

# Synthèse d'un observateur en temps fini pour le convertisseur multicellulaire

Michael DEFOORT<sup>1</sup>, Mohamed DJEMAI<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Univ Lille Nord de France, F-59000 Lille, France  
CNRS, FRE 3304, F-59313 Valenciennes, France  
UVHC, LAMIH, F-59313 Valenciennes, France

*michael.defoort@univ-valenciennes.fr, mohamed.djemai@univ-valenciennes.fr*

**Résumé**— Le principal objectif de cet article est de définir et d'étudier un observateur en temps fini appliqué au convertisseur multicellulaire. Le problème à résoudre est ici l'estimation des tensions aux bornes des condensateurs d'un convertisseur multicellulaire. Notre approche permet une convergence en temps fini des erreurs d'estimation. Des simulations et des comparaisons avec un observateur classique par modes glissants de type super-twisting, illustrent les performances de l'approche proposée.

**Mots-clés**— Convertisseur multicellulaire, Modes glissants d'ordre supérieur, Observateur, Système à commutations, Temps fini.

## I. INTRODUCTION

Les convertisseurs statiques de puissance évoluent depuis quelques décennies, afin d'obtenir des performances de plus en plus élevées en termes de rentabilité, fiabilité et rendement par exemple [1]. Ces performances sont directement liées à l'architecture du convertisseur et à ses composants internes. En effet, les pertes par commutations des semi-conducteurs de puissance sont proportionnelles au courant transité, à la fréquence de découpage et à la tension aux bornes de ceux-ci. Ceci nous amène à augmenter la tension et donc à diminuer le courant circulant dans le système lors d'une montée en puissance. Ensuite, les semi-conducteurs utilisés actuellement dans le domaine de l'électronique de puissance sont d'autant plus performants et moins chers que la valeur de la tension d'utilisation est basse et que le courant les traversant est faible. Enfin, une fréquence de découpage plus faible permettrait de diminuer le nombre de commutations d'un interrupteur et donc de diminuer les pertes par commutation et d'augmenter dans un même temps la durée de vie de ceux-ci.

Le convertisseur multicellulaire série permet une mise en cascade sûre de composants de puissance travaillant en commutation [2]. Cette nouvelle approche présente deux avantages supplémentaires : les possibilités de fabrication modulaire et l'utilisation de composants de grande diffusion. Toutes ces qualités ont rendu le convertisseur multicellulaire très séduisant pour de nombreuses applications industrielles (hacheur d'alimentation des locomotives, entraînement de machines alternatives).

La sécurité et le bon fonctionnement du convertisseur de puissance multicellulaire dépendent directement de la bonne répartition des tensions aux bornes de chaque cellule. C'est pourquoi, il est très important d'assurer l'équilibrage des tensions aux bornes des condensateurs flottants. Les caractéristiques des convertisseurs multicellulaires série offrent la possibilité d'assurer cet équilibrage en agissant

directement sur les signaux de commande de ses interrupteurs [3]. Néanmoins, il devient nécessaire de connaître les tensions aux bornes des condensateurs flottants. Mais, l'ajout de capteurs physiques permettant de mesurer ces tensions augmentent le coût et la complexité du système. Ainsi, l'estimation de ces grandeurs par le biais d'observateurs devient une solution alternative attractive et efficace.

Différents observateurs non linéaires ont été développés : observateur avec injection de sortie [4], observateur adaptatif [5], observateur par modes glissants [6], [7], [8], observateur en temps fini [9], [10].

Dans ce travail, nous nous intéresserons au problème de l'estimation des tensions des condensateurs d'un convertisseur multicellulaire dont le comportement hybride (i.e. dû aux commutations des interrupteurs) apporte une difficulté supplémentaire. L'objectif de ce papier est de montrer que l'observateur temps fini, basé sur des notions d'homogénéité [9], convient parfaitement à l'estimation des tensions des condensateurs et offre des propriétés intéressantes par rapport à d'autres observateurs classiques en termes de robustesse, de rapidité et de comportement.

## II. MODÉLISATION D'UN CONVERTISSEUR MULTICELLULAIRE

Les convertisseurs multicellulaires sont construits à partir de l'association d'un certain nombre de cellules. La Figure 1 décrit la topologie du convertisseur résultant de l'association de  $p$  cellules en série. C'est un système à structure variable qui change pendant son fonctionnement. Il est caractérisé par le choix d'une tension d'alimentation  $E$  et d'une logique de commutation. Ce choix permet au système de commuter d'une structure à une autre à tout instant. Comme les commandes des interrupteurs des cellules sont indépendantes, on obtient  $2^p$  combinaisons possibles. Chaque cellule  $j$  doit supporter la tension  $V_{c_j} - V_{c_{j-1}}$  pour  $j = 1 \dots p - 1$ . Or, une répartition équitable des contraintes en tension sur chaque cellule induit les  $(p - 1)$  consignes :

$$V_{c_j,ref} = j \frac{E}{p}, \quad j = 1 \dots p - 1$$

Le comportement du convertisseur est régi par les équations différentielles suivantes :

$$\begin{cases} \dot{i} &= -\frac{R}{L}I + \frac{E}{L}S_p - \sum_{j=1}^{p-1} \frac{V_{c_j}}{L}(S_{j+1} - S_j) \\ \dot{V}_{c_j} &= \frac{I}{c_j}(S_{j+1} - S_j), \quad j = 1, \dots, p - 1 \end{cases} \quad (1)$$

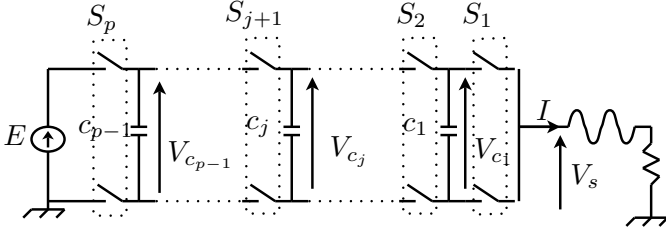


Fig. 1. Convertisseur multicellulaire

où  $I$  est le courant dans la charge,  $c_j$  est la capacité,  $V_{c_j}$  est la tension aux bornes du condensateur flottant  $j$  et  $E$  est la tension de l'alimentation du convertisseur.  $R$  ( $L$ , resp.) désigne la résistance (l'inductance, resp.) de la charge.  $S_j \in \{0, 1\}$  sont les signaux de commande des interrupteurs de la  $j$ -ème cellule (le signal de commande  $S_j$  est égal à 1 quand l'interrupteur de la partie haute de la  $j$ -ème cellule est conducteur et est égal à 0 quand l'interrupteur du bas est conducteur).

Les séquences de commande sont les suivantes :

$$\begin{cases} u_j &= S_{j+1} - S_j, \quad j = 1 \dots p-1 \\ u_p &= S_p \end{cases} \quad (2)$$

En supposant que le courant de charge est la seule variable mesurée (c.a.d.  $y = I$ ), le système peut se mettre sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{I} &= -\frac{R}{L}I + \frac{E}{L}u_p - \sum_{j=1}^{p-1} \frac{V_{c_j}}{L}u_j \\ \dot{V}_{c_j} &= \frac{I}{c_j}u_j, \quad j = 1, \dots, p-1 \\ y &= I \end{cases} \quad (3)$$

En utilisant le formalisme des systèmes dynamiques hybrides [11], le convertisseur (3) peut être modélisé par le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x, u) \end{cases} \quad (4)$$

où  $x = [I, V_{c_1}, \dots, V_{c_{p-1}}]^T \in \mathbb{R}^p$  est l'état continu,  $u = [u_1, \dots, u_p]^T$  est la séquence de commande prenant uniquement des valeurs discrètes. Les fonctions  $f(x, u) = A(u)x + B(u)$  et  $h(x, u) = Cx$  sont deux champs de vecteurs définis de la façon suivante :

$$A(u) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{u_1}{L} & \dots & -\frac{u_{p-1}}{L} \\ \frac{u_1}{c_1} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{u_{p-1}}{c_{p-1}} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

$$B(u) = \begin{bmatrix} \frac{E}{L}u_p & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C = [1, 0, \dots, 0]$$

Pour cette classe de système, la notion d'observabilité est fortement liée à la séquence de commande  $u$ .

### III. ANALYSE DE L'OBSERVATEUR EN TEMPS FINI

Avant d'établir l'observateur en temps fini permettant d'estimer les tensions aux bornes des condensateurs du convertisseur multicellulaire  $V_{c_j}$ ,  $\forall j = \{1, \dots, p-1\}$ , nous allons réaliser une analyse d'observabilité (voir [12]).

#### A. Analyse d'observabilité des tensions $V_{c_j}$

##### A.1 Approche statique

Considérons le modèle du convertisseur multicellulaire (3). On peut voir facilement qu'il existe des modes opératoires pour lesquels l'état  $x$  n'est pas observable, c.a.d. étant donné la mesure du courant  $I$ , il n'est pas possible de restituer les tensions des condensateurs  $V_{c_j}$  ( $j = \{1, \dots, p-1\}$ ). Par exemple, on remarque que si  $u_1 = \dots = u_{p-1} = 0$ , les tensions  $V_{c_j}$  ( $\forall j = \{1, \dots, p-1\}$ ) ne sont pas observables. De plus, en utilisant le test d'observabilité [13] pour le système (3), on déduit que seulement deux composantes du vecteur  $x$  sont instantanément observables. En réécrivant le système (3) avec la tension de sortie  $V_s = -\frac{1}{L} \sum_{j=1}^{p-1} u_j V_{c_j}$ , on obtient :

$$\begin{cases} \dot{I} &= -\frac{R}{L}I + \frac{E}{L}u_p + V_s \\ \dot{V}_s &= -\sum_{j=1}^{p-1} \frac{I}{Lc_j}u_j^2 \\ y &= I \end{cases} \quad (5)$$

Le test d'observabilité pour le système (5) montre que le courant  $I$  et la tension  $V_s$  sont observables. Pour restituer les valeurs de tensions  $V_{c_1}, V_{c_2}, \dots, V_{c_{p-1}}$ , on utilise un reconstruteur d'état à partir de la mesure de  $V_s$  sur un intervalle de temps suffisant pour la déduction de ces tensions. La tension de sortie  $V_s^i$  (l'exposant  $i$  indique la  $i$ -ème mesure) vérifie :

$$V_s^i = -\frac{1}{L}[u_1^i, \dots, u_{p-1}^i][V_{c_1}, \dots, V_{c_{p-1}}]^T \quad (6)$$

Puisque les tensions  $V_{c_j}$  ( $j = \{1, \dots, p-1\}$ ), varient lentement dans l'intervalle de temps de mesure, en effectuant  $p-1$  mesures des valeurs successives de la tension de sortie  $V_s^i$ , il est possible d'écrire :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_s^1 \\ \vdots \\ V_s^{p-1} \end{bmatrix} &= -\frac{1}{L} \begin{bmatrix} u_1^1 & \dots & u_{p-1}^1 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_1^{p-1} & \dots & u_{p-1}^{p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{c_1} \\ \vdots \\ V_{c_{p-1}} \end{bmatrix} \\ &= -\frac{1}{L}U \begin{bmatrix} V_{c_1} \\ \vdots \\ V_{c_{p-1}} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

L'algorithme de calcul du reconstruteur algébrique sélectionne les  $p-1$  mesures  $V_s^i$  afin de conduire à l'inversibilité de  $U$ . On peut optimiser ces mesures en faisant en permanence la mesure de  $V_s$  et en retenant  $p-1$  mesures conduisant à l'inversibilité de  $U$ . Ainsi au cours du temps, dès que  $p-1$  mesures permettant d'inverser cette matrice ont été détectées, on inverse le système afin d'avoir de nouvelles valeurs pour  $V_{c_j}$  ( $j = \{1, \dots, p-1\}$ ), les plus récentes possibles. Afin que ce système de reconstruction fonctionne

correctement, il faut vérifier que quelque soit le rapport cyclique, variable ou non, on obtienne à chaque période de hachage, au moins une mesure.

## A.2 Approche hybride

Cette approche utilise le fait que le convertisseur appartient à une classe particulière des systèmes à commutations (sous classe des systèmes dynamiques hybrides).

*Définition 1* : [11] Une trajectoire de temps hybride est une séquence d'intervalles de temps fini ou infini  $T_n = \{I_i\}_{i=0}^N$  telle que :

- $I_i = [t_{i,0}, t_{i,1}]$ , pour tout  $0 \leq i \leq N$
- Pour tout  $i \leq N$ ,  $t_{i,1} = t_{i+1,0}$
- $t_{0,0} = t_{ini}$  et  $t_{N,1} = t_{end}$

En outre, nous définissons  $\langle T_N \rangle$  la séquence ordonnée des valeurs de  $u$  associée à  $T_N$ , c'est-à-dire  $\{u^0, \dots, u^N\}$  où  $u^i$  est la valeur de  $u$  au cours de l'intervalle de temps  $I_i$ .

*Définition 2* : [14] La fonction  $z = Z(t, x, u)$  est  $Z(T_N)$ -observable le long des trajectoires de temps hybride  $T_N$  si pour toutes trajectoires  $(t, x, u)$  et  $(t, x', u')$  définies dans l'intervalle de temps  $[t_{ini}, t_{end}]$ , l'égalité  $\forall t \in [t_{ini}, t_{end}]$ ,  $h(t, x, u) = h(t, x', u')$  implique  $\forall t \in [t_{ini}, t_{end}]$ ,  $Z(t, x, u) = Z(t, x', u')$ .

*Remarque 1* : Il est possible de définir la projection linéaire  $P$  associée à la fonction  $z = [z_1, \dots, z_{n_z}]^T$  de la manière suivante :

$$P(z) = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \delta_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \delta_{n_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n_z} \end{bmatrix}$$

où  $\delta_i$ ,  $i = \{1, \dots, n_z\}$  vaut soit zero soit un suivant les variables sélectionnées. Le complément de  $P$ , noté  $\bar{P}$ , est la projection linéaire de  $z$  pour les variables éliminées par  $P$ .

*Théorème 1* : [14] Considérons le système (4) et la trajectoire de temps hybride  $T_N$ . Soit  $\mathcal{Q}$  un ensemble ouvert et supposons qu'il existe une séquence de projections  $\{P_i\}_{i=0}^N$ , telle que :

- pour tout  $0 \leq i \leq N$ ,  $P_i((Z(t, x, u)))$  est  $P_i Z$ -observable pour tout  $(t, x, u) \in \mathcal{Q}$  et  $t \in [t_{i,0}, t_{i,1}]$
- $\text{Rang}([P_0^T, \dots, P_N^T]) = n_z$
- $\frac{dP_i(Z(t, x, u))}{dt} = 0$  pour  $t \in [t_{i,0}, t_{i,1}]$  et  $(t, x, u) \in \mathcal{Q}$

Alors,  $z = Z(t, x, u)$  est  $Z(T_N)$ -observable dans  $\mathcal{Q}$  par rapport au système (4) et le long de la trajectoire de temps hybride  $T_N$ .

*Remarque 2* : La première condition du théorème implique qu'il existe au moins un intervalle de temps dans lequel la variable  $P_i((Z(t, x, u)))$  est observable, alors que la deuxième implique que toutes les composantes du vecteur  $Z$  sont observables dans un intervalle de temps donné de la trajectoire hybride  $T_N$ . La troisième contrainte exige que toutes les composantes du vecteur  $Z$  qui ne sont pas observables dans un intervalle de temps doivent rester constantes durant l'intervalle de temps. Ceci garantit la non perte de l'observation et évite d'observer à nouveau des variables déjà observées.

L'application du théorème précédent au convertisseur multicellulaire donne le résultat suivant :

Considérons le modèle (3) du convertisseur à  $p$  cellules et la fonction  $z = x$ . Alors,  $z$  est  $Z(T_N)$ -observable par rapport à la trajectoire de temps hybride  $T_N$  et  $\langle T_N \rangle = \{u^0, \dots, u^N\}$  si  $\text{Rang}((q_{p-1}^0, \dots, q_{p-1}^N)) = p-1$  avec  $\forall i \in \{0, \dots, N\}$   $q_{p-1}^i = [u_1^i, \dots, u_{p-1}^i]^T$ .

*Remarque 3* : Le résultat précédent est très intéressant puisqu'il permet de connaître l'intervalle de temps nécessaire à l'observation de toutes les tensions  $V_{c_j}$ ,  $\forall j \in \{1, \dots, p-1\}$ . De plus, il montre qu'il faut au moins  $p-1$  intervalles de temps (c.a.d  $p-1$  séquences de commande) pour pouvoir observer toutes les tensions du convertisseur.

*Remarque 4* : Le fait que la séquence de commande  $\{q_{p-1}^0, \dots, q_{p-1}^N\}$  soit de rang plein peut être interprétée par la notion d'excitation persistante très utilisée dans les systèmes de commande adaptative.

## B. Synthèse de l'observateur en temps fini

L'observateur en temps fini pour le système (5) est donné par :

$$\begin{cases} \dot{\hat{I}} &= -\frac{R}{L}\hat{I} + \frac{E}{L}u_p + \hat{V}_s + k_1 \sum_{j=1}^{p-1} |u_j| [I - \hat{I}]^\alpha \\ \dot{\hat{V}}_s &= -\sum_{j=1}^{p-1} \frac{I}{Lc_j} u_j^2 - K_2 [I - \hat{I}]^{2\alpha-1} \end{cases} \quad (7)$$

Les constantes positives  $k_1$ ,  $K_2$  et  $\alpha$  seront définies de manière très simple dans la suite de ce papier. La fonction continue  $[a]^b$  est la fonction classique définie de la manière suivante :  $\forall a \in \mathbb{R}, \forall b > 0$ ,

$$[a]^b = |a|^b \text{sign}(a) \quad (8)$$

Définissons les erreurs d'estimation suivantes :

$$\begin{cases} e_1 &= I - \hat{I} \\ e_2 &= V_s - \hat{V}_s \end{cases} \quad (9)$$

Supposons qu'il existe  $T_N$  tel que  $z = x$  soit  $Z(T_N)$ -observable par rapport à la trajectoire de temps hybride  $T_N$  pour le système (3).

Si,  $\forall i \in \{0, \dots, p-1\}$ , la quantité  $e_2$  est nulle sur l'intervalle de temps  $[T_i, t_{i,1}]$  où  $t_{i,0} < T_i < t_{i,1}$  correspond au temps d'établissement; alors, par le biais du reconstructeur algébrique défini dans la section III.A.1, il est possible d'obtenir une estimation des tensions aux bornes des condensateurs, i.e.  $V_{c_j}$ ,  $\forall j = \{1, \dots, p-1\}$ .

Supposons que l'on soit sur un intervalle de temps  $I_i$ . La dynamique de l'erreur peut être caractérisée par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 &= e_2 - k_1 \sum_{j=1}^{p-1} |u_j| [e_1]^\alpha \\ \dot{e}_2 &= -K_2 [e_1]^{2\alpha-1} \end{cases} \quad (10)$$

Afin de simplifier le système d'équations (10), on pose :

$$K_1 = k_1 \sum_{j=1}^{p-1} |u_j| \quad (11)$$

Ainsi, la dynamique (10) peut s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 &= e_2 - K_1 [e_1]^\alpha \\ \dot{e}_2 &= -K_2 [e_1]^{2\alpha-1} \end{cases} \quad (12)$$

*Lemme 1* : [9] Soit le système suivant :

$$\begin{cases} \dot{e}_1 &= e_2 - K_1 [e_1]^\alpha \\ \dot{e}_2 &= e_3 - K_2 [e_1]^{2\alpha-1} \\ &\vdots \\ \dot{e}_{n-1} &= e_n - K_{n-1} [e_1]^{(n-1)\alpha-(n-2)} \\ \dot{e}_n &= -K_n [e_1]^{n\alpha-(n-1)} \end{cases} \quad (13)$$

avec  $K_1, \dots, K_n \in \mathbb{R}_{>0}^n$ . Il existe  $\epsilon \in (1 - \frac{1}{n-1}, 1)$  tel que pour tout  $\alpha \in (1 - \epsilon, 1)$ , le système (13) est globalement stable en temps fini.

*Remarque 5* : La preuve de ce lemme peut être trouvée dans [9]. Elle se base sur des notions d'homogénéité. En fait, si  $\alpha > 1 - \frac{1}{n-1}$ , le système (13) est homogène de degré  $\alpha - 1$  par rapport aux poids  $\{(i-1)\alpha - (i-2)\}_{1 \leq i \leq n}$ . Néanmoins, il est très important de noter que l'estimation du temps d'établissement par le biais de cette preuve est extrêmement délicate à mettre en oeuvre. Etant donné que cette estimation est importante pour la classe de systèmes étudiée, nous proposons une estimation du temps de convergence par le biais d'une fonction de Lyapunov correctement choisie dans le cas  $n = 2$ . Notons que le résultat suivant sera une extension du résultat proposé dans [15] pour un observateur par modes glissants d'ordre deux de type super-twisting (i.e.  $n = 2$  et  $\alpha = \frac{1}{2}$ ).

*Théorème 2* : Considérons la matrice  $A_0$  :

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\alpha K_1 & \alpha \\ -K_2 & 0 \end{bmatrix}$$

avec  $K_1 > 0$ ,  $K_2 > 0$  et  $\frac{1}{2} \leq \alpha < 1$  choisit de telle sorte que  $A_0$  soit de Hurwitz. Alors, les erreurs d'estimation  $e_1$  et  $e_2$  convergent vers zéro en un temps fini.

*Preuve 1* : Supposons que l'on soit sur un intervalle de temps  $I_i = [t_{i,0}, t_{i,1})$  pendant lequel la commande  $u$  reste constante.

On pose :

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [e_1]^\alpha \\ e_2 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Considérons la fonction continue définie positive suivante :

$$V(\xi) = \xi^T P \xi \quad (15)$$

$P = P^T > 0$  est la solution de l'équation de Lyapunov algébrique suivante :

$$A_0^T P + P A_0 = -Q \quad (16)$$

où  $Q = Q^T > 0$  est une matrice symétrique définie positive.

Notons que  $V$  est différentiable partout sauf sur la surface  $\{e_1 = 0\}$ . Puisque les trajectoires du système (12) ne peuvent pas rester sur cet ensemble sauf en atteignant

l'origine,  $\dot{V}$  peut être calculée de la manière conventionnelle (voir [16] pour plus de détails).

Puisque

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \begin{bmatrix} \alpha |e_1|^{\alpha-1} (e_2 - K_1 [e_1]^\alpha) \\ -K_2 [e_1]^{2\alpha-1} \end{bmatrix} \\ &= |e_1|^{\alpha-1} \begin{bmatrix} \alpha (e_2 - K_1 [e_1]^\alpha) \\ -K_2 [e_1]^\alpha \end{bmatrix} \\ &= |e_1|^{\alpha-1} A_0 \xi \end{aligned}$$

la dérivée de  $V$  le long des trajectoires du système (12) est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= |e_1|^{\alpha-1} \xi^T (A_0^T P + P A_0) \xi \\ &= -\frac{1}{|e_1|^{1-\alpha}} \xi^T Q \xi \\ &\leq -\frac{1}{|e_1|^{1-\alpha}} \lambda_{\min}\{Q\} \|\xi\|^2 \end{aligned} \quad (17)$$

Maintenant, en utilisant les inégalités sur les formes quadratiques, on déduit que :

$$\lambda_{\min}\{P\} \|\xi\|^2 \leq V(\xi) \leq \lambda_{\max}\{P\} \|\xi\|^2 \quad (18)$$

où  $\|\xi\|$  est la norme euclidienne de  $\xi$ , c.a.d.

$$\|\xi\|^2 = |e_1|^{2\alpha} + e_2^2 \quad (19)$$

En utilisant les relations (18)-(19) et  $0 < \frac{1-\alpha}{2\alpha}$ , on obtient :

$$|e_1|^{1-\alpha} \leq \|\xi\|^{\frac{1-\alpha}{2\alpha}} \leq \frac{V^{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}(\xi)}{\lambda_{\min}^{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\{P\}} \quad (20)$$

On peut déduire que  $V$  est une fonction de Lyapunov pour le système (12) et :

$$\dot{V} \leq -\gamma(Q) V^{\frac{3\alpha-1}{2\alpha}} \quad (21)$$

avec

$$\gamma(Q) = \frac{\lambda_{\min}\{Q\} \lambda_{\min}^{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}\{P\}}{\lambda_{\max}\{P\}}$$

Par conséquent, puisque  $\gamma(Q) > 0$  et  $0 < \frac{3\alpha-1}{2\alpha} < 1$ , on peut conclure que l'erreur  $e = [e_1, e_2]^T$  converge vers zéro en un temps fini. La fonction temps d'établissement est définie par la relation suivante :

$$T = \frac{2\alpha}{1-\alpha} \frac{V^{\frac{1-\alpha}{2\alpha}}}{\gamma(Q)}$$

■

Supposons qu'il existe une constante  $\tau > 0$  telle que pour tout intervalle de temps  $I_i$  ( $\forall i \in \{0, \dots, p-1\}$ ), la distance  $|t_{i,1} - t_{i,0}|$  soit plus grande que  $\tau$ . La convergence en temps fini des erreurs d'estimation  $e = [e_1, e_2]^T$  n'est assurée que lorsque la séquence de commande  $u$  reste constante. Par conséquent, puisque  $u$  reste constant sur  $t \in [t_{i,0}, t_{i,1})$ , il est nécessaire de s'assurer que le temps d'établissement soit inférieur à  $\tau$ . Ceci peut être facilement réalisé en plaçant de manière judicieuse les pôles de la matrice  $A_0$ . Enfin, par le biais du reconstructeur algébrique défini dans la section III.A.1, il est possible d'obtenir une estimation des tensions aux bornes des condensateurs, i.e.  $V_{c_j}, \forall j = \{1, \dots, p-1\}$ .

*Remarque 6 :* Il est très intéressant de noter que le cas limite  $\alpha = 1$  correspond à l'observateur de Luenberger permettant une convergence asymptotique des erreurs d'estimation. Le cas limite  $\alpha = \frac{1}{2}$  correspond à l'observateur par modes glissants d'ordre deux de type super twisting [5]. Il permet d'assurer la convergence en temps fini des erreurs d'estimation mais présente des oscillations à haute fréquence d'amplitude relativement élevée (qui dépendent de la période d'échantillonnage).

#### IV. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Afin d'illustrer les performances de l'observateur en temps fini proposé, nous considérons le convertisseur à trois cellules. Son comportement est régi par le modèle (3) avec  $p = 3$ . Ses paramètres sont les suivants :  $c_1 = c_2 = 40.10^{-6}F$ ,  $R = 131\Omega$ ,  $L = 0.001H$ .

La tension d'alimentation se caractérise par un échelon de tension, c.a.d.  $E = 30V$ ,  $t > 0$ . La séquence de commande  $T_N$  générée pour la trajectoire de temps hybride est présentée sur la Fig. 2. Cette séquence de commande est périodique de période  $0.2ms$  et vérifie les hypothèses du Lemme 1. Par conséquent, il existe  $T_N$  tel que  $z = x$  soit  $Z(T_N)$ -observable par rapport à la trajectoire de temps hybride  $T_N$  pour le système (3) (on peut voir sur la Fig. 4 que  $V_{c1}$  et  $V_{c2}$  restent bloquées pendant un certain intervalle de temps). Le Théorème 2 peut donc être appliqué.

La fréquence de découpage et la période d'échantillonnage sont respectivement  $F = 5kHz$ ,  $T = 5.10^{-6}s$ .

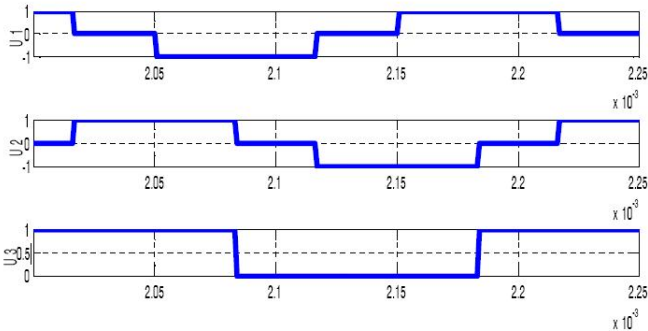


Fig. 2. Séquence de commande  $\langle T_N \rangle$  utilisée

Les paramètres de l'observateur sont les suivants :  $K_1 = 1500$  et  $K_0 = 500$ .

Les Fig. 3-5 donnent les résultats obtenus avec la stratégie de l'observateur en temps fini en choisissant  $\alpha = \frac{3}{4}$ . On peut remarquer la rapidité de convergence des erreurs d'estimation. Du fait de l'équilibrage des tensions aux bornes des condensateurs flottants, les tensions  $V_{c1}$  ( $V_{c2}$  resp.) convergent vers  $\frac{E}{3} = 10V$  pour  $V_{c1}$  (vers  $\frac{2E}{3} = 20V$  pour  $V_{c2}$ ). À noter que le phénomène d'oscillations à haute fréquence est d'amplitude relativement faible.

Afin de mettre en lumière l'amélioration induite par le choix de l'observateur en temps fini développé dans ce papier, nous refaisons les mêmes calculs en conservant la valeur des gains de l'observateur  $K_1 = 1500$  et  $K_0 = 500$  mais en changeant la valeur du paramètre  $\alpha = \frac{1}{2}$ . Par conséquent, l'observateur (7) devient l'observateur classique par modes glissants d'ordre deux de type super-twisting [5]. Les Fig. 6-7 donnent les résultats obtenus

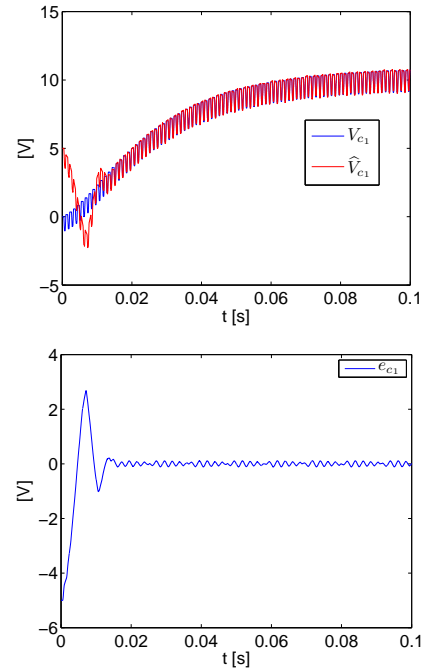


Fig. 3. Erreur d'estimation en  $V_{c1}$  pour l'observateur en temps fini ( $\alpha = \frac{3}{4}$ )

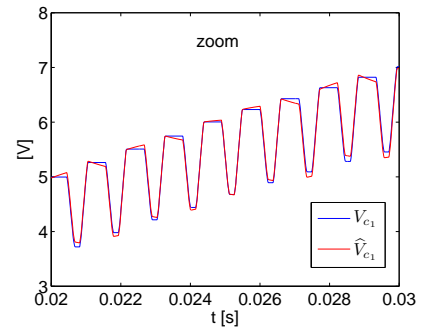


Fig. 4. Zoom sur l'erreur d'estimation

avec la stratégie de l'observateur en temps fini en choisissant  $\alpha = \frac{1}{2}$ . Cet observateur conserve des propriétés très intéressantes en termes de rapidité de convergence. Mais, les propriétés en termes de "chattering" (oscillations à hautes fréquences) sont dégradées.

Ces deux observateurs offrent des propriétés similaires et très bonnes en termes de robustesse vis-à-vis des variations de paramètres.

#### V. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons étudié un observateur en temps fini appliqué au convertisseur multicellulaire. Le problème à résoudre était l'estimation des tensions aux bornes des condensateurs d'un convertisseur multicellulaire. Notre approche permet une convergence en temps fini des erreurs d'estimation. Des simulations et des comparaisons avec un observateur classique par modes glissants d'ordre deux de type super-twisting, illustrent les performances de l'approche proposée en terme de rapidité, robus-

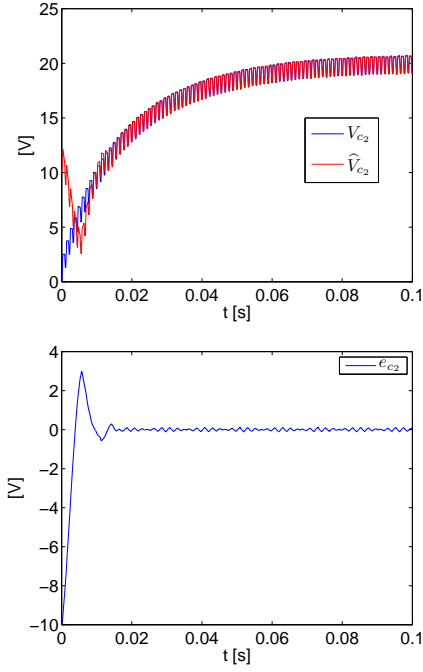


Fig. 5. Erreur d'estimation en  $V_{c_2}$  pour l'observateur en temps fini ( $\alpha = \frac{3}{4}$ )

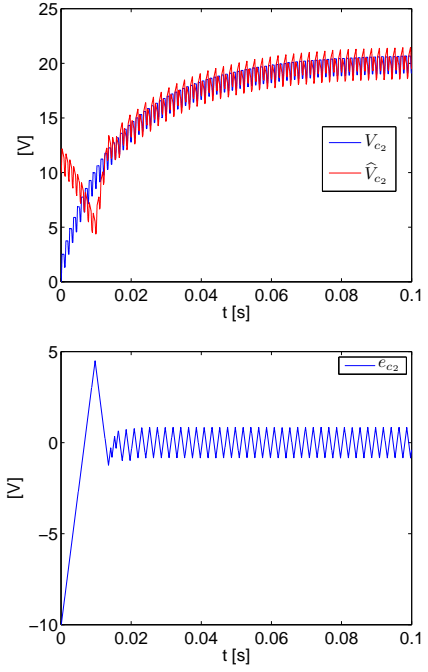


Fig. 7. Erreur d'estimation en  $V_{c_2}$  pour l'observateur de type super twisting ( $\alpha = \frac{1}{2}$ )

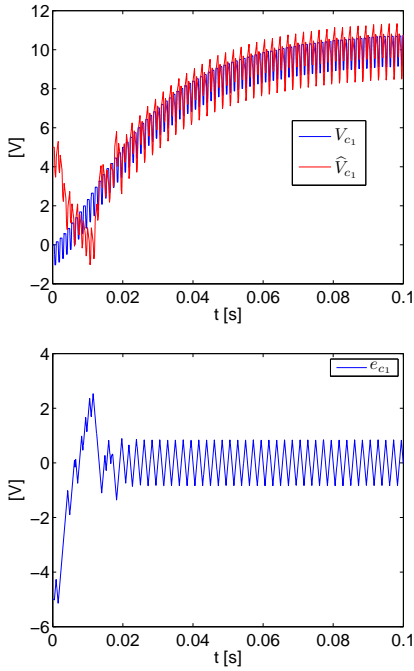


Fig. 6. Erreur d'estimation en  $V_{c_1}$  pour l'observateur de type super twisting ( $\alpha = \frac{1}{2}$ )

tesse et oscillations à haute fréquence.

#### RÉFÉRENCES

[1] R. Erickson and D. Maksimovic, "Fundamentals of Power Electronics", *Second Edition, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands*, 2001.  
 [2] T. Meynard and H. Foch, French patent N°91,09582 du 25 juillet 1991, dépôt international PCT (Europe, Japon, USA, Canada), N°92,00652 du 8 juillet, 1992.

[3] K. Benmansour, A. Benalia, M. Djemaï and J. de Leon, "Hybrid Control of a Multicellular Converter", *Nonlinear Analysis: Hybrid systems*, **1**(1), pp. 16–29, 2007.  
 [4] A. Glumineau, C. Moog and F. Plestan "New algebra-geometric conditions for the linearization by input-output injection", *IEEE Transactions on Automatic Control*, **41**(4), pp. 598–603, 1996.  
 [5] M. Ghanes, J. Barbot, "On sliding mode and adaptive observers design for multicell converter", *IEEE American Control Conference*, St Louis, Missouri, USA, 2009.  
 [6] A. Levant, "Robust Exact Differentiation via sliding mode technique", *Automatica*, **34**(3), pp. 379–384, 1998.  
 [7] L. Fridman, Y. Shtessel, C. Edwards and X. Yan, "Higher-order sliding mode observer for state estimation and input reconstruction in nonlinear systems", *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **18**(4), pp. 399–412, 2008.  
 [8] T. Floquet and J. Barbot, "Super twisting algorithm based step-by-step sliding mode observers for nonlinear systems with unknown inputs", *Int. J. of Systems Science*, **38**(10), pp. 803–815, 2007.  
 [9] W. Perruquetti, T. Floquet and E. Moulay, "Finite time observers : application to secure communication", *IEEE Transactions on Automatic Control*, **53**(1), pp. 356–360, 2008.  
 [10] M. Defoort, T. Floquet, A. Kokosy and W. Perruquetti, "A novel higher order sliding mode control scheme", *Systems and control letters*, **58**(2), pp. 102–108, 2009.  
 [11] J. Lygeros, K. Johansson, S. Simic, J. Zhang and S. Sastry, "Dynamical Properties of Hybrid Automata", *IEEE Transactions on automatic control*, **48**(1), pp. 2–14, 2003.  
 [12] K. Benmansour, "Réalisation d'un banc d'essai pour la Commande et l'Observation des Convertisseurs Multicellulaires Série : Approche Hybride", Thèse, Université de Cergy Pontoise, 2009.  
 [13] A. Isidori, "Nonlinear Control Systems", *Springler-Verlag, London*, 1999.  
 [14] W. Kang, J. Barbot and L. Xu "On the Observability of Nonlinear and Switched Systems", *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Springer Berlin, 2009.  
 [15] J. Moreno and M. Osorio, "A Lyapunov approach to second order sliding mode controllers and observers", *IEEE Conference on Decision and Control*, 2008.  
 [16] Y. Hong, "Finite-time stabilization and stabilizability of a class of controllable systems", *Systems and Control Letters*, **46**(4), pp. 231–236, 2002.