

Synthèse d'une loi de commande reconfigurable assurant la fiabilité des systèmes

Ahmed KHELASSI, Didier THEILLIOL, Philippe WEBER

Centre de Recherche en Automatique de Nancy,
UMR 7039 – Nancy-Université, CNRS
BP 70239, 54506 Vandœuvre Cedex, France.
e-mail : prénom.nom@cran.uhp-nancy.fr

Résumé— Ce travail s'intéresse à la commande tolérante aux défauts des systèmes sur-actionnés en présence de défauts actionneurs. Le problème d'allocation et de ré-allocation de la commande est abordé en prenant en compte la dégradation des performances des actionneurs. Une solution au problème de ré-allocation de la commande avec comme objectif, d'assurer d'une part les performances désirées et d'autre part d'augmenter la fiabilité des systèmes est proposée. Cette solution requiert une re-estimation des différents indicateurs de fiabilité afin d'intégrer ces derniers dans la synthèse de la loi de commande. Un exemple académique illustre les limites et les performances de l'approche proposée.

Mots-clés— Tolérance aux fautes, Fiabilité, Systèmes sur-actionnés, Ré-allocation de la commande.

I. INTRODUCTION

Au cours de ces dernières décennies, la complexité des installations industrielles a augmenté avec le développement technologique. Dans ce cadre, pour pallier aux problèmes liés à l'apparition des défauts, conduisant à des fonctionnements non désirés, les communautés scientifiques ainsi qu'industrielle, se sont tournées vers le développement des systèmes de commande tolérants aux défauts. En effet, un système de commande tolérant aux défauts se caractérise par son aptitude à maintenir des performances proches de celles désirées, non seulement dans un fonctionnement nominal mais aussi lors d'un fonctionnement défaillant [2],[15]. Ainsi, pour répondre aux différents besoins liés à la sûreté de fonctionnement des systèmes, la redondance des actionneurs est utilisée. Cette dernière est une alternative permettant de séparer l'aspect régulation, de la tâche de distribution de la commande aux actionneurs. Avec cette stratégie, la loi de commande spécifie uniquement l'ensemble des efforts à appliquer sur le système. Ensuite, la distribution de la commande est assurée séparément par un module appelé *Allocation*. L'allocation de la commande est considérée dans certaines applications industrielles où la redondance est utilisée [17], ainsi que dans le domaine de l'aéronautique et le spatial [11], et pour les systèmes sous-marins [16].

Le problème d'allocation de la commande a été largement étudié dans la littérature, notamment par les travaux de [7]. Un état de l'art sur les principales approches et méthodes existants dans la littérature est publié dans [3] et [8]. Les défauts considérés dans ce travail sont les pertes d'efficacité des actionneurs. Avec l'apparition de ces derniers, la ré-allocation de la commande est utilisée afin d'accommoder l'impact des défauts et de maintenir le fonctionnement du système sans être obligé de modifier la loi

de commande [19]. En effet, la ré-allocation de la commande nécessite un module d'allocation reconfigurable en ligne [1],[5]. La ré-allocation permet de redistribuer en présence de défauts, l'ensemble des efforts désirés sur les différents actionneurs. Dans ce cadre, plusieurs méthodes ont été proposées. Ces dernières peuvent être classées sous deux catégories principales : les méthodes non optimales et les méthodes dites optimales [7]. Dans la première catégorie, la distribution de l'ensemble des efforts désirés est assurée directement sans passer par un critère d'optimisation. Dans ce cadre, le problème d'allocation directe ainsi que la méthode de chaîne bouclée sont utilisés [4]. Dans ce travail, les méthodes dites optimales sont considérées [3], où le problème d'allocation est reformulé en un problème d'optimisation.

Afin de répondre aux différents besoins liés aux nouveaux impératifs de la commande (stabilité, précision,... ect) et de la sûreté de fonctionnement des systèmes (disponibilité, maintenabilité,... ect), nous contribuons dans ce travail à la synthèse d'une loi de commande reconfigurable pour les systèmes sur-actionnés assurant la fiabilité [13]. Nous proposons de reformuler le problème d'allocation et de ré-allocation de la commande en intégrant via un critère d'optimisation, la fiabilité comme un objectif de synthèse de la loi de commande. Le but est de contribuer à la synthèse d'une stratégie d'allocation et de ré-allocation de la commande assurant les performances désirées jusqu'à la fin de la mission ou jusqu'à l'instant de la prochaine maintenance du système.

Ce papier est organisé comme suit : le second paragraphe aborde la problématique de l'allocation de la commande des systèmes sur-actionnés en présence de défauts actionneurs. Parmi l'ensemble de méthodes résolvant la problématique abordée, la méthode de pseudo-inverse est retenue dans ce travail. Le troisième paragraphe est consacré à la synthèse d'une loi de commande reconfigurable intégrant la fiabilité. Un algorithme pour l'analyse de fiabilité par rapport à l'instant de reconfiguration est proposée, ainsi que les différentes hypothèses considérées. L'approche proposée est présentée à la fin de cette partie. L'application de cette approche sur un système hydraulique est décrite dans le paragraphe 4. La conclusion de ce travail et les remarques seront données dans la dernière partie.

II. ALLOCATION ET RÉ-ALLOCATION DE LA COMMANDE

L'allocation de la commande est utilisée lorsque le système dispose de redondance au niveau de ces actionneurs.

A. Rappel sur l'allocation de la commande en présence de défauts actionneur

Soit un système décrit par sa représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_u u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

où $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $B_u \in \mathbb{R}^{n \times m}$ représentent respectivement la matrice d'état et des actions de commande. $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ est la matrice de sortie. $x(t) \in \mathbb{R}^n$ et $u(t) \in \mathbb{R}^m$ sont respectivement, le vecteur d'état et des entrées de commande. $y(t) \in \mathbb{R}^p$ représente le vecteur de sorties à contrôler.

Le système (1) est dit sur-actionné si la matrice B_u n'est pas de plein rang $\text{rang}(B_u) = k < m$. Dans ce cas, la matrice B peut être décomposé comme suit :

$$B_u = B_v B$$

où $B_v \in \mathbb{R}^{n \times k}$ and $B \in \mathbb{R}^{k \times m}$.

Pour résoudre le problème de la commande, un vecteur $v_d(t) = Bu(t)$ appelé vecteur de commande virtuelle est défini. $v_d(t) \in \mathbb{R}^k$ représente l'ensemble des efforts et moments produits par les actionneurs et appliqués réellement sur le système. Ainsi, la loi de commande du système sur-actionné (1) est synthétisée en se basant sur la représentation équivalente suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_v v_d(t) \\ v_d(t) = Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2)$$

Remarque 1 : Dans ce travail, nous traitons le type de redondance suivant : $k = p$, où le nombre des entrées de commande virtuelle égale au nombre de variables à contrôler.

Comme illustré sur la figure (1), le régulateur détermine l'ensemble des efforts désirés à appliquer sur le système. Ainsi, le bloc d'allocation se charge de distribuer et d'allouer les efforts déterminés aux différents actionneurs. Le problème de base d'allocation de la commande peut être exprimé comme un problème linéaire sous contrainte. Il consiste à trouver le vecteur des entrées de commande u qui satisfasse :

$$v_d(t) = Bu(t) \quad (3)$$

$$u_{min} \leq u \leq u_{max} \quad (4)$$

où (4) représente les limites physiques des actionneurs. Ce problème peut être posé comme suit :

étant donné un vecteur désiré $v_d(t)$ synthétisé par le régulateur, comment allouer ou distribuer les efforts désirés à l'ensemble des actionneurs redondants ? Pour

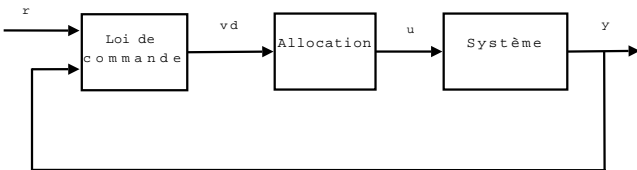


Fig. 1. Schéma de principe de la commande en BF d'un système sur-actionné

répondre à cette question, plusieurs approches et méthodes ont été proposées dans la littérature. Pour les approches

dites optimales, la commande optimale $u(t)$ qui assure la distribution des efforts à l'ensemble des actionneurs est souvent la solution d'un problème d'optimisation à deux étapes :

$$\psi = \arg \min_{u_{min} \leq u \leq u_{max}} \|Bu - v_d\|_2 \quad (5)$$

et

$$u^* = \arg \min_{u \in \psi} \|W_u u\|_2 \quad (6)$$

où W_u est une matrice de pondération utilisée pour donner un ordre de priorité aux actionneurs. Le problème (5) et (6) peut être interprété comme suit : *étant donné ψ l'ensemble des entrées de commande dites admissibles qui minimisent $Bu - v_d$, trouver l'entrée de commande u qui minimise l'énergie (pondérée par W_u)*. En fait, l'ensemble ψ détermine les différentes combinaisons des entrées de commande satisfaisant $Bu = v_d$ et assurent la distribution des efforts sur les différents actionneurs. Ainsi, une seule combinaison est retenue tenant compte du niveau de priorité attribué à chaque actionneur.

B. Méthode de pseudo-inverse

Pour résoudre le problème d'optimisation, plusieurs critères d'optimisation ont été proposés [3]. Dans ce travail, la méthode appelée *pseudo-inverse* basée sur la solution d'un critère de minimisation de la commande est retenue. Ainsi, comme démontré dans [4] en négligeant les saturations des actionneurs, le problème (5) et (6) peut être reformulé tel un problème de minimisation d'énergie sous contrainte d'admissibilité :

$$\begin{aligned} \min_u J &= \|W_u u\|_2 \\ \text{s.q.} \quad & Bu = v_d \end{aligned} \quad (7)$$

Une solution explicite à ce problème peut être obtenue en fonction de la pseudo-inverse de la matrice B pondérée par W_u . Cependant, l'apparition d'un défaut actionneur nécessite la ré-allocation de la commande. Cette dernière consiste à redistribuer les efforts désirés, déterminés par le régulateur sur l'ensemble des actionneurs tenant en compte l'amplitude du défaut. Dans ce travail, les pertes d'efficacité des actionneurs sont considérées, et le système (1) peut s'écrire alors sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_f u(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (8)$$

où B_f modélise l'impact des défaut sur le système. B_f est écrit en fonction des facteurs de perte d'efficacité γ_i sous la forme $B_f = B(I - \Gamma)$, où :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \gamma_1 & & & 0 \\ & \gamma_2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \gamma_m \end{pmatrix}$$

avec $\gamma_i \in [0 \ 1]$. Pour $\gamma_i = 0$, le i^{eme} actionneur est considéré sein. Par contre, pour $\gamma_i = 1$, une défaillance est considérée et l'actionneur en question est défectueux.

En présence de défauts, le problème de ré-allocation de la commande (7) consiste à trouver le vecteur des entrées de commande u qui minimise l'énergie et satisfaire $B_f u(t) =$

$v_d(t)$. Une solution explicite est obtenue en fonction de la pseudo-inverse de la matrice B_f pondérée par W_u :

$$u(t) = W_u^{-1}(B_f W_u^{-1})^+ v_d(t) \quad (9)$$

où $+$ est l'opérateur de pseudo-inverse, et la matrice $W_u = \text{diag}\{w_1, \dots, w_m\} \succ 0$ est à fixer.

Si les limites physiques des actionneurs (4) sont considérées, une solution admissible respectant les saturations des actionneurs n'est pas toujours. Dans ce contexte, l'algorithme itératif de point-fixe a été proposé dans [5], où la commande optimale respectant les contraintes est la solution itérative d'un problème d'optimisation mixte. Dans [18], Virnig et Bodden proposent la pseudo-inverse distribuée (RPI) qui consiste à saturer toutes les entrées de commande (obtenues par 9) qui violent leurs saturations. Puis, une nouvelle solution du problème d'optimisation basée sur les actionneurs non saturés est calculée. D'autre part, Bordignon propose dans [4] une autre version de la pseudo-inverse redistribuée appelée la pseudo-inverse généralisée en cascade (CGI). Pour cette dernière, la redistribution de la commande est retenue jusqu'à ce qu'une solution soit atteignable est obtenue, ou que toutes les entrées de commandes soient saturées. Toujours dans ce cadre, Enns [8] suggère d'appliquer la technique CGI mais en saturant à chaque itération une seule entrée de commande et de redistribuer à chaque fois le reste des efforts désirés sur les autres actionneurs.

III. SYNTHÈSE D'UNE LOI DE COMMANDE RECONFIABLE

Rendre un système reconfigurable plus fiable est une alternative pour répondre aux nouveaux problèmes liés à la commande et la sûreté de fonctionnement. L'objectif est de synthétiser une loi de commande reconfigurable et optimale vis-à-vis de la fiabilité notée dans le cadre de ce papier *Recon fiable*. La distribution de la commande dans ce cas est appliquée en tenant compte de la dégradation des actionneurs due aux actions de commande appliquées en ligne.

A. Choix de la matrice de pondération

Pour le problème d'allocation et ré-allocation de la commande, une solution unique est obtenue pour une matrice de pondération W_u choisie (9). Cette dernière est utilisée pour solliciter ou pénaliser plus au moins certains actionneurs [1]. Or, il n'existe pas un critère bien déterminé pour choisir les valeurs de la matrice de pondération. Une solution classique est souvent utilisée, consiste à prendre une matrice $W_u = I$, ce qui signifie que la distribution des efforts est effectuée selon les éléments de la matrice B . Ainsi, si les éléments de la matrice B sont identiques, les actionneurs sont sollicités avec le même niveau de priorité. Dans ce cas, la commande optimale définie par (9) s'écrit en fonction de la pseudo inverse de la matrice B_f (ou B) comme suit :

$$u(t) = B_f^+ v_d(t) \quad (10)$$

Dans cette partie nous proposons de reformuler le problème d'allocation de la commande (7) comme suit :

Proposition 1 : Déterminer $u^(t)$ et W_u^* minimisant le critère (7) et qui maximisent $(R_g(t_M))$ où, $R_g(t_M)$ est la fiabilité du système global à la fin de la mission.*

La solution à ce problème conduit à une matrice de pondération optimale W_u^* , soit un ordre de sollicitation des actionneurs optimal permettant d'assurer la fiabilité du système global. Les actionneurs seront sollicités afin de garantir que la fiabilité à la fin de la mission du système global soit maximale. Cependant, étant donné que le système est composé d'actionneurs en redondance active, $R_g(t_M)$ est évaluée en fonction de la fiabilité des différents actionneurs $R_i(t_M)$ comme suit :

$$R_g(t_M) = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - R_i(t_M)) \quad (11)$$

Dans ce travail, nous nous intéressons aux systèmes dans leurs période de vie utile, exprimée par une loi de distribution exponentielle pour l'évaluation de la fiabilité.

B. Analyse et évaluation de la fiabilité des systèmes reconfigurables

La fiabilité est définie comme l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, sous des conditions données pendant une durée bien déterminée [10]. La fiabilité est généralement mesurée par la probabilité que l'entité accomplisse sa fonction sur l'intervalle de temps $[0, t[$. Durant la période de vie utile d'un composant, une hypothèse classiquement posée est de considérer le taux de défaillance de l'actionneur constant dans le temps : $\lambda(t) = \lambda$. Dans ce cas, la fiabilité peut être évaluée suivant une loi exponentielle comme suite :

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (12)$$

Ainsi, cette loi est caractérisée aussi par le temps moyen de bon fonctionnement avant la première défaillance noté *MTTF* :

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt = \frac{1}{\lambda} \quad (13)$$

La dégradation des actionneurs par les actions de commande, due au niveau de charge et de sollicitation appliquée est considérée non négligeable. Nous supposons donc que le niveau de charge des actionneurs est variable selon les conditions de fonctionnement où, l'apparition d'un défaut nécessite la redistribution des charges sur les actionneurs. Plusieurs modèles mathématiques sont développés et proposés dans la littérature pour modéliser l'effet de la charge sur la fiabilité des composants [14], [9]. Nous proposons d'utiliser le modèle proportionnel de Cox [6]. Le taux de défaillance dans ce cas est considéré comme le produit d'un taux de défaillance nominal λ^0 , et une fonction modélisant la charge :

$$\lambda = \lambda^0 \times g(\ell, \vartheta) \quad (14)$$

où $g(\ell, \vartheta)$ est une fonction liée directement à la commande. ℓ représente l'image de l'effet de charge sur le composant ainsi que ϑ détermine un ensemble de paramètres associé au composant étudié. Différentes définitions de $g(\ell, \vartheta)$ existent dans la littérature. Cependant le modèle exponentiel est souvent utilisé [6]. De plus, pour chaque niveau de charge déterminé, un taux de défaillance variable est obtenu. Afin de faciliter les calculs, et dans la suite de ce travail, la charge appliquée aux actionneurs est considérée fixe pour

un mode de fonctionnement donné. La fonction charge change dès le passage d'un mode de fonctionnement à un autre. Par commodité d'écriture, le taux de défaillance (14) du $i^{\text{ème}}$ actionneur peut s'écrire sous la forme :

$$\lambda_i = \lambda_i^0 \times e^{\beta u_{nom}^i} \quad (15)$$

où β est un paramètre lié au composant, et u_{nom}^i est l'entrée de commande du $i^{\text{ème}}$ actionneur en régime permanent dans un mode de fonctionnement donné.

L'intégration de l'analyse de fiabilité dans la boucle de contrôle, où les conditions de fonctionnement changent en ligne après la reconfiguration du système, nécessite la réévaluation de la fiabilité par rapport à l'instant de reconfiguration. Cette dernière est proposée comme suit : *Après l'apparition d'un défaut, une nouvelle configuration du système est mise en place à un instant donné τ nécessitant une redistribution des charges sur les actionneurs. Cette dernière est appliquée tenant compte de la dégradation des actionneurs due à la charge considérée. Ainsi, la fiabilité à l'instant final de la mission notée $R_\tau(t_M)$ sera évaluée comme la probabilité que le système fonctionne à l'instant t_M sachant qu'il est en fonctionnement au temps $t = \tau$.* En effet, à l'instant τ et après le ré-allocation de la commande, si les performances désirée sont satisfaites, la fiabilité du système est supposés être remise dans un état initial équivalente à 1 puis, une mise à jour des différents indicateurs de fiabilité est effectuée afin de prendre en compte la dégradation du composant après ré-allocation. Un nouveau taux de défaillance est obtenu et un MTTF estimant le reste du temps moyen de bon fonctionnement du composant par rapport à l'instant τ est calculé. Dans la suite

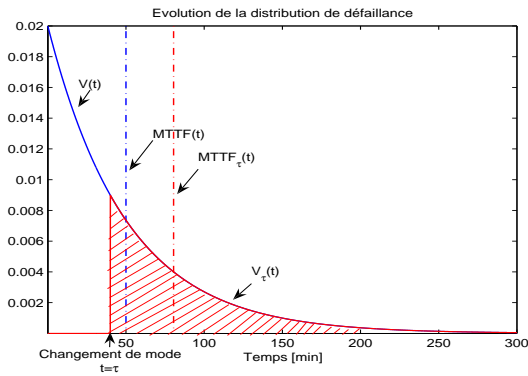


Fig. 2. Evaluation de la distribution de défaillance

de cette partie, nous nous intéressons à l'évaluation de la fiabilité des systèmes reconfigurables pour le cas d'une distribution exponentielle. Comme présenté précédemment, le MTTF est l'un des indicateurs de fiabilité, il est défini comme l'espérance mathématique de la distribution de défaillance $V(t)$:

$$MTTF = \int_0^\infty tV(t)dt = \int_0^\infty -t \frac{dR(t)}{dt} dt \quad (16)$$

Comme illustré sur la figure (2), pour un système reconfigurable à $t = \tau$, le temps moyen de bon fonctionnement peut être exprimé comme l'espérance mathématique de la distribution de défaillance $V(t)$ tronquée à l'instant $t = \tau$:

$$MTTF_\tau = \int_\tau^\infty tV(t)dt \quad (17)$$

En effet, pour une distribution de type exponentielle, l'équation (13) est évaluée sous la forme suivante :

$$MTTF_\tau = \frac{1}{\lambda^\tau} = \int_\tau^\infty \lambda t e^{-\lambda t} dt \quad (18)$$

Ainsi, la relation définissant l'évolution du taux de défaillance d'un système reconfigurable peut être obtenue par rapport à l'instant de changement du mode de fonctionnement comme suit :

$$\lambda^\tau = \frac{\lambda}{\lambda t + 1} e^{\lambda t} \Big|_{t=\tau} \quad (19)$$

Afin d'assurer la mise à 1 de la fiabilité après la reconfiguration du système et satisfaire les objectifs de contrôle, la fiabilité du système reconfigurable, notée $R_\tau(t)$ peut être évaluée comme :

$$\forall \tau \geq t, \quad R_\tau(t) = \int_\tau^\infty e^{-\lambda^\tau(t-\tau)} dt \quad (20)$$

L'évaluation de la fiabilité par rapport à l'instant de reconfiguration permet d'intégrer l'impact et l'influence d'une loi de commande reconfigurable en ligne sur la fiabilité des composants, notamment les actionneurs constituant le système global.

C. Synthèse de la loi de commande

Dans le but de prendre en compte la dégradation des actionneurs ainsi que la fiabilité du système global dans la distribution de la commande des systèmes sur-actionnés, une re-formulation du problème d'allocation et de ré-allocation de la commande est proposée dans cette partie.

Pour $\lambda_i t \ll 1$, la fiabilité du $i^{\text{ème}}$ actionneur $R_i(t_M) = \exp(-\lambda_i t_M)$ peut s'écrire : $R_i(t_M) = 1 - \lambda_i t_M$ où $\lambda_i = \lambda_i^0 e^{u_i}$. Dans ce travail, nous nous limitons au cas $n = 1$ et $m > n$ où, avec un développement limité de l'exponentiel (12), l'évaluation de la fiabilité du système global à la fin de la mission (11) tenant en compte (15) peut s'écrire :

$$R_g(t_M) = 1 - e^{\sum_{i=1}^m u_i} \prod_{i=1}^m (\lambda_i^0 t_M) \quad (21)$$

L'entrée de commande u est donnée par la méthode de pseudo-inverse comme suit :

$$u = W_u^{-1} (B W_u^{-1})^T ((B W_u^{-1}) (B W_u^{-1})^T)^{-1} v_d \quad (22)$$

ou, sous forme polynomiale comme suit :

$$u_i = \frac{b_i a_i}{\sum_{i=1}^m b_i^2 a_i} v_d \quad (23)$$

avec $B = [b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m]^T$, $a_i = (\frac{w_i}{w_i})^2$ et $i = \{1, \dots, m\}$.

En se basant sur le développement de la fiabilité (21), chercher $\arg \max_{w_i} (R_g(t_m))$ revient à trouver :

$$\arg \min_{w_i} \left(\sum_{i=1}^m u_i \right) \quad (24)$$

La solution du problème d'allocation vis-à-vis de la fiabilité, peut être obtenue par la résolution du problème d'optimisation polynomiale suivant :

$$a_i^* = \arg \min_{a_i} \left(\frac{\sum_{i=1}^m b_i a_i}{\sum_{i=1}^m b_i^2 a_i} \right) \quad (25)$$

A noter, que afin de prendre en considération les saturations des actionneurs, l'approche CGI proposée par [8] est retenue dans ce travail, mais en respectant la priorité attribuée aux actionneurs par la solution de (25), donc l'approche CGI sera appliquée comme suit : *lorsque des entrées de commande violent les saturations, l'actionneur le plus sollicité suivant la matrice de pondération obtenue par (25) est saturé, puis une redistribution des efforts désirés est effectuée sur le reste des actionneurs.* Cette procédure sera répétée en saturant à chaque fois l'actionneur le plus sollicité jusqu'à une solution faisable est obtenue, ou tous les actionneurs sont saturés.

IV. APPLICATION ET RÉSULTATS

Pour illustrer l'approche envisagée, un système communicant constitué d'un réservoir de section S et de trois pompes en redondance active est retenu [17], où $n = 1$ et $m = 3$. La loi de commande du système consiste à contrôler et maintenir le niveau de liquide l pour garantir un débit de sortie constant. Les entrées de commande appliquées aux actionneurs varient entre $u_i \in [0, 2]$.

En se basant sur le principe d'équilibre dynamique, le système peut être décrit par l'équation suivante :

$$\rho S \frac{dl(t)}{dt} = -Q_{out}(t) + Bu(t) \quad (26)$$

Le débit de sortie Q_{out} peut être estimé et déterminé par la loi de *Torricelli* comme suit :

$$Q_{out} = \rho A \sqrt{2gl(t)} \quad (27)$$

où g est la constante de gravité, ρ représente la densité du liquide et A est un paramètre lié au réservoir. Le tableau suivant représente le taux de défaillance nominal des différents actionneurs. La valeur de ces derniers est choisie relativement élevée, afin de présenter les résultats dans une petite fenêtre de temps. Pour illustrer la stratégie pro-

TABLE I
TAUX DE DÉFAILLANCE DES ACTIONNEURS

Actionneur	Pompe1	Pompe2	Pompe3
$\lambda_i^0 [h^{-1}]$	$5e-3$	$7e-3$	$9e-3$

posée, un contrôleur proportionnel intégral est implémenté pour déterminer le débit à assurer par l'ensemble des actionneurs, afin de suivre la sortie désirée. La première est considérée comme une pompe principale. Les deux autres sont des pompes secondaires où $b_2 = b_3$ et $b_1 \neq b_2$. La figure (3) montre l'évolution dynamique de la sortie comparée avec la référence. Pour une matrice de pondération $W_u = I$, les entrées de commande u obtenues par la méthode de pseudo-inverse (9) ainsi que la stratégie CGI pour respecter les contraintes de saturation sont présentées sur la figure (4). Pour ce cas, les actionneurs sont sollicités suivant les éléments de la matrice B . D'autre part, en appliquant l'approche proposée, une matrice de pondération est obtenue en sollicitant différemment les actionneurs dans le but de maximiser la fiabilité du système global. La distribution de la commande aux différents actionneurs est présentée sur la figure (5) où, le premier actionneur est

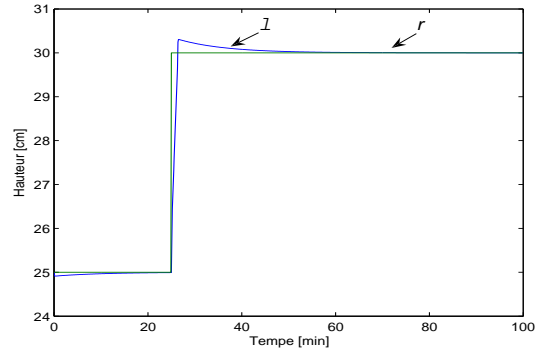


Fig. 3. Evolution de la hauteur du liquide

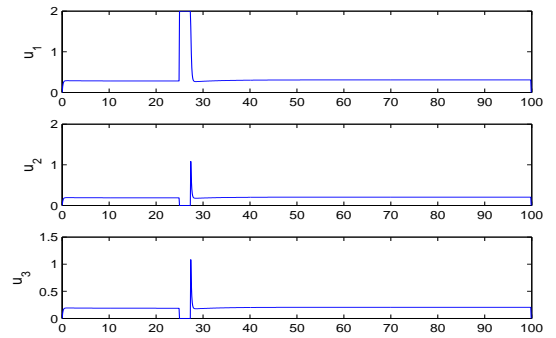


Fig. 4. Evolution des entrées de commande pour $W_u = I$

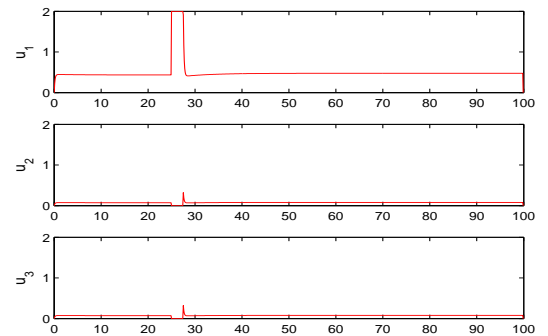


Fig. 5. Evolution des entrées de commande pour une pondération optimale

sollicité beaucoup plus que les deux autres. En revanche, dans le cas défaillant, et après l'apparition du défaut, une autre matrice de pondération est calculée pour ré-allouer la commande. Ainsi, la fiabilité du système sera calculée par rapport à l'instant $\tau = 50min$, représentant l'instant de la mise en place de la nouvelle configuration. Les entrées de commande obtenues pour une matrice $W_u = I$ ainsi que pour l'approche proposée sont présentées successivement dans les figures (6), et (7) où, le défaut considéré pour cet exemple est une perte d'efficacité de la première pompe principale $\gamma_1 = 0.5$. En effet, pour une matrice $W_u = I$, l'actionneur défaillant est pénalisé légèrement. Ainsi, les autres pompes sont sollicitées au même niveau afin de compenser la perte d'efficacité du premier actionneur. Or pour l'approche proposée et malgré une perte d'efficacité de 50%, la première pompe est pénalisée complètement afin d'assurer la fiabilité du système global. Le reste des efforts est

redistribué par ordre de priorité sur les autres actionneurs. La figure (8) montre l'évolution de la fiabilité du système global dans le cas défaillant en tenant compte de la ré-allocation de la commande. La fiabilité du système global pour une pondération optimale est plus élevée que dans le cas $W_u = I$. En effet, la mise en oeuvre de la stratégie proposée permet de moins dégrader le système global durant la mission.

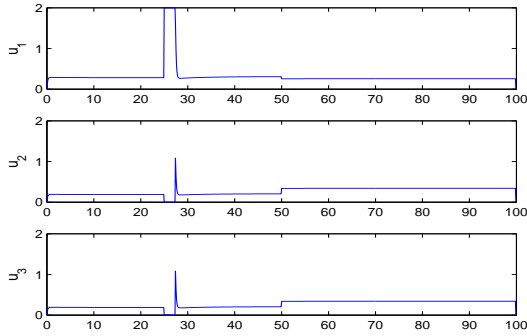


Fig. 6. Evolution des entrées de commande pour dans le cas défaillant pour $W_u = I$

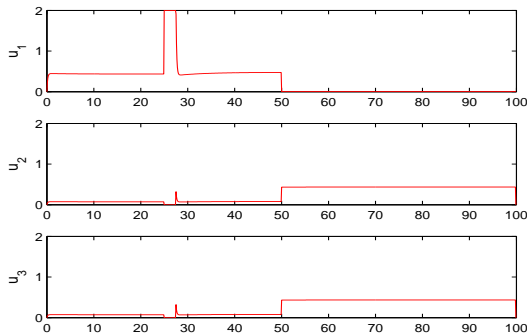


Fig. 7. Evolution des entrées de commande pour une pondération optimale dans le cas défaillant

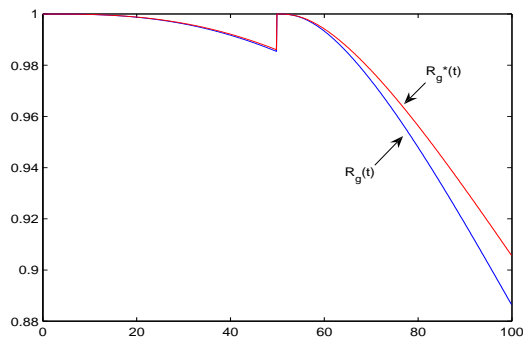


Fig. 8. Evolution de la fiabilité du système global dans le cas défaillant

V. CONCLUSION

Dans ce travail, la synthèse d'une commande reconfigurable et optimale vis-à-vis de la fiabilité appelée commande Reconfigurable est proposée. Une stratégie d'allocation de la commande tenant en compte la dégradation des action-

neurs a été présentée. La matrice de pondération est choisie pour une répartition optimale de la commande, afin d'assurer la fiabilité des systèmes sur-actionnés reconfigurables. Cette démarche est limitée pour le cas d'une seule chaîne d'actionneurs en redondance active où, pour $n \neq 1$ la solution du problème n'est pas analytique. L'application illustre bien le gain en fiabilité du système global. Cette augmentation de la fiabilité est due à une meilleure répartition des charges sur les actionneurs grâce à une évaluation en ligne de leurs fiabilité.

RÉFÉRENCES

- [1] Alwi H. et Edwards C. Fault tolerant control using sliding modes with on-line control allocation *Automatica*, vol. 44, pp. 1859-1866, 2008.
- [2] Blanke M., Kinnaert M., Lunze J. et Staroswiecki M. *Diagnosis and fault-tolerant control*. Springer-Verlag, London, 2006.
- [3] Bodson M. Evaluation of optimization methods for control allocation. *Journal Of Guidance, Control And Dynamics*, vol. 25, n° 4, pp.703-711. 2002.
- [4] Bordignon K.A. Constrained control allocation for systems with redundant control effector. Thèse de doctorat de l'université Virginia Polytechnic Institute and State University, 1996.
- [5] Burken J., Lu P., Wu Z. et Bahm C. Two reconfigurable flight control design methods : Robust servomechanism and control allocation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 24, n° 3, pp. 482-493, 2001.
- [6] Cox D.R. *Regression models and life tables*, JR Stat Soc. vol. 34, pp.187-220, 1972.
- [7] Durham W.C. Constrained control allocation. *Journal Of Guidance, Control And Dynamics*, vol. 16, n° 4, pp.717-725. 1993.
- [8] Enns D. Control allocation approaches. AIAA guidance, navigation, and control conference, AIAA, Reston, VA, 1998, pp.98-108.
- [9] Finkelstein M.S. A note on some ageing properties of the accelerated life model. *Reliability Engineering and System Safety*, Vol 19, pp.506-515, 1999.
- [10] Gertsbakh I. *Reliability theory with applications to preventive maintenance*. Springer-Verlag, London, 2000.
- [11] Härkegård O. Backstepping and Control Allocation with Application to Flight control. Thèse de doctorat de l'Université Linköping, 2003.
- [12] Härkegård O. Resolving actuator redundancy - Control allocation vs. linear quadratic control. Euerpean Control Conference ECC'03. Cambridge, UK, 2003.
- [13] Khelassi A., Theilliol D. et Weber P. Reconfigurability for reliable fault-tolerant control design. *7th Workshop on Advanced Control and Diagnosis*. Zielon Gora, Poland, 2009.
- [14] Martorell S., Sanchez A. et Serradell. Age-dependent reliability model considering effects of maintenance and working conditions *Reliability Engineering and System Safety*, vol. 64, pp. 19-31, 1999.
- [15] Noura H., Theilliol D, Ponsart J.C. et Chamssedine A. Fault-tolerant Control Systems : Design and Practical Applications. *Springer Dordrecht Heidelberg London New York*, ISBN 978-1-84882-652-6, 2009.
- [16] Sakar N., Podder T.K. et Antonelli G. Fault-accomodating thruster force allocation of an auv considering thruster redundancy and saturation. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, n° 2, pp. 223-233, 2002.
- [17] Theilliol D., Chamseddine A., Zhang Y. et Weber P. Optimal reconfigurable control allocation design based on reliability analysis. *7th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*. Barcelona, Spain, 2009.
- [18] Virnig J.C. et Bodden D.S. Multivariable control allocation and control law conditioning when control effectors limit. AIAA guidance, navigation, and control conference, AIAA, Washindton DC, 1994, USA.
- [19] Zhang Y., Suresh V.S., Jiang B. et Theilliol D. Reconfigurable control allocation against Aircraft Control Effector Failures. *IEEE International Conference on Control Applications CCA 2007*, Singapore, 2007.