

Du PID généralisé à la commande CRONE : application à la commande d'un procédé électrohydraulique

XAVIER MOREAU¹, ROY ABI ZEID DAOU^{1,3} ET CLOVIS FRANCIS²

¹ : Laboratoire IMS, Département LAPS – UMR 5218 CNRS
Université Bordeaux 1, 351 cours de la libération, 33405 Talence Cedex, France

² : Faculté de Génie I, Université Libanaise, Tripoli, Libanon

³ : Département de Technologies Biomédicales, Faculté de Santé, Lebanese German University, Sahel Alma -
P.O. Box: 206, Jounieh, Libanon

xavier.moreau@ims-bordeaux.fr
www.ims-bordeaux.fr

Résumé — Cet article présente une étude comparative entre deux approches en matière de commande d'ordre non entier. La première consiste à fixer a priori la structure du régulateur, à savoir un PID généralisé sous sa forme cascade. La seconde n'impose pas de structure a priori du régulateur, celle-ci étant déduite de la mise en forme de la boucle telle que développée dans le cadre de la commande CRONE. Après avoir traduit les spécifications du cahier des charges, point de départ pour les deux approches, en spécifications pour la boucle ouverte, puis en contraintes sur le gain et la phase du régulateur, ces deux approches sont appliquées à un procédé électrohydraulique incertain.

Mots-clés— Calcul fractionnaire, dérivation non entière, Commande CRONE, PID généralisé.

I. INTRODUCTION

En raison de sa facilité de mise en œuvre, le régulateur PID est aujourd'hui l'élément en matière de commande le plus utilisé dans l'industrie. Depuis les travaux de Ziegler et de Nichols présentés en 1942 [1], de nombreuses méthodes de synthèses ont été développées [2], [3].

Par ailleurs, l'introduction du calcul fractionnaire dans les Sciences Physiques et de l'Ingénieur n'a cessé d'augmenter. En effet, si le concept et le formalisme mathématique de la dérivation non entière (réelle ou complexe) sont issus des travaux de mathématiciens célèbres tels que Laplace, Liouville, Abel, Riemann et Cauchy, remontant ainsi au début du XIX^{ème} siècle [4], sa synthèse et ses applications relèvent des contributions scientifiques de la seconde moitié du XX^{ème} siècle et du début du XXI^{ème} siècle [5] [6] [7] [8] [9] [10].

En ce qui concerne le domaine de la commande, l'introduction du calcul fractionnaire (inspiré des travaux de Bode), date de 1961 avec les travaux de Manabe [11], puis ceux d'Oustaloup en 1975 [12] avec l'asservissement d'ordre 3/2 de la fréquence d'un laser à colorant continu réalisé pour des expériences de spectroscopie à haute résolution, travaux qui sont à l'origine des développements dont la commande CRONE [9] fait l'objet depuis cette époque.

Plus récemment, Podlubny [13] a proposé une généralisation

du régulateur PID, dont l'expression de sa fonction de transfert $C(s)$ sous une forme parallèle est donnée par :

$$C(s) = k_p + \frac{k_i}{s^\lambda} + k_d s^\mu, \quad (1)$$

en étendant les ordres d'intégration λ et de dérivation μ du corps des entiers à celui des réels. Ces travaux ont été le point de départ de nombreuses publications sur ce sujet [14] [15] [16] [17] [18].

C'est dans ce contexte que s'inscrit cet article. Plus précisément, deux approches en matière de commande sont comparées. La première consiste à fixer a priori la structure du régulateur, à savoir un PID généralisé dont la forme cascade est donnée par :

$$C(s) = C_0 C_I(s) C_D(s), \quad (2)$$

avec
$$C_I(s) = \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_i}}{\frac{s}{\omega_i}} \right)^\lambda \quad (3)$$

et
$$C_D(s) = \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_b}}{1 + \frac{s}{\omega_h}} \right)^\mu, \quad (4)$$

où ω_b , ω_h et ω_i sont les fréquences transitionnelles, C_0 une constante, λ et μ des ordres appartenant au corps des réels.

La seconde n'impose pas de structure a priori du régulateur, celle-ci étant déduite de la mise en forme de la boucle (loop shaping) telle que développée dans le cadre de la commande CRONE. Ainsi, les spécifications du cahier des charges, point de départ pour les deux approches, sont traduites en spécifications pour la mise en forme de la boucle ouverte, puis en contraintes sur le gain et la phase pour le PID généralisé. La détermination des 6 paramètres de synthèse de haut niveau qui caractérisent le PID généralisé se fait de manière optimale. Dans un premier temps, les valeurs nécessaires pour initialiser le vecteur $\underline{\theta}$ des paramètres du régulateur sont déterminées en considérant les 2 ordres d'intégration λ et de dérivation μ unitaires, les autres paramètres étant déterminés à partir d'une méthode classique

de placement en fréquence d'un PID traditionnel. Ensuite, tous les paramètres font l'objet d'une détermination optimale à partir des valeurs initiales déterminées précédemment et des contraintes sur le gain et la phase issues des spécifications du cahier des charges. Cette démarche est appliquée à la commande d'un procédé électrohydraulique incertain, les performances obtenues étant comparées à celles obtenues avec la commande CRONE.

Cet article est donc organisé de la manière suivante. Compte tenu du contexte général présenté en introduction, le paragraphe 2 s'attache à traduire les spécifications du cahier des charges en spécifications pour la boucle ouverte, puis en contraintes sur le gain et la phase du régulateur. Ensuite, le paragraphe 3 présente les méthodes pour la détermination des paramètres de synthèse de haut niveau, tant pour le PID généralisé que pour la commande CRONE. Puis, après avoir développé la modélisation du procédé électrohydraulique, les valeurs numériques des paramètres des deux lois de commande sont déterminées au paragraphe 4. Une comparaison des performances obtenues est alors présentée au paragraphe 5. Enfin, les conclusions sont données au paragraphe 6.

II. METHODES DE SYNTHÈSE

A. Traduction des spécifications du cahier des charges

Les spécifications du cahier des charges concernent :

- le degré de stabilité ;
- la rapidité ;
- la précision en régime permanent ;
- le niveau de réjection du bruit de mesure ;
- le niveau de réjection de la perturbation de sortie ;
- la sensibilité de l'entrée $u(t)$ du procédé.

Dans le cadre d'une approche fréquentielle, telle que développée dans cet article, le **degré de stabilité** peut être spécifié à travers la marge de module M_M , la marge de gain M_G ou la marge de phase M_ϕ . C'est cette dernière qui est retenue dans la suite de cet article, soit :

$$M_\phi = \pi + \arg \beta(j\omega_u), \quad (5)$$

où $\beta(s)$ désigne la fonction de transfert en boucle ouverte et ω_u la fréquence au gain unité en boucle ouverte telle que :

$$|\beta(j\omega_u)| = 1. \quad (6)$$

La spécification en matière de degré de stabilité se traduit alors sous la forme d'une contrainte de la forme :

$$M_\phi \geq M_{\phi_{\min}}, \quad (7)$$

où $M_{\phi_{\min}}$ représente la valeur minimale admissible de la marge de phase issue de la traduction du cahier des charges.

En remplaçant dans l'inégalité (7) M_ϕ par son expression (5), il est facile d'en déduire une contrainte sur l'argument de $\beta(j\omega)$ à ω_u , soit :

$$\arg \beta(j\omega_u) \geq -\pi + M_{\phi_{\min}}, \quad (8)$$

puis, sachant que

$$\arg \beta(j\omega) = \arg C(j\omega) + \arg G(j\omega), \quad (9)$$

où $G(s)$ désigne la fonction de transfert du procédé, il est aussi facile d'en déduire une contrainte sur l'argument de $C(j\omega)$ à ω_u , soit :

$$\arg C(j\omega_u) \geq -\pi + M_{\phi_{\min}} - \arg G(j\omega_u). \quad (10)$$

En ce qui concerne la **rapidité**, celle-ci est spécifiée à travers la fréquence au gain unité en boucle ouverte, ω_u , étant donné

que celle-ci fixe la rapidité de la dynamique en boucle fermée.

La spécification en matière de rapidité se traduit alors sous la forme d'une contrainte de la forme :

$$\omega_u \geq \omega_{u_{\min}}, \quad (11)$$

où $\omega_{u_{\min}}$ représente la valeur minimale admissible de ω_u issue de la traduction du cahier des charges. Compte tenu de la relation (6) et sachant que :

$$|\beta(j\omega)| = |C(j\omega)| |G(j\omega)|, \quad (12)$$

l'inégalité (11) conduit à une contrainte sur le gain de $C(j\omega)$ à ω_u , soit :

$$|C(j\omega_u)| \geq \frac{1}{|G(j\omega_{u_{\min}})|}. \quad (13)$$

En ce qui concerne le **niveau de réjection du bruit de mesure**, celui-ci est spécifié à travers une contrainte appliquée au module de la fonction de sensibilité complémentaire, soit :

$$\forall \omega \geq \omega_T, \quad |T(j\omega)| = \left| \frac{\beta(j\omega)}{1 + \beta(j\omega)} \right| \leq A, \quad (14)$$

où A désigne le niveau désiré de réjection du bruit de mesure à la fréquence ω_T donnée, soit :

$$|T(j\omega_T)| = A. \quad (15)$$

Si on choisit $\omega_T \gg \omega_u$, alors l'inégalité (14) se ramène à

$$\forall \omega \geq \omega_T, \quad |T(j\omega)| \approx |\beta(j\omega)| \leq A, \quad (16)$$

d'où il est facile d'en déduire une contrainte sur le gain de $C(j\omega)$ compte tenu de la relation (10), soit :

$$\forall \omega \geq \omega_T, \quad |C(j\omega)| \leq \frac{A}{|G(j\omega_T)|}. \quad (17)$$

En ce qui concerne le **niveau de réjection de la perturbation de sortie**, celui-ci est spécifié à travers une contrainte appliquée au module de la fonction de sensibilité, soit :

$$\forall \omega \leq \omega_S, \quad |S(j\omega)| = \frac{1}{|1 + \beta(j\omega)|} \leq B, \quad (18)$$

où B désigne le niveau désiré de réjection de la perturbation de sortie à la fréquence ω_S donnée, soit :

$$|S(j\omega_S)| = B. \quad (19)$$

Si on choisit $\omega_S \ll \omega_u$, alors l'inégalité (18) se ramène à

$$\forall \omega \leq \omega_S, \quad |S(j\omega)| \approx \frac{1}{|\beta(j\omega)|} \leq B, \quad (20)$$

d'où il est facile d'en déduire une contrainte sur le gain de $C(j\omega)$ compte tenu de la relation (12), soit :

$$\forall \omega \leq \omega_S, \quad |C(j\omega)| \geq \frac{1}{B |G(j\omega_S)|}. \quad (21)$$

Enfin, en ce qui concerne la **sensibilité de l'entrée du procédé**, celle-ci est spécifiée à travers une contrainte appliquée au module de la fonction de sensibilité de l'entrée, soit :

$$\forall \omega \geq \omega_R, \quad |R(j\omega)| = \left| \frac{C(j\omega)}{1 + \beta(j\omega)} \right| \leq D, \quad (22)$$

où D désigne la valeur à ne pas dépasser à la fréquence ω_R donnée, soit :

$$|R(j\omega_R)| = D. \quad (23)$$

Si on choisit $\omega_R \gg \omega_u$, alors l'inégalité (22) se réduit à

$$\forall \omega \gg \omega_R, \quad |C(j\omega)| \leq D. \quad (24)$$

Les contraintes (15) et (22) vont dans le même sens, à savoir limiter le gain du régulateur aux hautes fréquences. C'est la raison pour laquelle seule est retenue celle qui conduit à la plus petite des deux valeurs, soit $\text{Min} \left[\frac{A}{|G(j\omega_T)|}, D \right]$.

B. PID généralisé

En introduisant les notations suivantes :

$$\begin{cases} a = \frac{\omega_h}{\omega_b} \\ b = \frac{\omega_u}{\omega_i} \\ \omega_m = \sqrt{\omega_b \omega_h} \end{cases}, \quad (25)$$

où ω_m désigne la fréquence médiane à laquelle le maximum d'avance de phase $\varphi_m = \text{Max}[\arg C(j\omega)] = \arg C(j\omega_m)$ est apporté par le PID, et en posant $\omega_m = \omega_u$ (placement optimal en fréquence de la cellule avance de phase du PID), la relation (2) peut se réécrire sous la forme :

$$C(s) = C_0 \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_u/b}}{\frac{s}{\omega_u/b}} \right)^\lambda \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_u/\sqrt{a}}}{1 + \frac{s}{\sqrt{a} \omega_u}} \right)^\mu. \quad (26)$$

Le gain et l'argument de $C(j\omega)$ sont alors donnés par :

$$\begin{cases} |C(j\omega)| = C_0 \frac{\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_u/b} \right)^2 \right)^{\lambda/2}}{\left(\frac{\omega}{\omega_u/b} \right)^\lambda} \left(\frac{1 + a \left(\frac{\omega}{\omega_u} \right)^2}{1 + \frac{1}{a} \left(\frac{\omega}{\omega_u} \right)^2} \right)^{\mu/2} \\ \arg C(j\omega) = \lambda \left(\arctan \left(b \frac{\omega}{\omega_u} \right) - \frac{\pi}{2} \right) \\ + \mu \left(\arctan \left(\sqrt{a} \frac{\omega}{\omega_u} \right) - \arctan \left(\frac{\omega}{\sqrt{a} \omega_u} \right) \right) \end{cases}. \quad (27)$$

À la fréquence au gain unité ω_u , les relations (27) se réduisent à :

$$\begin{cases} C_u = |C(j\omega_u)| = C_0 \frac{(1+b^2)^{\lambda/2}}{b^\lambda} a^{\mu/2} \\ \varphi_u = \arg C(j\omega_u) = \lambda \left(\arctan(b) - \frac{\pi}{2} \right) \\ + \mu \left(\arctan(\sqrt{a}) - \arctan\left(\frac{1}{\sqrt{a}}\right) \right) \end{cases}. \quad (28)$$

Si $b \gg 1$ (minimisation de l'effet parasite de l'action intégrale, à savoir le retard de phase apporté à ω_u), alors la relation (28) devient :

$$\begin{cases} C_u = |C(j\omega_u)| = C_0 a^{\mu/2} \\ \varphi_u = \arg C(j\omega_u) = \lambda \left(\arctan(b) - \frac{\pi}{2} \right) + \varphi_m \end{cases}, \quad (29)$$

où

$$\varphi_m = \mu \arcsin \left(\frac{a-1}{a+1} \right). \quad (30)$$

Par ailleurs, aux basses fréquences, domaine où $\omega \ll \omega_u$, les relations (27) se réduisent à :

$$\begin{cases} |C(j\omega)| \approx C_0 \left(\frac{\omega_u/b}{\omega} \right)^\lambda \\ \arg C(j\omega) \approx -\lambda \frac{\pi}{2} \end{cases}, \quad (31)$$

et aux hautes fréquences, domaine où $\omega \gg \omega_u$, les relations (27) se réduisent à :

$$\begin{cases} |C(j\omega)| \approx C_0 a^\mu \\ \arg C(j\omega) \approx 0 \end{cases}. \quad (32)$$

Compte tenu des relations (27), les contraintes générales (10), (13), (17), (21) et (24) valables quelle que soit la nature du régulateur, se particularisent dans le cas du PID généralisé sous les formes :

$$\lambda \left(\arctan(b) - \frac{\pi}{2} \right) + \varphi_m \geq -\pi + M_{\Phi_{\min}} - \arg G(j\omega_u), \quad (33)$$

$$C_0 \frac{(1+b^2)^{\lambda/2}}{b^\lambda} a^{\mu/2} \geq \frac{1}{|G(j\omega_{u\min})|}, \quad (34)$$

$$\forall \omega \geq \omega_T, \quad C_0 a^\mu \leq \frac{A}{|G(j\omega_T)|} \quad (35)$$

$$\forall \omega \leq \omega_S, \quad C_0 \left(\frac{\omega_u/b}{\omega} \right)^\lambda \geq \frac{1}{B |G(j\omega_S)|} \quad (36)$$

$$\text{et} \quad \forall \omega \gg \omega_R, \quad C_0 a^\mu \leq D. \quad (37)$$

À partir des données de synthèse, à savoir $M_{\Phi_{\min}}$, $\omega_{u\min}$, A , B , D et $G(s)$, la détermination des valeurs optimales du vecteur des paramètres $\underline{\theta} = [C_0, b, a, \lambda, \mu]$ se fait en deux phases. D'abord la détermination des valeurs d'initialisation du vecteur $\underline{\theta}$ en suivant les 5 étapes suivantes :

1 - On pose : $\lambda = 1$, $\mu = 1$, $b = 10$, $\omega_u = \omega_{u\min}$ et $M_\Phi = M_{\Phi_{\min}}$;

2 - On calcule

$$\rho_0 = |C_I(j\omega_u)| |G(j\omega_u)| \text{ et } \Phi_0 = \arg C_I(j\omega_u) + \arg G(j\omega_u) ;$$

3 - On calcule $\varphi_m = M_\Phi - \pi - \Phi_0$;

4 - Compte tenu de la relation (30), on détermine

$$a = \frac{1 + \sin \varphi_m}{1 - \sin \varphi_m} ;$$

5 - Sachant que $|\beta(j\omega_u)| = 1$, on en déduit $C_0 = \frac{1}{a^{\mu/2} \rho_0}$.

La seconde phase consiste à déterminer les valeurs optimales en utilisant la tool-box « Optimization » de Matlab.

C. Commande CRONE

L'approche CRONE en matière de commande s'inscrit dans le cadre des approches robustes de mise en forme de la boucle (robust loop shaping). La première étape consiste à définir les spécifications nécessaires à la synthèse pour l'état paramétrique nominal du procédé. Celles-ci sont fréquentielles car établies directement à partir du calibrage

des fonctions de sensibilité. La deuxième étape réside dans la traduction des spécifications fréquentielles sur la boucle fermée en spécifications fréquentielles sur la boucle ouverte pour le procédé nominal, spécifications qui prennent en compte le comportement du procédé à la fois :

- aux basses fréquences afin d'assurer une bonne précision en régime permanent ;
- aux moyennes fréquences, au voisinage de ω_u , pour obtenir la robustesse du degré de stabilité ;
- aux hautes fréquences afin de prendre en compte la sensibilité de l'entrée du procédé.

Si les incertitudes du procédé se traduisent seulement par une variation de gain, le comportement en boucle ouverte peut être décrit par une fonction de transfert fondée sur la dérivation non entière réelle bornée en fréquence [9], soit :

$$\beta(s) = \beta_0 \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_b}}{\frac{s}{\omega_b}} \right)^{n_b} \left(\frac{1 + \frac{s}{\omega_h}}{1 + \frac{s}{\omega_b}} \right)^n \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{\omega_h} \right)^{n_h}}, \quad (38)$$

où ω_b et ω_h désignent les fréquences transitionnelles basse et haute, n l'ordre non entier compris entre 1 et 2, n_b et n_h les ordres des comportements asymptotiques en basse et haute fréquences, et β_0 une constante qui assure un gain unité à la fréquence ω_u , telle que

$$\beta_0 = \left(\frac{\omega_u}{\omega_b} \right)^2 \frac{\left(1 + \left(\frac{\omega_u}{\omega_b} \right)^2 \right)^{\frac{n-n_b}{2}}}{\left(1 + \left(\frac{\omega_u}{\omega_h} \right)^2 \right)^{\frac{n-n_h}{2}}}. \quad (39)$$

Sachant que

$$\beta(s) = C_{crone}(s) G(s), \quad (40)$$

le transfert $C_{crone}(s)$ du régulateur CRONE est déduit *a posteriori* pour l'état paramétrique nominal du procédé, soit :

$$C_{crone}(s) = \beta(s)/G(s). \quad (41)$$

Le lecteur intéressé par tous les détails de la méthode de synthèse peut, notamment, consulter [9].

III. EXEMPLE D'ILLUSTRATION

A. Modèle du procédé

Le procédé (Fig. 1) est constitué d'une électropompe principale avec sa carte de commande, d'un réservoir principal et d'un capteur de niveau avec son conditionneur. L'objectif est de réguler le niveau dans le réservoir principal, sachant qu'une pompe secondaire permet de perturber le niveau en prélevant du liquide, simulant ainsi un débit de fuite. L'objectif est aussi de synthétiser un seul régulateur pour toute une gamme d'électropompes différentes, introduisant ainsi des incertitudes paramétriques.

La modélisation du procédé et l'estimation de ses paramètres (non développées dans cet article) conduit à un transfert $G(s)$, entre la tension $U_r(s)$ délivrée par le capteur de niveau et la tension $U(s)$ de commande de l'électropompe principale, de la forme :

$$G(s) = \frac{U_r(s)}{U(s)} = \frac{k_1}{s \left(1 + \frac{s}{\omega_1} \right)}, \quad (42)$$

où $\omega_1 = 0.1$ rad/s et $k_{1min} = 0.6025 \cdot 10^{-2}$ V/V, $k_{1nom} = 2.41 \cdot 10^{-2}$ V/V et $k_{1max} = 9.64 \cdot 10^{-2}$ V/V, soit une variation k_{1max} / k_{1min} d'un facteur 16. La tension de commande de l'électropompe est limitée à +/- 10 V.



Fig. 1. Vue d'ensemble du procédé

La figure 2 présente le diagramme fonctionnel de la boucle de commande.

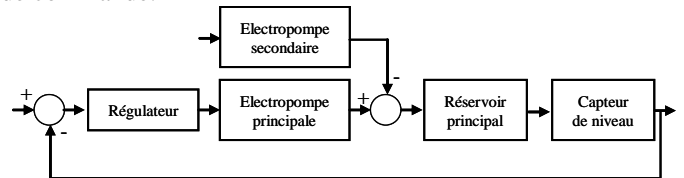


Fig. 2. Diagramme fonctionnel de la boucle de commande

La figure 3 présente les diagrammes de Bode du procédé pour ses différents états paramétriques.

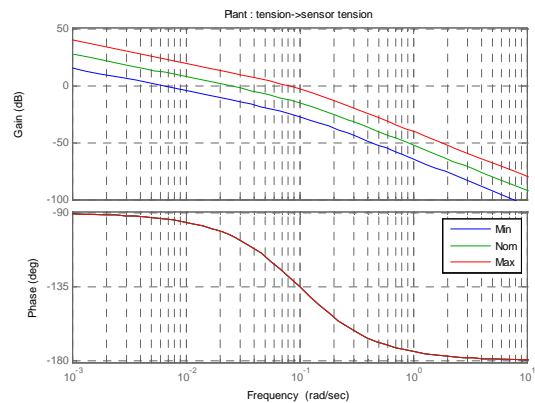


Fig. 3. Diagrammes de Bode du procédé

B. Spécifications du cahier des charges

La traduction des spécifications du cahier des charges conduit à :

- pour le degré de stabilité : $M_{\Phi_{min}} = 30^\circ$;
- pour la rapidité : $\omega_{u_{min}} = 0.3$ rad/s ;
- le niveau de réjection du bruit de mesure : $\forall \omega \geq \omega_T = 3$ rad/s, $|T(j\omega)| \leq 0.1$;
- le niveau de réjection de la perturbation de sortie : $\forall \omega \leq \omega_S = 0.03$ rad/s, $|S(j\omega)| \leq 0.1$;
- la sensibilité de l'entrée du procédé : $\forall \omega \geq \omega_R = 100$ rad/s, $|R(j\omega)| \leq 100$.

C. Résultats de la synthèse et analyse

Compte tenu du modèle du procédé et de ses incertitudes, des spécifications du cahier des charges et des méthodes de synthèse présentées, l'expression numérique du transfert $C_{PID}(s)$ du régulateur PID généralisé est de la forme :

$$C_{PID}(s) = 28.94 \left(\frac{1 + \frac{s}{0.03}}{\frac{s}{0.03}} \right)^{0.1} \left(\frac{1 + \frac{s}{0.198}}{1 + \frac{s}{0.455}} \right)^{0.846} \quad (43)$$

et celle du régulateur CRONE de la forme :

$$C_{CRONE}(s) = 7123 \left(\frac{1 + \frac{s}{0.1}}{\frac{s}{1.7 \cdot 10^{-4}}} \right) \left(\frac{1 + \frac{s}{0.0131}}{1 + \frac{s}{17.23}} \right)^{0.358} \frac{1}{1 + \frac{s}{17.23}} \quad (44)$$

La figure 4 présente les diagrammes de Bode des deux régulateurs. On peut remarquer qu'à $\omega = 0.3$ rad/s (valeur qui n'est autre que celle de ω_{min}), la valeur du gain est la même pour les deux régulateurs.

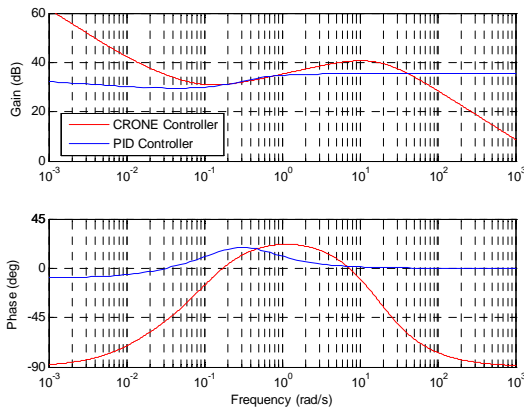


Fig. 4. Diagrammes de Bode des régulateurs

Les figures 5.a et 5.b présentent les lieux de Black-Nichols en boucle ouverte obtenus avec les régulateurs PID (Fig.5.a) et CRONE (Fig.5.b), et pour les différents états paramétriques. Pour l'état paramétrique nominal (vert), les deux approches respectent le cahier des charges en matière de degré de stabilité avec une marge de module M_M supérieure ou égale à 6 dB correspondant bien à une marge de phase M_ϕ supérieure ou égale à 30° . Par contre, seule l'approche CRONE assure la robustesse du degré de stabilité vis-à-vis des variations paramétriques avec une constance des marges de phase et de module.

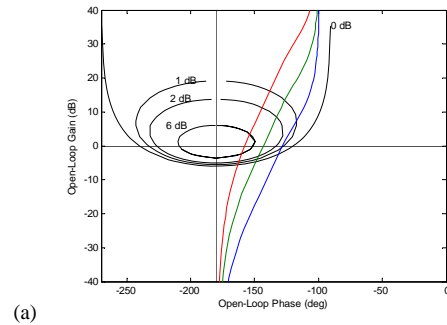
Les figures 6.a et 6.b présentent les réponses indicielles de la sortie du système (niveau mesuré dans la cuve en volt) obtenues avec les régulateurs PID (Fig.6.a) et CRONE (Fig.6.b), et pour les différents états paramétriques. Pour l'état paramétrique nominal (vert), les deux approches respectent le cahier des charges en matière de rapidité et de degré de stabilité. Par contre, seule l'approche CRONE assure la robustesse du degré de stabilité vis-à-vis des variations paramétriques avec une constance du premier dépassement réduit D_1 et de l'amortissement ζ des réponses indicielles.

D. Implantation et validation

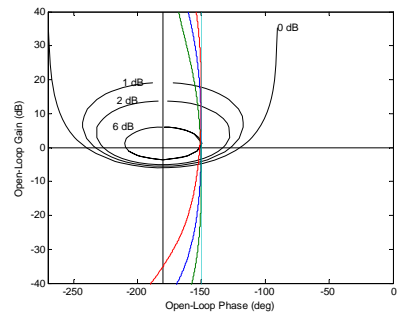
Les deux régulateurs sont implantés et testés pour les trois états paramétriques selon le scénario présenté figure 7, à savoir:

- application à la pompe principale d'une rampe de consigne de niveau (courbe bleue) de l'instant $t_0 = 0$ s à l'instant $t_1 = 120$ s, puis maintien de la consigne à une valeur constante ;
- à l'instant $t_2 = 200$ s, la pompe secondaire est mise en route et commandée conformément au profil de consigne représenté en vert figure 7. Elle prélève alors du liquide dans le réservoir principal, simulant ainsi une fuite.

Pour faciliter l'analyse, les différents instants t_i qui caractérisent les profils de la figure 7 ont été choisis de manière telle que les transitoires liés aux variations de consignes et de perturbations ne se superposent pas. De plus, les pentes des rampes ont été choisies pour rester dans le domaine linéaire de fonctionnement de la commande (limitation des risques de saturation).

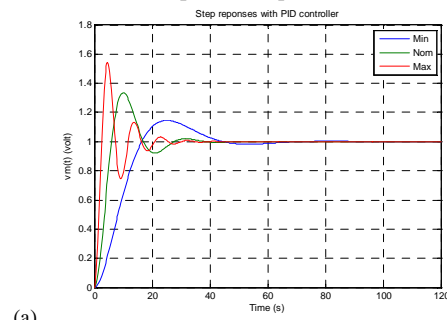


(a)

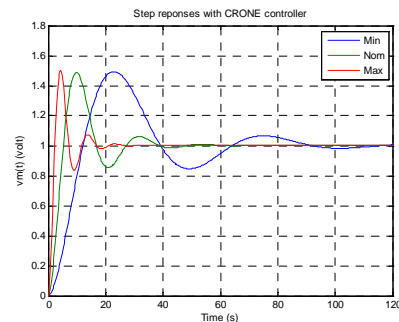


(b)

Fig. 5. Lieux de Black-Nichols en boucle ouverte obtenus avec les régulateurs PID (a) et CRONE (b), et pour les différents états paramétriques



(a)



(b)

Fig. 6. Réponses indicielles de la sortie du système obtenues avec les régulateurs PID (a) et CRONE (b), et pour les différents états paramétriques

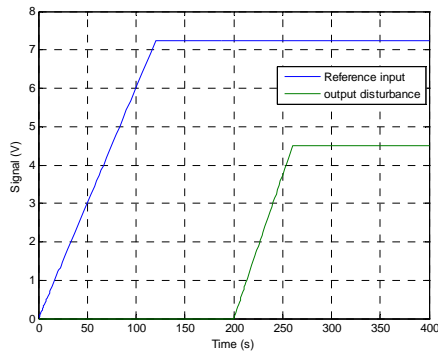


Fig. 7. Profils de consigne appliqués à la pompe principale (en bleu) et à la pompe secondaire (en vert) lors du scénario de validation des deux contrôleurs

Les figures 8.a et 8.b présentent les évolutions des signaux d'erreur et de commande pour l'état paramétrique correspondant à $k_{I_{max}}$. L'observation de la figure 8.a permet de vérifier que l'erreur de traînage est bien nulle avec le régulateur CRONE, ce qui n'est pas le cas avec le régulateur PID. Ce résultat n'est pas surprenant dans la mesure où la boucle ouverte de la commande CRONE possède une intégration d'ordre 2 aux basses fréquences alors que celle de la commande PID présente seulement une intégration d'ordre 1.1. De plus, l'observation de la figure 8.b permet de vérifier que les signaux de commande ne saturent pas.

IV. CONCLUSION

Dans cette étude comparative, une attention toute particulière a été portée en ce qui concerne la traduction analytique des spécifications du cahier des charges en spécifications pour la boucle ouverte (spécifications utilisées pour la commande CRONE), puis en contraintes sur le gain et la phase du régulateur (contraintes utilisées pour le PID généralisé). Ensuite, une méthode de détermination des paramètres de synthèse de haut niveau du PID généralisé a été proposée, celle-ci comportant deux étapes. Dans un premier temps, les valeurs nécessaires pour initialiser le vecteur $\underline{\theta}$ des paramètres du régulateur ont été déterminées en considérant les 2 ordres d'intégration λ et de dérivation μ unitaires, les autres paramètres étant déterminés à partir d'une méthode classique de placement en fréquence d'un PID traditionnel. Ensuite, dans un deuxième temps, tous les paramètres ont fait l'objet d'une détermination optimale à partir des valeurs initiales déterminées précédemment et des contraintes sur le gain et la phase issues des spécifications du cahier des charges. Enfin, cette démarche a été appliquée à la commande d'un procédé électrohydraulique incertain. Contrairement à la commande CRONE qui présente une robustesse du degré de stabilité vis-à-vis des variations paramétriques, la commande avec le PID généralisé présente une grande sensibilité aux variations paramétriques.

RÉFÉRENCES

[1] Ziegler J. G. and Nichols N. B. Optimum settings for automatic controllers. Transactions of ASME, vol. 64, pp. 759-768, 1942.
 [2] Åström K. J. and Hägglund T. The future of PID control. IFAC Workshop on Digital Control, Past, Present and Future of PID Control, pp. 19-30, Terressa, Spain, 2000.
 [3] Chen Y. Q., Hu C. H. and Moore K. L. Relay feedback tuning of robust PID controllers with iso-damping property. 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, USA, 2003.

[4] Dugowson S. Les différentielles métaphysiques : histoire et philosophie de la généralisation de l'ordre de dérivation, Thèse de Doctorat de l'Université Paris Nord, 1994.
 [5] Cois O. Systèmes linéaires non entiers et identification par modèle non entier : application en thermique, Thèse de Doctorat de l'Université Bordeaux 1, 2002.
 [6] Lin J. Modélisation et identification de systèmes d'ordre non entier, Thèse de Doctorat, Université de Poitiers, 2001.
 [7] Miller K.S. and Ross B. An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations, A Wiley-Interscience Publication, 1993.
 [8] Oldham K.B. and Spanier J. The fractional calculus, Academic Press, New-York and London, 1974.
 [9] Oustaloup A. La dérivation non entière : théorie, synthèse et applications, Edition Hermès, Paris, 1995.
 [10] Samko S. G., Kilbas A. A. and Marichev O. I. Fractional integrals and derivatives: theory and applications., Gordon and Breach Science Publishers, 1993.
 [11] Manabe S. The non-integer integral and its application to control systems. ETJ of Japan, Vol. 6, pp.83-87, 1961.
 [12] Oustaloup A. Etude et réalisation d'un système d'asservissement d'ordre 3/2 de la fréquence d'un laser à colorant continu. Thèse de Docteur-Ingénieur, Université Bordeaux 1, 1975.
 [13] Podlubny I. Fractional-order systems and PID-controllers. IEEE Transaction on Automatic Control, Vol.44, pp.208-214, 1999.
 [14] Vinagre B. M., Podlubny I., Dorcak L. and Fel'iu V. On fractional PID controllers: a frequency domain approach. IFAC Workshop on Digital Control, Past, Present and Future of PID Control, pp. 53-58, Terressa, Spain, 2000.
 [15] Caponetto R., Fortuna L. and D. Porto. Parameter tuning of a non integer order PID controller. Proceedings of 5th International Symposium on Mathematical Theory of Networks and Systems, Notre Dame, Indiana, 2002.
 [16] Leu J. F., Tsay S. Y. and Hwang C. Design of optimal fractional-order PID controllers. Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers, Vol. 33, pp. 193-202.
 [17] Monje C. A., Calderon A. J. and Vinagre B. M. PI vs fractional DI control : first results. Control 2002, 5th Portuguese Conference on Automatic Control, pp. 359-364, Aveiro, Portugal, 2002.
 [18] Chen Y. Q., Hu C. H., Vinagre B. M. and Monje C. A. Robust PID controller tuning rule with iso-damping property. American Control Conference, 2004.

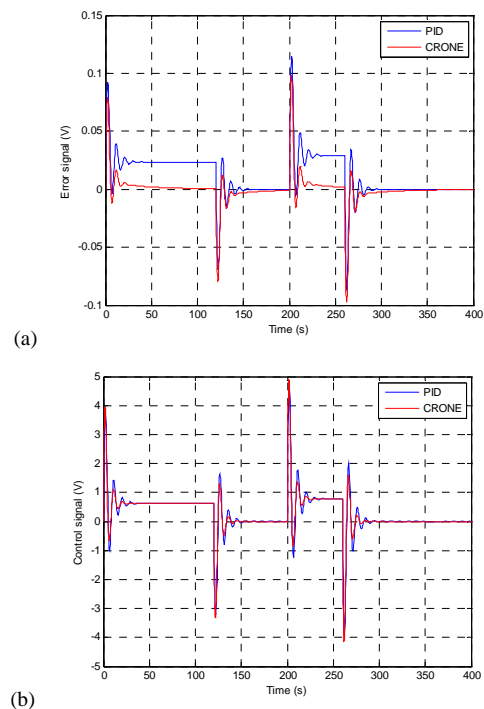


Fig. 8. Evolutions des signaux d'erreur et de commande pour l'état paramétrique correspondant à $k_{I_{max}}$