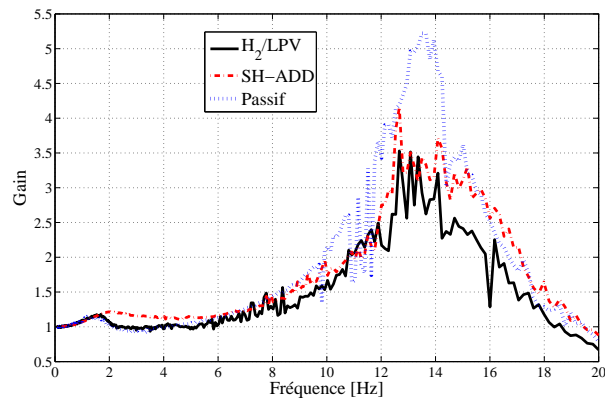


Fig. 11. Réponses fréquentielles  $z_{us}/z_r$ .

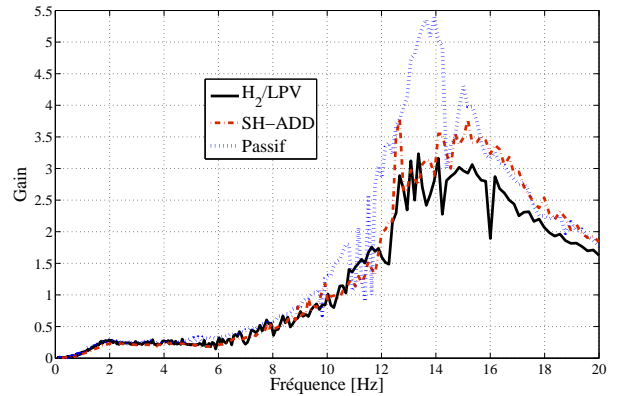


Fig. 12. Réponses fréquentielles  $(z_{us} - z_r)/z_r$ .

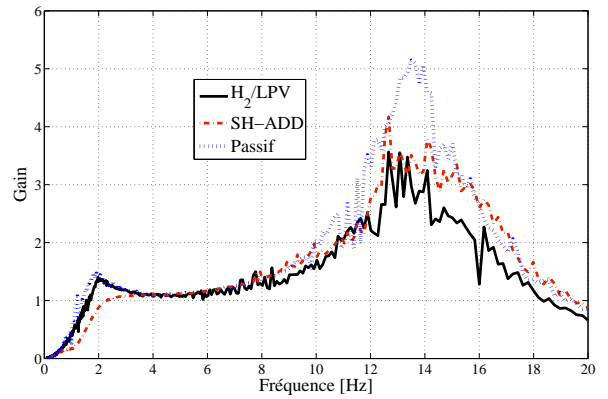


Fig. 13. Réponses fréquentielles  $z_{def}/z_r$ .

Une loi de commande avec un critère multi-objectif sera également développée pour obtenir un meilleur compromis entre le confort et la tenue de route.

#### RÉFÉRENCES

- [1] B. S. Jr, S. Dyke, M. Sain, and J. Carlson, "Phenomenological model of a mr damper," *J. Engrg Mech.*, vol. 123, no. 3, pp. 230–238, 1997.
- [2] S. Guo, S. Yang, and C. Pan, "Dynamic modeling of magneto-rheological damper behaviors," *Journal of Intelligent Material Systems And Structures*, vol. 17, pp. 3–14, January 2006.
- [3] S. Savaresi, S. Bittanti, and M. Montiglio, "Identification of semi-physical and black-box models : the case of MR-dampers for vehicles control," *Automatica*, vol. 41, pp. 113–117, 2005.
- [4] S. B. Choi and K. G. Sung, "Vibration control of magneto-rheological damper system subjected to parameter variations," *Int. J. Vehicle Design*, vol. 46, no. 1, pp. 94–110, 2008.
- [5] A. L. Do, O. Sename, L. Dugard, S. Aubouet, and R. A. Ramirez-Mendoza, "An lpv approach for semi-active suspension control," in *11th Pan-American Congress of Applied Mechanics - PACAM XI*, Foz do Iguacu, Paraná - BRAZIL, January 2010.
- [6] J. Lozoya-Santos, J. A. Ruiz-Cabrera, R. Morales-Méndez, R. Ramírez-Mendoza, and V. Diaz-Salas, "Building training patterns for modelling mr dampers," in *ICINCO-SPSMC*, 2009, pp. 156–161.
- [7] A. Zin, O. Sename, M. Basset, L. Dugard, and G. Gissinger, "A nonlinear vehicle bicycle model for suspension and handling control studies," in *Proceedings of the IFAC Conference on Advances in Vehicle Control and Safety (AVCS)*, Genova, Italy, october 2004, pp. 638–643.
- [8] P. Apkarian and P. Gahinet, "A convex characterization of gain scheduled  $\mathcal{H}_\infty$  controllers," *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 40, no. 5, pp. 853–864, may 1995.
- [9] C. Poussot-Vassal, "Robust multivariable linear parameter varying automotive global chassis control," PhD Thesis (in English), Grenoble INP, GIPSA-lab, Control System dpt., Grenoble, France, September 2008.
- [10] C. Poussot-Vassal, O. Sename, L. Dugard, P. Gáspár, Z. Szabó, and J. Bokor, "New semi-active suspension control strategy through LPV technique," *Control Engineering Practice*, vol. 16, no. 12, pp. 1519–1534, December 2008.
- [11] C. Scherer, P. Gahinet, and M. Chilali, "Multiobjective output-feedback control via LMI optimization," *IEEE Transaction on Automatic Control*, vol. 42, no. 7, pp. 896–911, july 1997.
- [12] S. Savaresi and C. Spelta, "Mixed sky-hook and ADD : Approaching the filtering limits of a semi-active suspension," *ASME Transactions : Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, vol. 129, no. 4, pp. 382–392, 2007.
- [13] D. Sammier, O. Sename, and L. Dugard, "Skyhook and  $\mathcal{H}_\infty$  control of active vehicle suspensions : some practical aspects," *Vehicle System Dynamics*, vol. 39, no. 4, pp. 279–308, april 2003.