

Bipède 3D : Balancement optimal des bras

Yannick Aoustin¹, Alexander Formal'skii²

¹ Institut de Recherche en Communications et Cybernétique de Nantes,
UMR 6597 – Ecole Centrale de Nantes, Université de Nantes, CNRS
1, rue de la Noë, BP 92101. 44321 Nantes, France. *Yannick.Aoustin@irccyn.ec-nantes.fr*

²Institute of Mechanics, Moscow Lomonosov State University
1, Mitchurinskii Prospect, Moscow 119192 Russia. *formal@imec.msu.ru*

Résumé— Un mouvement balistique est défini pour un robot bipède qui évolue dans un environnement 3D. Il dispose de deux jambes identiques avec des genoux mais sans pieds. Il a un tronc et deux bras identiques. Pour obtenir une allure de marche périodique des couples impulsionnels sont appliqués aux articulations lors de la phase instantanée de double appui. Une infinité de solutions existe pour le calcul de ces couples. Ces solutions sont calculées par la minimisation d'un critère d'énergie. Des tests numériques montrent que pour une période de mouvement et une longueur d'enjambée données, il existe une amplitude optimale de balancement des bras pour laquelle le critère d'énergie est minimal.

Mots-clés— bipède ; mouvement de marche balistique ; bras ; couples impulsionnels ; critère d'énergie ; optimisation.

I. INTRODUCTION

Les robots bipèdes sont des systèmes mécaniques qui utilisent l'environnement pour se déplacer. Leur interaction avec le sol est donc essentielle et par conséquent beaucoup de problèmes doivent être pris en compte, tels que la distributions des masses, le choix des moto-réducteurs pour améliorer l'autonomie [5], les phases de sous-actionnement, [1] ou de sur-actionnement [17], les impacts avec le sol, la stabilité de la marche cyclique [16], [10], [11], [1].

Les robots bipèdes passifs intéressent beaucoup de chercheurs en raison de leurs faibles besoins en énergie. McGeer [16] a revisité la stabilité d'un robot compas qui descend un plan incliné sous l'effet de la gravité. Collins *et al.* [6] ont mis en oeuvre et analysé un bipède avec des bras qui requière peu d'énergie. Cependant, généralement ces robots marcheurs passifs ont une architecture particulière, avec des pieds arrondis. Ils ne sont pas adaptés pour des applications telles que les tâches d'assistance médicale, d'inspection ou de manutention dans l'environnement humain. Donc, probablement dans le futur ces tâches seront dévolues à des robots humanoïdes qui disposeront de nombreux degrés de liberté, notamment pour le système locomoteur, le tronc et les bras. Beaucoup d'articles sont dédiés au comportement du système locomoteur des bipèdes. Peu d'études et résultats existent pour décrire les effets du tronc et des bras sur les allures de marche d'un bipède. Des analyses semblent montrer que pour l'humain, les bras agissent comme des balanciers qui réduisent les rotations du tronc et de la tête, Ortega *et al* [19], Pontzer *et al.* [20]. Brujin *et al.* [3] précisent que les contributions du pelvis et du thorax sur le moment cinématique au centre de gravité du bipède sont moindres par rapport à celles des jambes et des bras.

Comprendre et reproduire l'influence des différents membres d'un humain à partir d'une allure de marche d'un

bipède 3D est une tâche difficile. Les frottements au niveau des articulations humaines sont pratiquement inexistantes, l'énergie musculaire est très complexe à quantifier [12], [7]. Du point de vue mécanique, la marche balistique d'un bipède peut aider à faire des corrélations avec la marche humaine, notamment sur d'éventuelles symétries de mouvement des articulations, le déplacement du centre de gravité, l'évolution des forces de réactions sur les appuis. Les mouvements des humains et des animaux comportent des périodes successives d'activité et de relaxation musculaires. Il est donc logique de considérer le problème du balancement balistique suivi d'un impact avec des couples articulaires impulsionnels. La définition de problèmes similaires est proposée dans [8], [9], [18] et [16].

Nous considérons un robot anthropomorphe 3D avec un pelvis, un torse et des bras mais sans pieds. Les paramètres physiques du bipède sont choisis à partir de données moyennes de l'humain. La contribution de ce papier est de résoudre le problème à valeur frontière pour trouver une allure de marche balistique, avec des doubles appuis instantanés et des couples impulsionnels (fonctions de Dirac) et d'étudier l'effet du balancement des bras. De plus nous calculons une énergie minimale relative aux couples impulsionnels durant la phase de double appui. La recherche de ces minimums est effectuée en fonction de l'amplitude du balancement des bras. Ces couples impulsionnels ne sont pas réalisables expérimentalement. Notre approche peut donc être considérée comme asymptotique et nous permet de évaluer le rôle des bras dans le processus de marche.

Le papier est organisé comme suit. La section II est dédiée à la présentation du modèle. La définition du problème de la marche balistique, les équations algébriques qui décrivent le double appui instantané et la résolution de la phase balistique de simple appui sont regroupées dans la section III. Le critère d'énergie dépensée lors des phases impulsionnelles est présenté section IV. Les résultats obtenus à partir des investigations numériques sont présentés section V. Des perspectives sont proposées section VI.

II. MODÈLE DYNAMIQUE DU BIPÈDE

A. Description géométrique du bipède

Le bipède anthropomorphe étudié est décrit Fig. 1. Tous les corps sont supposés massifs et sont connectés par des articulations rotoïdes. Il a une structure arborescente. Le bipède a un bassin, un tronc, deux bras identiques et deux jambes identiques avec un genou à un degré de liberté.

Les jambes se terminent par des pieds ponctuels. Chaque hanche et chaque épaule possèdent une articulation rotoïde avec un degré de liberté. Le tronc a une articulation à deux degrés de liberté. Le mouvement du bipède a lieu dans un environnement 3D. En simple appui l'extrémité du pied en appui est supposé sans mouvement de glissement, de décollement et de mouvement lacet. Par conséquent le pied d'appui ponctuel agit comme un pivot dans les plans frontal et sagittal et il est modélisé comme un point de contact avec deux degrés de liberté.

La notation géométrique qui découle de la convention de Denavit-Hartenberg [21] pour positionner les repères est donné Table I, où :

- $a(j)$ définit le repère antécédent du repère j
- Les paramètres géométriques $(\alpha_j, \gamma_j, r_j, d_j)$ déterminent la position du repère j par rapport à son antécédent $a(j)$.
- $\sigma(j)$ spécifie le type de l'articulation j , 0 si rotoïde et 2 si fixe.

Un vecteur colonne de neuf coordonnées généralisées $q = [q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9]'$ est défini tableau I et est décrit Fig. 1. Les angles absolus q_1 et q_2 sont respectivement les angles de roulis et de tangage de la jambe d'appui. Les variables angulaires q_3 et q_9 sont respectivement les angles articulaires de genou de la jambe d'appui et celui de la jambe libre. La variable angulaire q_4 est l'angle articulaire de la hanche par rapport au bassin. La variable angulaire q_5 est l'angle articulaire qui décrit le mouvement lacet du tronc relativement au bassin. La variable angulaire q_8 est l'angle articulaire de la jambe libre par rapport au bassin. Les variables angulaires q_6 et q_7 sont respectivement les angles articulaires du tronc par rapport aux deux bras. Les variables articulaires q_1 et q_2 sont non-actionnées, du fait du contact passif, tandis que les variables angulaires $q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8$ et q_9 sont indépendamment actionnées.

j	$a(j)$	α_j	γ_j	r_j	d_j	σ_j
1	0	0	q_1	0	0	0
2	1	$\frac{\pi}{2}$	q_2	0	0	0
3	2	0	q_3	0	d_3	0
4	3	0	q_4	l_4	d_4	0
5	4	$\frac{\pi}{2}$	q_5	l_5	0	0
6	10	$-\frac{\pi}{2}$	q_6	l_6	$d_6 = d_5$	0
7	10	$-\frac{\pi}{2}$	q_7	$l_7 = l_6$	0	0
8	4	0	q_8	0	0	0
9	8	0	q_9	$l_9 = l_4$	$d_9 = d_4$	0
10	4	0	0	l_{10}	0	2

TABLE I
PARAMÈTRES GÉOMÉTRIQUES DU ROBOT BIPÈDE.

B. Equations du mouvement du bipède en simple appui

En utilisant la méthode de Newton-Euler, les équations de mouvement qui sont obtenues pour le bipède 3D s'écrivent sous la forme symbolique,

$$\begin{bmatrix} F_0 \\ \Gamma \end{bmatrix} = \text{NE}(q, \dot{q}, \ddot{q}) \quad (1)$$

où Γ est le vecteur 7×1 des couples articulaires, F_0 est un 4×1 torseur composé des trois composantes de la force de

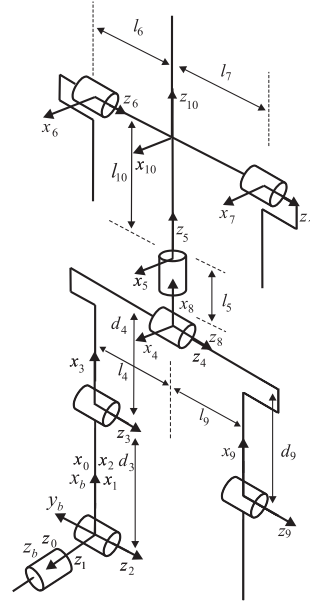


Fig. 1. Schéma du bipède sept-corps et repères associés à ses neuf degrés en simple appui.

réaction et du moment calculé par rapport à l'axe vertical passant par l'extrémité du pied ponctuel. Le nombre de degrés de liberté est égal à neuf, mais il y a seulement sept couples articulaires. Le bipède est donc sous-actionné en phase de simple appui.

Remarques :

* La méthode dite de Newton-Euler permet de calculer le modèle dynamique défini par l'équation (1). Cette méthode de calcul [15] est fondée sur deux itérations. Associé avec le choix de paramétrisation, l'algorithme obtenu [14] est : le calcul récursif avant, de la base (l'extrémité de la jambe d'appui) au corps terminal (extrémité de la jambe avant), via le bassin, le torse et les deux bras, détermine la vitesse, l'accélération et le torseur résultant pour chaque corps. Puis le calcul récursif arrière, de l'extrémité de la jambe libre à l'extrémité de la jambe d'appui via le bassin, le torse et les deux bras, calcule les couples articulaires et les forces de réactions à l'aide de l'équation d'équilibre dynamique de chaque corps successivement.

* À l'impact, le pied d'appui précédent devient le pied libre, et sa vitesse après impact peut différer de zéro. La vitesse linéaire du corps 0 est définie par l'algorithme de Newton-Euler. Les hanches sont constituées d'une simple articulation rotoïde. Il n'y a pas de mouvements d'adduction et d'abduction, de rotation interne et externe. Donc pour le modèle d'impact, la position du bipède par rapport au repère inertiel peut s'exprimer par $X = [x_0, y_0, z_0, q']'$, où x_0, y_0 et z_0 sont les coordonnées Cartésiennes de l'origine du repère R_0 .

C. Double appui

Durant l'allure de marche du bipède, un impact a lieu à la fin de la phase de simple appui, quand l'extrémité de la jambe libre touche le sol. A cet instant, noté T , la phase de double appui est supposée être instantanée. Nous testons cette hypothèse a posteriori en simulation. A l'impact impulsif, le mécanisme perd de l'énergie. Par conséquent le vecteur de vitesse après impact n'est pas celui désiré, si la surface de déambulation est horizontale. Donc pour le

prochain pas balistique, la vitesse initiale désirée ne sera pas atteinte sans couples actifs [10]. Théoriquement, autour de la phase instantanée de double appui il est possible de définir des couples impulsionnels dans le but d'assurer le saut désiré de vitesse [9] et [13]. Sous-section III-B, il est montré comment définir ces couples impulsionnels.

D. Physical parameters of the biped

Pour le bipède sept corps (Fig. 1) nous utilisons les paramètres physiques de [9]. La masse globale du bipède est 75 kg, sa hauteur est 1.75 m. La distance entre l'articulation du genou et le centre de masse de la cheville est $s_s = 0.324$ m, entre l'articulation de la hanche et le centre de masse de la cuisse : $s_t = 0.18$ m, entre l'articulation de la hanche et le centre de masse du tronc : $s_T = 0.386$ m, entre l'articulation de l'épaule et le centre de masse du bras : $s_a = 0.33$ m. La distance entre l'articulation des épaules et celle des hanches est : $l_5 + l_{10} = s_b = 0.35$ m. Les masses, les longueurs et les moments d'inertie pour chaque corps du bipède sont donnés, tableau II.

	cuisse	jambe	torse	bras
longueurs (m)	$l_t = d_4$ = 0.41	$l_s = d_3$ = 0.497	l_T = 0.625	l_a = 0.66
masses (kg)	m_t 8.6	m_s 4.6	m_T 16.5	m_a 4.6
inertie en x (kg·m ²)	I_x^t 0	I_x^s 0	I_x^T 11.3	I_x^a 0
inertie en y (kg·m ²)	I_y^t 0.7414	I_y^s 0.0521	I_y^T 11.3	I_y^a 0.7414
inertie en z (kg·m ²)	I_z^t 0.7414	I_z^s 0.0521	I_z^T 11.3	I_z^a 0.7414
distances des hanches (m)	$l_4 = l_9 = 0.20$			
distances des épaules (m)	$l_6 = l_7 = 0.22$			
distance épaules torse (m)	$l_{10} = 0.5$			
distance torse bassin (m)	$l_5 = 0.0$			

TABLE II
PARAMÈTRES DU BIPÈDE

III. MOUVEMENT BALISTIQUE ET COMMANDE IMPULSIONNELLE

A. Simple appui

En simple appui, l'extrémité de la jambe d'appui est supposée agir comme une liaison pivot dans les plans frontal et sagittal, sans rotation lacet, glissement ou décollement. Il est alors possible de modéliser le bipède comme un robot manipulateur avec une structure arborescente et neuf degrés de liberté. Le modèle dynamique du bipède en simple appui peut se présenter par l'équation matricielle :

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = B\Gamma. \quad (2)$$

Ici $D(q)$ est la matrice définie positive 9×9 d'inertie ; $C(q, \dot{q})$ et $G(q)$ sont les vecteurs 9×1 des forces centrifuges, de Coriolis et de gravité respectivement. La matrice $B = [0_{2 \times 7}, I_{7 \times 7}]'$ indique si une articulation est actionnée ou non. Les notations $0_{2 \times 7}$ et $I_{7 \times 7}$ définissent la matrice nulle 2×7 et la matrice identité 7×7 , respectivement.

Suivant [22], la matrice $D(q)$ peut être calculée par l'algorithme de Newton-Euler, en notant qu'avec $B = I_{9 \times 9}$ par

exemple il est possible de trouver un vecteur des couples 9×1 Γ , qui est égal à la $i^{\text{ème}}$ colonne de $D(q)$ si

$$\dot{q} = 0_{9 \times 1}, \quad g = 0, \quad \ddot{q} = e_i$$

e_i est le vecteur unitaire 9×1 , dont les éléments sont nuls, excepté le $i^{\text{ème}}$ élément qui est égal à 1. Les vecteurs $C(q, \dot{q})$ et $G(q)$ peuvent être obtenus de la même manière.

Soit $q(0)$ la configuration initiale du bipède à l'instant $t = 0$. Posons que dans le plan sagittal, les jambes arrière et avant sont respectivement les jambes d'appui et de balancement. La configuration finale à un temps donné $t = T$ du bipède en phase de simple appui est notée $q(T)$. Par inversion du rôle des jambes, cette configuration finale est similaire à la configuration initiale. Fig. 2, les deux configurations limites $q(0)$ et $q(T)$ sont montrées, vue de côté. La pose de gauche est la configuration initiale, celle de droite est la configuration terminale.

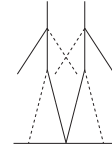


Fig. 2. Configurations initiale et finale du bipède (vue de côté).

Soit L la longueur du pas qui correspond à un simple appui. Nous considérons un mouvement balistique durant la phase de simple appui avec $\Gamma = 0_{7 \times 1}$. En conséquence, l'équation (2) pour le mouvement balistique devient :

$$D(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = 0_{9 \times 1}. \quad (3)$$

Pour définir la marche balistique, il est nécessaire de trouver la solution $q(t)$ des équations matricielles (3) avec les conditions frontières données $q(0)$ et $q(T)$. Nous devons trouver le vecteur de vitesse initiale $\dot{q}(0)$ tel que $q(t)$, partant de la configuration initiale donnée $q(0)$ avec le vecteur vitesse $\dot{q}(0)$, nous atteignons la configuration finale donnée $q(T)$ à un temps donné T . Ce problème à valeur frontière peut être résolu numériquement par la méthode de Newton-Raphson avec comme inconnue le vecteur $\dot{q}(0)$. Le mouvement est admissible, si la composante verticale de la réaction du sol à l'extrémité de la jambe d'appui est positive (dirigée vers le haut) et si la jambe libre évolue au dessus du sol pour $0 < t < T$. Nous vérifions ces contraintes après la résolution du problème à valeur frontière.

Après la résolution du problème à valeur frontière, le vecteur de vitesse initiale $\dot{q}(0)$ est connu. Ce vecteur est noté \dot{q}^a . Si les conditions $q(0)$, \dot{q}^a sont connues alors par intégration du système (3) le vecteur des vitesses terminales $\dot{q}(T)$ peut aussi être trouvé. Nous le notons par \dot{q}^b . Le pied ponctuel d'appui est défini comme l'origine du repère R_0 durant le mouvement balistique. Dans le but d'écrire les équations de l'impact impulsif Section III-B pour les temps initial et final du mouvement balistique, nous introduisons les vecteurs étendus de vitesse $\dot{X}^a = [0, 0, 0, (\dot{q}^a)']'$ et $\dot{X}^b = [0, 0, 0, (\dot{q}^b)']'$.

B. Structure de la phase de double appui

Le modèle dynamique du mouvement de simple appui, qui tient compte de la réaction du sol R_j 3×1 sur la jambe

d'appui j ($j = 1$ ou 2) peut être présenté sous la forme matricielle suivante :

$$D_e \ddot{X} + C_e(q, \dot{q}) + G_e(q) = B_e \Gamma + J_j' R_j \quad (4)$$

Où $D_e(q)$ est la matrice 12×12 définie positive d'inertie ; $C_e(q, \dot{q})$ et $G_e(q)$ sont respectivement les 12×1 vecteurs des forces centrifuges, de Coriolis et de gravité ; la matrice $B_e = [0_{5 \times 7}, I_{7 \times 7}]'$ indique si une articulation est actionnée ou non ; $J_j(q)$ ($j = 1, 2$) sont les matrices jacobiniennes 3×12 des fonctions de contraintes. Ces contraintes sont relatives au contact entre le sol et l'extrémité de la jambe d'appui j . Annuler l'accélération de l'extrémité de la jambe d'appui

$$J_j(q) \ddot{X} + H_j(q, \dot{q}) = 0 \quad (5)$$

implique que les coordonnées Cartésiennes de l'extrémité de la jambe j ne changent pas, si sa vitesse initiale est nulle. $H_j(q, \dot{q})$ est un vecteur 3×1 .

Considérons le mouvement balistique courant sur la jambe d'appui 1 et le mouvement balistique suivant sur la jambe d'appui 2. Soient le vecteur des vitesses finales \dot{X}^b de la phase de simple appui courante et le vecteur des vitesses initiales \dot{X}^a de la prochaine phase de simple appui suivante. Ces vitesses initiales et finales sont connues à partir de la solution du problème à valeur frontière et de l'intégration numérique de l'équation matricielle (3) ou (4) avec $\Gamma = 0$, $\ddot{x}_0 = \ddot{y}_0 = \ddot{z}_0 = 0$. Appliquons aux articulations les couples impulsions définis par les vecteurs I^- et I^+ , respectivement juste avant et juste après l'impact passif avec le sol pour créer un mouvement cyclique complet. Nous pouvons donc diviser la phase de double appui instantanée en trois sous-phases, qui sont représentées Fig. 3. La jambe libre

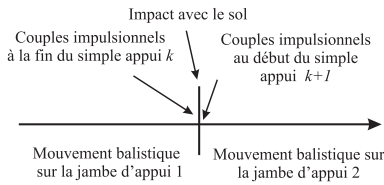


Fig. 3. Décomposition de l'impact impulsif.

2 touche le sol à la fin du mouvement balistique en simple appui sur la jambe 1, et un impact intervient.

* Lors de la *première* sous-phase, juste avant le contact avec le sol, en simple appui au temps just avant impact T^- , des couples impulsifs $\Gamma^-(t) = I^- \delta(t - T^-)$ sont appliqués aux sept articulations. Ici $\delta(t - T^-)$ est l'impulsion Dirac. Au même instant T^- , la réaction impulsive du sol $R_1^- = I_{R_1}^- \delta(t - T^-)$ est appliquée à l'extrémité de la jambe arrière. Ici $I_{R_1}^- (I_{R_{1x}}^-, I_{R_{1y}}^-, I_{R_{1z}}^-)$ est le vecteur des amplitudes de la réaction impulsive sur la jambe 1. Avec les couples impulsifs, le vecteur des vitesses \dot{X} du bipède change instantanément de la valeur \dot{X}^b à une valeur \dot{X}^- . Les équations correspondantes pour le saut des vitesses peut être obtenues par l'intégration des équations du mouvement (4), (5) de T^- à T . Les couples issus des forces de Coriolis et de gravité ont des valeurs finies. Ils n'ont donc pas d'influence sur le saut de vitesse :

$$D_e[q(T)](\dot{X}^- - \dot{X}^b) = B_e I^- + J_1'[q(T)] I_{R_1}^- \quad (6)$$

$$J_1[q(T)](\dot{X}^- - \dot{X}^b) = 0_{3 \times 1} \quad (7)$$

Ici $q(T)$ dénote les configurations du bipède à l'instant du double appui instantané. Cette configuration ne change pas lors des sous-phases de l'impact. La vitesse de l'extrémité de la jambe arrière reste nulle après la première sous-phase. Le bipède a donc le vecteur vitesse $\dot{X}^- = [0, 0, 0, \dot{q}^-]'$ juste avant la *seconde* sous-phase, qui est l'impact passif avec le sol.

* La *seconde* sous-phase est supposée être un impact passif, *i.e.* sans couples appliqués aux articulations motorisées, être absolument inélastique, et il est tel que les jambes ne glissent pas sur le sol. A partir de ces conditions, les réactions du sol peuvent être considérées comme des forces impulsives et sont définies par des fonctions de Dirac $R_2 = I_{R_2} \delta(t - T)$. Ici $I_{R_2} (I_{R_{2x}}, I_{R_{2y}}, I_{R_{2z}})$ est le vecteur des magnitudes des réactions impulsives appliquées à l'extrémité de la jambe 2 [9]. Les équations qui correspondent au saut des vitesses peuvent être obtenues par l'intégration de (4) sur un intervalle de temps infiniment petit. La vitesse de l'extrémité de la jambe d'appui 1 avant un impact devient nulle. Après l'impact passif deux cas sont possibles. Soit la jambe d'appui quitte le sol, ou bien les deux jambes restent sur le sol. Dans le premier cas, la composante verticale de la vitesse de l'extrémité de la jambe qui quitte le sol doit être dirigée vers le haut. Il n'y a plus de contact entre cette jambe et le sol. Les équations d'impact peuvent alors s'écrire :

$$D_e[q(T)](\dot{X}^+ - \dot{X}^-) = J_2'[q(T)] I_{R_2} \quad (8)$$

Ici \dot{X}^+ est le vecteur vitesse juste après un impact passif et inélastique. La jambe libre 2 après l'impact devient la jambe d'appui. De plus, la vitesse de son extrémité est nulle après l'impact,

$$J_2[q(T)] \dot{X}^+ = 0_{3 \times 1} \quad (9)$$

A partir de nos investigations numériques, nous avons observé que seul le premier cas est valide pour notre bipède. En effet il n'est pas possible qu'après l'impact les deux jambes restent sur le sol. La jambe en appui quitte donc le sol.

* Après la *seconde* sous-phase, qui est l'impact passif, le mouvement balistique suivant démarre sur la jambe 2. Mais, avant ce mouvement balistique de balancement, la *troisième* sous-phase au temps T^+ prend place, juste après l'impact. Durant cette sous-phase, des couples impulsifs $\Gamma^+(t) = I^+ \delta(t - T^+)$ sont appliqués aux articulations motorisées pour changer la vitesse du bipède instantanément, du vecteur vitesse juste après l'impact passif \dot{X}^+ à celui connu \dot{X}^a . Par intégration des équations différentielles (4) nous obtenons la relation matricielle suivante :

$$D_e[q(T)](\dot{X}^a - \dot{X}^+) = B_e I^+ + J_2'[q(T)] I_{R_2}^+ \quad (10)$$

Le système (6)-(10) est composé de 42 équations scalaires pour trouver les 47 variables inconnues, qui sont les composantes des vecteurs : $\dot{X}^- (12 \times 1)$, $I^- (7 \times 1)$, $I_{R_1}^- (3 \times 1)$ (pour la *première* sous-phase), $\dot{X}^+ (12 \times 1)$, $I_{R_2} (3 \times 1)$, $I^+ (7 \times 1)$ (pour la *seconde* sous-phase) et $I_{R_2}^+ (3 \times 1)$ (pour la *troisième* sous-phase). Donc le problème de la commande impulsive a un nombre infini de solutions. Mais avec un nombre d'équations moindre que celui des variables inconnues, il

est possible d'extraire une solution unique qui minimise un critère coût. Les composantes des vecteurs mentionnés précédemment sont des paramètres possibles de la minimisation. Parmi l'ensemble des composantes, cinq peuvent être définies comme paramètres pour minimiser un critère coût. Dans la prochaine section, le critère coût choisi est présenté. Mais lors de la résolution du système (6) - (10), il est nécessaire de prendre en compte que la composante verticale ne doit jamais être dirigée vers le bas. La composante verticale de la vitesse de l'extrémité de la jambe arrière à l'instant du décollement doit être dirigée vers le haut.

IV. COÛT ÉNERGÉTIQUE DE LA COMMANDE IMPULSIONNELLE

Nous supposons qu'il n'y a pas de stockage d'énergie via les actionneurs. Par conséquent la fonctionnelle du coût énergétique s'exprime ainsi [4] et [9] :

$$W = \int_{T^-}^{T^+} |\Gamma' \dot{\theta}| dt \quad (11)$$

Ici $\theta = [q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9]'$ est le vecteur colonne des sept variables actionnées. Dans notre cas, avec des couples impulsionnels, la fonctionnelle de coût (12) s'exprime :

$$W = \sum_{i=1}^7 \left[\int_{T^-}^{T^+} |\Gamma_i^-(t) \dot{\theta}_i(t)| dt + \int_{T^-}^{T^+} |\Gamma_i^+(t) \dot{\theta}_i(t)| dt \right] \quad (12)$$

Le calcul des intégrations dans l'expression (12) conduit aux formules suivantes [9] :

$$W = \sum_{i=1}^7 (W_i^- + W_i^+) \quad (13)$$

avec

$$W_i^- = \left| I_i^- \frac{\dot{\theta}_i(T^-) + \dot{\theta}_i(T)}{2} \right| \text{ if } \dot{\theta}_i(T^-) \dot{\theta}_i(T) \geq 0$$

$$W_i^- = \left| I_i^- \frac{\dot{\theta}_i^2(T^-) + \dot{\theta}_i^2(T)}{2 [\dot{\theta}_i(T^-) - \dot{\theta}_i(T)]} \right| \text{ if } \dot{\theta}_i(T^-) \dot{\theta}_i(T) < 0$$

Les expressions de W_i^+ peuvent être obtenues en remplaçant respectivement I_i^-, T^- et T par I_i^+, T et T^+ dans W_i^- . Le calculs de W_i^- et W_i^+ se fait en effectuant la distribution des fonctions impulsionnelles $\Gamma_i(t)$ sur les intervalles $[T^-, T^- + \epsilon]$, $[T^+, T^+ + \epsilon]$ et en faisant $\epsilon \rightarrow 0$ dans les intégrales respectives de 12 .

En simulation, avec une longueur d'enjambée et période de mouvement données, pour chaque amplitude de balancement des bras, nous choisissons une solution unique du système (6) - (10) en minimisant (13). Nous considérons la quantité minimale (13) qui correspond à cette solution, comme l'énergie de consommation du bipède avec L et T données, et l'amplitude des bras.

V. SIMULATION

Pour plusieurs valeurs de la longueur L de l'enjambée et de la période de temps T , nous étudions numériquement l'influence de l'amplitude de balancement des bras sur le coût énergétique de la marche du bipède.

Fig. 4, la consommation d'énergie comme fonction de l'amplitude de balancement des bras est montrée pour une longueur d'enjambée fixée $L = 0.45 m$ et différentes périodes de temps. Pour les configurations limites, les jambes sont tendues. L'inclinaison initiale du tronc par rapport à l'axe vertical est nulle. Les amplitudes du balancement des bras sont considérées dans l'intervalle (5° , 65°).

La courbe pour la période de temps $T = 0.45 s$ et la longueur de l'enjambée $L = 0.45 m$ est dessinée en trait plein. Nous pouvons voir à partir de la Fig. 4 qu'avec l'amplitude 33° , l'énergie consommée est minimale. Cela veut dire que cette amplitude est optimale pour ces valeurs particulières de la période de temps et de la longueur de l'enjambée. Les configurations limites correspondantes sont présentées Fig. 2.

La courbe pour une période de temps plus grande $T = 0.48 s$ et la même longueur d'enjambée $L = 0.45 m$ est dessinée en trait pointillé. Le trait tiret correspond à la période de temps $T = 0.50 s$ et la longueur $L = 0.45 m$ de l'enjambée. Donc, si la période de temps s'accroît, l'énergie consommée décroît. Ce fait semble naturel pour une allure de marche humaine.

Dans [2], est étudié le cas de la marche 2D d'un bipède avec bras. Les paramètres physiques de ce bipède sont les mêmes que ceux considérés ici. Avec $L = 0.45 m$ et $T = 0.45 s$, l'amplitude optimale trouvée du balancement des bras est 35.2° . Cette valeur est proche de la valeur 33° , qui a été obtenue ici pour la marche 3D.

Fig. 5, l'énergie consommée en fonction de l'amplitude du balancement des bras est tracée pour la période de temps fixée $T = 0.45 s$ et une longueur variable L de l'enjambée ($L = 0.40 m$, $L = 0.45 m$ et $L = 0.50 m$). Si la longueur de l'enjambée s'accroît, l'énergie consommée s'accroît ; l'amplitude optimale de balancement s'accroît aussi.

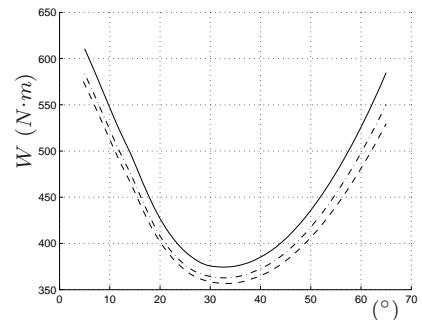


Fig. 4. For $L = 0.45 m$, W en fonction de l'amplitude de balancement des bras [degrés] $T = 0.45 s$ (trait plein), $T = 0.48 s$ (trait pointillé), et $T = 0.50 s$ (trait tiret).

Fig. 6 correspond à un mouvement balistique avec la période de temps $T = 0.45 s$ et la longueur de l'enjambée $L = 0.45 m$ pour l'amplitude optimale de l'oscillation 33° . Elle représente une séquence de trois configurations de la

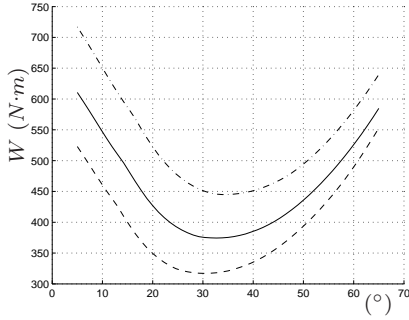


Fig. 5. Pour $T = 0.45$ s, W en fonction de l'amplitude de balancement des bras [degrés] $L = 0.40$ m (trait pointillé), $L = 0.45$ m (trait plein), et $L = 0.50$ m (trait tiret).

marche balistique (initiale, intermédiaire et finale configurations) est dessinée. Pour la configuration intermédiaire, le tronc, la jambe d'appui et les bras sont à peu près parallèles l'axe vertical. Durant la marche, la jambe de balancement bouge au-dessus de l'appui et fléchit le genou vers l'arrière. La jambe d'appui reste à peu près tendue. Ces caractéristiques n'avaient pas été imposées initialement lors de la définition du problème. Pour les configurations li-

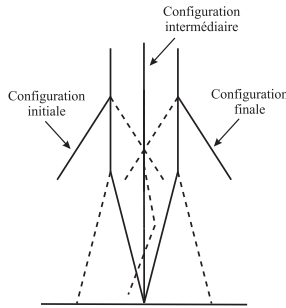


Fig. 6. Configurations initiale, intermédiaire et finale d'un mouvement balistique (vue de côté).

mites (voir Figs. 2, 6), les jambes sont tendues; le tronc est parallèle à l'axe vertical; les angles initiaux des bras sont $q_6(0) = -q_7(0) = 33^\circ$. Les composantes de la force de réaction sont représentées Fig. 7. Le mouvement est valide car la composante verticale R_{1x} est toujours positive. La composante horizontale R_{1x} croît de façon monotone, de façon similaire au cas de la marche humaine.

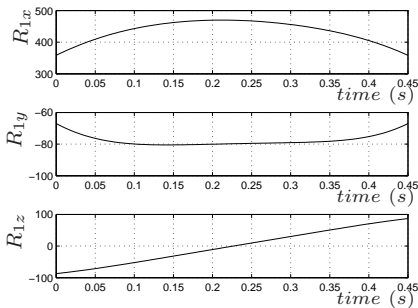


Fig. 7. Composantes de la force de réaction, R_{1x} suivant x_b , R_{1y} suivant y_b et R_{1z} suivant z_b [Newton].

VI. CONCLUSION

Une amplitude optimale existe pour le balancement des bras d'un bipède 3D lors de mouvements balistiques de marche et d'une commande impulsionnelle appliquée aux impacts. Cette amplitude optimale, qui se situe entre 30 et 40 degrés, est à peu près similaire pour plusieurs vitesses d'avance. L'énergie consommée est minimale pour cette amplitude optimale. Nos perspectives sont d'ajouter un degré de liberté aux hanches et de définir des trajectoires balistiques de marche le long de trajectoires courbes.

RÉFÉRENCES

- [1] Y. Aoustin and A.M. Formal'skii. Control design for a biped : reference trajectory based on driven angles as functions of the undriven angle. *Int. J. of Computer and Systems Sciences*, 42(4) :159–176, 2003.
- [2] Y. Aoustin and A. M. Formal'sky. On optimal swinging of the biped arms. In *Proc. IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems IROS*, pages 2922–2927, Nice, France, 2008.
- [3] S. M. Bruijn, O. G. Meijer, J. H. van Dieën, I. Kingma, and C. J. C. Lamoth. Coordination of leg swing, thorax rotations, and pelvis rotations during gait : The organisation of total body angular momentum. *Gait and Posture*, 27 :455–462, 2008.
- [4] P. H. Channon, S. H. Hopkins, and D. T. Pham. Derivation of optimal walking motions for a bipedal walking robot. *Robotica*, 10(3) :165–172, 1992.
- [5] C. Chevallereau, G. Bessonnet, G. Abba, and Y. Aoustin. *Bipedal robots : modeling, design and building walking robots*. ISTE and Wiley Editions, New-York, 2009.
- [6] S. Collins, S. Ruina, and M. Tedrake, R. Wisse. Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers. *Science Magazine*, (19) :1082–1085, 2005.
- [7] J. Doke and A. D. Kuo. Energetic cost of producing cyclic muscle force, rather than work, to swing the human leg. *J. of Experimental Biology*, 210 :2390–2398, 2007.
- [8] A. M. Formal'skii. Motion of anthropomorphic biped under impulsive control. In *Proc. of Institute of Mechanics, Moscow State Lomonosov University : "Some Questions of Robot's Mechanics and Biomechanics"*, pages 17–34, 1978, (In Russian).
- [9] A.M. Formal'skii. *Locomotion of Anthropomorphic Mechanisms*. [In Russian], Nauka, Moscow, Russia, 1982.
- [10] A. Goswami, B. Espiau, and A. Keramane. Limit cycles in a passive compass gait biped and passivity-mimicking control laws. *J. of Autonomous Robots*, 4(3) :273–286, 1997.
- [11] J.W. Grizzle, G. Abba, and F. Plestan. Asymptotically stable walking for biped robots : analysis via systems with impulse effects. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 46(1) :51–64, 2001.
- [12] A. V. Hill. The heat of shortening and the dynamic constants of muscle. *Royal Society of London Proceedings Series B*, 126 :136–195, 1938.
- [13] Y. Hurmuzlu and T.-H. Chang. Rigid body collisions of a special class of planar kinematic chains. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 22(5) :964–971, 1992.
- [14] W. Khalil and E. Dombre. *Modeling, identification and control of robots*. Hermes Sciences Europe, 2002.
- [15] J. Y. S. Luh, M. W. Walker, and R. C. P. Paul. Resolved-acceleration control of mechanical manipulators. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 25(3) :468–474, 1980.
- [16] T. McGeer. Passive dynamic walking. *Int. J. of Robotics Research*, 9(2) :62–82, 1990.
- [17] S. Miossec and Y. Aoustin. A simplified stability study for a biped walk with underactuated and overactuated phases. *Int. J. of Robotics Research*, 24(6) :537–551, 2005.
- [18] S. Mochon and T.A. McMahon. Ballistic walking : An improved model. *Mathematical Bio-sciences*, 52 :241–260, 1981.
- [19] J. D. Ortega, L. A. Fehلمان, and C. T. Farley. Effects of aging and arm swing on the metabolic cost of stability in human walking. *J. of Biomechanics*, 41 :3303–3308, 2008.
- [20] H. Pontzer, J. H. Holloway, D. A. Raichlen, and D. E. Lieberman. Control and function of arm swing in human walking and running. *J. of Experimental Biology*, 212 :523–534, 2009.
- [21] M. W. Spong and M. Vidyasagar. *Robot dynamics and control*. John Wiley, New-York, USA, 1991.
- [22] M. W. Walker and D. E. Orin. Efficient dynamic computer simulation of robotics mechanism. *Trans. of ASME, J. of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 104 :205–211, 1982.