

Sur l'extension de l'approche pseudo-inverse modifiée dans les cas d'instabilité

Bogdan D. CIUBOTARU¹ et Marcel STAROSWIECKI²

¹APCC, Automatic Process Control and Computers Laboratory,
Polytechnic University of Bucharest, 060042 Bucharest, Romania.
bogdancd@indinf.pub.ro

²SATIE, ENS Cachan, USTL, CNRS, UniverSud,
61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France.
marcel.staroswiecki@univ-lille1.fr

Résumé— Lorsque les défaillances déstabilisent le système, la procédure d'accommodation doit récupérer ce qui est possible en performance, tout en garantissant la stabilité. Dans ce travail, nous étendons l'approche de la pseudo-inverse, en la combinant à une procédure de stabilisation basée sur la résolution d'un problème GLQR (régulateur quadratique linéaire généralisé), et nous analysons sa relation avec l'approche classique, basée sur un problème LQR simple. Les matrices de pondération utilisées sont dérivées de la formulation du problème ROMM (Robust Optimal Model Matching).

Mots-clés— Tolérance aux fautes, Accommodation, Pseudo-inverse.

I. INTRODUCTION

En commande tolérante aux fautes, l'objectif est que le système présente des propriétés désirées (décrites par les spécifications) tant en régime nominal qu'en présence de défaillance(s) appartenant à un ensemble donné [1], [2]. Nous nous intéressons ici à des spécifications exprimées en termes de suivi de modèle de référence, ce problème est dit Model Matching (MM) ou Model Following (MF) suivant les approches. Si l'identité des comportements entre le système commandé et le modèle de référence peut être envisagée pour un système nominal idéal, elle est totalement irréaliste en présence de défaillances, et il convient de formuler le problème en termes d'approximation [3], [4].

Dans ce travail, la méthode MPIM (Modified Pseudo-Inverse Method) de [5] est étendue en utilisant un régulateur linéaire quadratique généralisé (GLQR) pour assurer la stabilisation, et comparée à l'approche classique dans laquelle MPIM est étendue par un régulateur LQR simple. Pour l'approche GLQR, nous proposons aussi d'utiliser des matrices de pondération dérivées de l'approche ROMM (Robust Optimal Model Matching) de [6], au lieu de matrices arbitraires comme proposé dans l'approche MPIM originelle.

Le papier est organisé comme suit : les paragraphes II et III présentent respectivement la résolution du problème MM approché par les approches MPIM et ROMM. L'extension proposée (MPIM-GLQR) est ensuite comparée, au paragraphe IV, avec l'extension classique MPIM-LQR. Une application aéronautique illustre les résultats au paragraphe V, et quelques remarques conclusives sont formulées au paragraphe VI.

II. MODEL MATCHING APPROCHÉ

A. Fonctionnement nominal

On considère le système continu déterministe linéaire temps invariant (LTI) décrit en fonctionnement nominal par

$$M_n : \dot{x}(t) = A_n x(t) + B_n u_n^*(t), \text{ avec } x(t_0 = 0) = x_0, \quad (1)$$

où $x(t) \in \mathbb{R}^n$ et $u_n^*(t) \in \mathbb{R}^m$ sont respectivement l'état et la commande, $A_n \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $B_n \in \mathbb{R}^{n \times m}$ sont des matrices données.

En fonctionnement nominal, le retour d'état

$$u_n^*(t) = -K_n^* x(t), \quad (2)$$

réalise la boucle fermée

$$\hat{M}_n^* : \dot{x}(t) = \hat{A}_n^* x(t), \text{ avec } \hat{A}_n^* = A_n - B_n K_n^*, \quad (3)$$

qui est stable et définit le comportement dynamique de référence souhaité.

B. Fonctionnement défaillant

Nous considérons des défaillances paramétriques, c'est-à-dire que nous faisons les hypothèses suivantes :

- le système défaillant est toujours décrit par un modèle linéaire,

- ce modèle est caractérisé par la paire (A_f, B_f) , supposée identifiée en ligne par le système de diagnostic,

$$M_f : \dot{x}(t) = A_f x(t) + B_f u_f(t). \quad (4)$$

La technique EMM (Exact Model Matching) vise alors à concevoir un retour d'état

$$u_f(t) = -K_f x(t), \quad (5)$$

tel que la boucle fermée résultante est identique au modèle de référence (3).

La solution du problème est obtenue en résolvant le système d'équations

$$\hat{A}_f \triangleq A_f - B_f K_f = \hat{A}_n^*. \quad (6)$$

Une condition nécessaire et suffisante pour que ce système admette une solution est [7]

$$\text{Im} \left(A_f - \hat{A}_n^* \right) \subseteq \text{Im} \left(B_f \right), \quad (7)$$

et cette solution est donnée par

$$(K_f^{PIM} \triangleq) K_f = B_f^\dagger (A_f - \hat{A}_n^*), \quad (8)$$

où $(\cdot)^\dagger$ désigne la pseudo-inverse.

C. Approche PIM

La condition (7) n'est évidemment vérifiée que pour des défaillances très particulières, il en résulte qu'aucune solution exacte n'existe dans la plupart des cas.

Une solution approchée peut-être calculée par

$$K_f^\sharp = \arg \min_{K_f} J_f(K_f), \quad (9)$$

en minimisant le critère

$$J_f(K_f) = \|E_f\|_F^2, \quad (10)$$

où la matrice d'écart est

$$E_f = (A_f - B_f K_f) - \hat{A}_n^* (\Leftrightarrow \hat{A}_f = \hat{A}_n^* + E_f), \quad (11)$$

et $\|\cdot\|_F$ est la norme de Frobenius [5].

Cependant, pour certaines défaillances, la méthode PIM conduit à un système accommodé instable (voir [8], [9].)

D. Approche MPIM

Pour pallier à ce problème, l'approche MPIM calcule le meilleur retour K_f (au sens de la norme de Frobenius), sous la contrainte de stabilité du système accommodé.

Son développement est fondé sur le fait (voir [10]) que la matrice \hat{A}_f est stable si

$$|c_{fj}| < \frac{1}{\sigma_{\max}(\sum_{i=1}^m |\hat{X}_{fi}|)}, \quad \text{pour } j = 1, 2, \dots, m, \quad (12)$$

où \hat{X}_f est la solution de l'équation de Lyapunov

$$\hat{A}_f^T \hat{X}_f + \hat{X}_f \hat{A}_f + 2I_n = 0, \quad (13)$$

et $\hat{X}_{f_e}, \hat{X}_{f_i}$ sont définies par

$$\hat{X}_{f_e} = [\hat{X}_{f_1} \quad \hat{X}_{f_2} \quad \dots \quad \hat{X}_{f_m}], \quad \text{avec}$$

$$\hat{X}_{f_i} = (E_{f_i}^T \hat{X}_f + \hat{X}_f E_{f_i})/2 = [\hat{X}_f E_{f_i}]_S, \quad \text{pour } i = 1, 2, \dots, m.$$

Il est supposé que la matrice E_f est bornée et peut s'exprimer comme

$$E_f = \sum_{i=1}^m c_{f_i} E_{f_i},$$

où les E_{f_i} sont des matrices constantes et les coefficients c_{f_i} prennent leurs valeurs dans un intervalle $[-\delta_f, \delta_f]$, où $\delta_f > 0$.

En choisissant pour δ_f le membre de droite de (12), la condition

$$|k_{f_{i,j}}^{MPIM}| \leq \tilde{\delta}_f, \quad \text{pour } i = 1, 2, \dots, m, \quad \text{et } j = 1, 2, \dots, n, \quad (14)$$

garantit la stabilité de \hat{A}_f , avec $\tilde{\delta}_f = \delta_f - \epsilon_f$, pour une valeur ϵ_f suffisamment petite; dans ce qui précède, $[X]_S$ désigne la partie symétrique de l'argument, c'est-à-dire

$[X]_S = (X + X^T)/2$, $|X|$ désigne la matrice obtenue en prenant la valeur absolue de tous les éléments de X et σ_{\max} est la valeur singulière maximale.

Finalement, le retour d'état

$$k_{f_{i,j}}^{MPIM} = k_{f_{i,j}}^{PIM}, \quad \text{si } |k_{f_{i,j}}^{PIM}| \leq \tilde{\delta}_f, \quad (15a)$$

$$k_{f_{i,j}}^{MPIM} = \text{sgn}(k_{f_{i,j}}^{PIM}) \tilde{\delta}_f, \quad \text{autrement,} \quad (15b)$$

résout le problème d'accommodation sous garantie de stabilité, avec $\text{sgn}(\cdot)$ la fonction signe.

Décrivons à présent la résolution du même problème par l'approche ROMM.

III. APPROCHE ROMM

Soit \hat{A}_n^* la matrice définissant le modèle de référence, λ une valeur propre de \hat{A}_n^* et $|\lambda(\hat{A}_n^*)|$ la valeur absolue de sa partie réelle - soit α_f un scalaire positif tel que $\forall \lambda \in \Lambda(\hat{A}_n^*), |\lambda(\hat{A}_n^*)| \geq \alpha_f$.

Dans l'approche ROMM [6], on spécifie α_f comme un taux de convergence exponentielle désiré pour le système accommodé [11], et on calcule le retour d'état optimal vis-à-vis de la minimisation du critère

$$J_f(\alpha_f, \hat{A}_n^*) = \int_{t_f}^{\infty} e^{2\alpha_f t} (\|\dot{x}(t) - \hat{A}_n^* x(t)\|_2^2 + \|\hat{A}_n^* x(t)\|_2^2) dt, \quad (16)$$

sous les contraintes différentielles définies par la paire (A_f, B_f) .

La commande optimale $u_f(t) = -K_f x(t)$ est donnée par

$$K_f = R_f^{-1} (B_f^T X_f + S_f), \quad (17)$$

où $X_f = X_f^T \geq 0$ est l'unique solution stabilisante de l'équation algébrique de Riccati généralisée

$$GCARE_f : \tilde{A}_f^T X_f + X_f \tilde{A}_f - X_f B_f R_f^{-1} B_f^T X_f + \tilde{Q}_f = 0, \quad (18)$$

avec

$$\tilde{A}_f = A_f + \alpha_f I_n - B_f R_f^{-1} S_f,$$

$$\tilde{Q}_f = Q_f - S_f^T R_f^{-1} S_f, \quad (19)$$

où les matrices de pondération sont données par [12]

$$Q_f = A_f^T A_f - A_f^T \hat{A}_n^* - \hat{A}_n^{*T} A_f + 2\hat{A}_n^{*T} \hat{A}_n^*, \quad (20a)$$

$$R_f = B_f^T B_f, \quad (20b)$$

$$S_f = B_f^T (A_f - \hat{A}_n^*). \quad (20c)$$

IV. APPROCHE MPIM AVEC STABILISATION GLQR

A. Stabilisation LQR et correction MPIM

Dans le travail précurseur de [5], une démarche en deux étapes est suggérée, pour les cas d'instabilité : (1) trouver un gain stabilisant, par exemple en résolvant une équation algébrique de Riccati, et (2) corriger le retour d'état ainsi obtenu pour réduire la norme de Frobenius de la matrice d'écart entre système accommodé et système de référence.

L'étape (1) conduit à la solution

$$CARE_f : A_f^T X_f + X_f A_f - X_f B_f R_f^{-1} B_f^T X_f + Q_f = 0, \quad (21)$$

$$K_f^{CARE} = R_f^{-1} B_f^T X_f, \quad (22)$$

et l'étape (2) conduit à une correction

$$K_f^{MPIM-LQR} = K_f^{CARE} + \tilde{\delta}_f \Delta K_f^{PIM-CARE}, \quad (23)$$

où la différence $\Delta K_f^{PIM-CARE}$ est donnée par

$$\Delta K_f^{PIM-CARE} = B_f^\dagger ((A_f - B_f K_f^{CARE}) - \hat{A}_n^*). \quad (24)$$

On peut remarquer que le choix des matrices de pondération $Q_f^T = Q_f = Q_f^T Q_f \geq 0$ et $R_f^T = R_f > 0$ étant libre, on peut les sélectionner de sorte à satisfaire (20a) et (20b).

On peut aussi observer que (24) peut se développer comme

$$\Delta K_f^{PIM-CARE} = B_f^\dagger (A_f - \hat{A}_n^*) - B_f^\dagger B_f K_f^{CARE}, \quad (25)$$

ce qui, en utilisant (8) et la définition de la pseudo-inverse, devient

$$\Delta K_f^{PIM-CARE} = K_f^{PIM} - K_f^{CARE}. \quad (26)$$

Ainsi, en considérant (26), la commande MPIM-LQR (23) s'exprime sous la forme d'un compromis bi-critère

$$K_f^{MPIM-LQR} = \tilde{\delta}_f K_f^{PIM} + (1 - \tilde{\delta}_f) K_f^{CARE}. \quad (27)$$

B. Stabilisation GLQR et correction MPIM

Nous proposons de calculer le retour d'état stabilisant initial K_f^{GCARE} comme en (17), en résolvant l'équation de Riccati (similaire à (18)) associée à la paire (A_f, B_f) avec un choix approprié des matrices de pondération Q_f, R_f, S_f comme dans (20).

Dans ces conditions, le retour d'état devient

$$K_f^{MPIM-GLQR} = K_f^{GCARE} + \tilde{\delta}_f \Delta K_f^{PIM-GCARE}, \quad (28)$$

où la différence $\Delta K_f^{PIM-GCARE}$ est obtenue comme

$$\Delta K_f^{PIM-GCARE} = B_f^\dagger ((A_f - B_f K_f^{GCARE}) - \hat{A}_n^*). \quad (29)$$

Ainsi, selon la même logique que pour la commande MPIM-LQR, (28) s'écrit

$$K_f^{MPIM-GLQR} = \tilde{\delta}_f K_f^{PIM} + (1 - \tilde{\delta}_f) K_f^{GCARE}. \quad (30)$$

Par ailleurs, en considérant attentivement la forme de K_f^{GCARE} , qui peut s'écrire comme

$$K_f^{GCARE} = R_f^{-1} (B_f^T X_f + S_f), \quad (31)$$

mais aussi, après remplacement de R_f et S_f à partir de (20b) et (20c), comme

$$K_f^{GCARE} = R_f^{-1} B_f^T X_f + B_f^\dagger B_f^{-T} B_f^T (A_f - \hat{A}_n^*), \quad (32)$$

on obtient

$$K_f^{GCARE} = K_f^{PIM} + K_f^{CARE}. \quad (33)$$

Ainsi, en utilisant (33), le retour MPIM-GLQR (30) devient

$$K_f^{MPIM-GLQR} = K_f^{PIM} + (1 - \tilde{\delta}_f) K_f^{CARE}. \quad (34)$$

C. Interprétation

On remarque la similarité entre l'approche classique MPIM-LQR donnée par (27) et l'approche étendue MPIM-GLQR donnée par (34). Cependant, ces deux approches diffèrent clairement par le fait que, dans MPIM-GLQR, la composante PIM n'est plus pénalisée.

De plus, si la borne de stabilité $\tilde{\delta}_f$ est nettement plus petite que un, son influence devient négligeable, de sorte que (27) et (34) peuvent s'approximer comme

$$K_f^{MPIM-LQR} \simeq K_f^{CARE}, \quad (35)$$

$$K_f^{MPIM-GLQR} \simeq K_f^{PIM} + K_f^{CARE}. \quad (36)$$

Cependant, si la défaillance est sévère par rapport à une performance de référence \hat{A}_n^* difficilement accessible, l'effort de stabilisation peut conduire à un K_f^{CARE} dont l'ordre de grandeur est plusieurs fois celui de K_f^{PIM} , ce qui implique que la correction PIM devient négligeable par rapport à la stabilisation, c'est-à-dire que l'on a $K_f^{MPIM-GLQR} \approx K_f^{MPIM-LQR}$.

V. APPLICATION

Dans ce qui suit, on considère la commande relative au modèle longitudinal d'un B747, et on montre les avantages de l'accommodation GLQR-MPIM utilisant les matrices de pondération fournies par l'approche ROMM, pour le cas d'une défaillance structurelle et d'une défaillance actionneur.

A. Conditions de vol

Notre exemple est relatif à un Boeing 747 en phase de vol de catégorie B, c'est-à-dire manoeuvre lente sans précision de poursuite. L'altitude et la vitesse du vol sont constantes, respectivement fixées à 40000 pieds et 0.8 Mach (774 pieds.s⁻¹). La position du centre de gravité est (0.25, 0, 0) m.a.c. et la masse de l'avion est 19792 slug.

B. Système nominal

B.1 Modèle en boucle ouverte

La dynamique longitudinale est décrite par le vecteur d'état $x = [u \ w \ q \ \theta]^T$ où u (pieds.s⁻¹) et w (pieds.s⁻¹) sont les vitesses inertielles selon les axes x et z du système de référence lié à l'avion (FB : body-axis), et q (rad/sec) et θ (rad) représentent respectivement la vitesse et l'angle de tangage. La commande δ_E (rad) est la déflexion de l'élévateur.

Le modèle linéarisé du système est donné par la paire nominale (A_n, B_n) ci-dessous, repris de [13],

$$A_n = \begin{bmatrix} -0.0069 & 0.0139 & 0.0 & -32.2000 \\ -0.0904 & -0.3147 & 773.9766 & 0.0 \\ 0.0001 & -0.0010 & -0.4284 & 0.0 \\ 0.0 & 0.0 & 1.0 & 0.0 \end{bmatrix},$$

$$B_n = [-0.0002 \quad -18.0610 \quad -1.1577 \quad 0.0]^T.$$

B.2 Modèle de référence en boucle fermée

On choisit le modèle de référence suivant

$$\hat{A}_n^* = \begin{bmatrix} -0.0069 & 0.0139 & -0.0006 & -32.2006 \\ 0.0469 & -0.3996 & 720.6443 & -54.2101 \\ 0.0089 & -0.0064 & -3.8470 & -3.4748 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix}, \quad (37)$$

obtenu avec le retour d'état

$$K_n^* = [0.0076 \quad -0.0047 \quad -2.9529 \quad -3.0015],$$

qui donne le spectre

$$\Lambda(\hat{A}_n^*) = \{-0.0685 \pm 0.0899i, -2.0582 \pm 2.2066i\}.$$

C. Système défaillant et pseudo-inverse

C.1 Modèle

On considère une défaillance d'actionneur de type perte d'efficacité, avec un taux $\tau_f = 0.5$. La matrice de commande devient alors $B'_f = 0.5B_n$. De plus, nous supposons une défaillance structurelle $A'_f = A_n + \Delta A_f \times I_4$ avec $\Delta A_f = \sigma_n^{\max} \times 10^{-3}$ où $\sigma_n^{\max} = 773.9774$ est la valeur singulière maximale de A_n .

Par ailleurs, nous supposons que le modèle du système défaillant fourni par le module de diagnostic est entaché d'une erreur d'identification de 10 %, en d'autres termes on a $A_f = (1 - g_f)A'_f$ et $B_f = (1 - g_f)B'_f$ avec $g_f = 0.1$.

C.2 Solution PIM

L'approche de la pseudo-inverse fournit le retour d'état

$$K_f^{PIM} = [0.0158 \quad -0.0997 \quad 2.9162 \quad -6.6700],$$

qui est inacceptable, car conduisant à un système instable - en effet,

$$\Lambda(\hat{A}_f^{PIM}) = \{0.6811 \pm 0.0655i, 0.7292 \pm 6.3188i\}.$$

C.3 Solution MPIM

L'approche de la pseudo-inverse modifiée fournit le retour d'état

$$K_f^{MPIM} = [0.0158 \quad -0.0997 \quad 0.1750 \quad -0.1750],$$

qui est inacceptable lui aussi, car

$$\Lambda(\hat{A}_f^{MPIM}) = \{0.0049 \pm 6.0648i, 0.6913 \pm 0.0679i\},$$

conduisant à l'instabilité, avec une borne de stabilité de valeur $\delta_f = 1.75 \times 10^{-4}$.

D. Accommodation des défaillances

D.1 Matrices de pondération

Les matrices de pondération issues de l'approche ROMM sont

$$Q_f = \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0000 & 0.0004 & -0.0001 \\ -0.0000 & 0.0000 & -0.0031 & 0.0007 \\ 0.0004 & -0.0031 & 5.1994 & -0.4034 \\ -0.0001 & 0.0007 & -0.4034 & 0.0695 \end{bmatrix} \times 10^5,$$

$$R_f = 66.3268,$$

$$S_f = [1.0467 \quad -6.6100 \quad 193.4236 \quad -442.4004]^T.$$

On choisit la marge de stabilité $\alpha_f = 2$, en relation avec sa définition par rapport au spectre de la matrice en boucle fermée de référence.

D.2 Solution MPIM-LQR

La stabilisation LQR fournit la solution

$$K_f^{MPIM-LQR} = [38.6145 \quad -1.1934 \quad -60.9836 \quad 531.1758],$$

qui est acceptable, et conduit au spectre

$$\Lambda(\hat{A}_f^{MPIM-LQR}) = \{-2.1467, -36.4386, -0.3848 \pm 0.4180i\}.$$

D.3 Solution MPIM-GLQR

La stabilisation GLQR conduit à la solution acceptable

$$K_f^{MPIM-GLQR} = [38.6275 \quad -1.2756 \quad -58.5778 \quad 525.6733],$$

avec

$$\Lambda(\hat{A}_f^{MPIM-GLQR}) = \{-3.9442, -34.7064, -0.0596 \pm 0.5412i\}.$$

D.4 Comparaison

L'approche MPIM simple est inadéquate, car incapable de stabiliser le système défaillant compte-tenu des incertitudes. Les deux approches avec stabilisation sont efficaces de ce point de vue, mais elles fournissent des solutions très loin du modèle de référence souhaité, puisque l'on a

$$J_f(K_f^{MPIM-LQR}) = \|\hat{A}_f^{MPIM-LQR} - \hat{A}_n^*\|_F^2 = 1.9557 \times 10^7,$$

$$J_f(K_f^{MPIM-GLQR}) = \|\hat{A}_f^{MPIM-GLQR} - \hat{A}_n^*\|_F^2 = 1.9146 \times 10^7;$$

une légère amélioration étant à noter lorsque l'on utilise l'extension généralisée proposée dans ce papier.

D.5 Discussion

Le principe de toutes ces approches est de rechercher la meilleure solution, au sens de la distance de Frobenius entre le modèle de référence et le système accommodé, parmi celles qui stabilisent celui-ci. Elles ne diffèrent que par le procédé qui permet cette stabilisation. Aucune place n'est faite, dans ces approches, à la notion de défaillance recouvrable. Il en résulte que, tant que le système défaillant reste stabilisable, la défaillance est recouvrable, puisque le problème d'optimisation posé reste faisable. Cependant, cela ne prouve pas que sa solution (bien qu'optimale) soit acceptable. Il en résulte que les spécifications d'un problème de tolérance aux fautes doivent impérativement inclure des conditions d'admissibilité (voir à ce sujet [9]).

D.6 Simulation

Les résultats de simulation sont donnés Fig. 1 pour le mode SP (short-period) et Fig. 2 pour le mode PH (phugoid). Ils concernent respectivement la vitesse inertielle verticale et la vitesse de tangage (SP) et la vitesse inertielle horizontale et l'angle de tangage (PH), pour l'application des deux stratégies d'accommodation MPIM-LQR et MPIM-GLQR à partir de l'instant de diagnostic, pris ici comme origine $t_f = 0$. Les deux stratégies donnent des résultats comparables (avec la légère amélioration notée précédemment pour le GLQR), mais assez loin de l'idéal du modèle de référence.

RÉFÉRENCES

- [1] M. Blanke, M. Staroswiecki, and N. Wu, "Concepts and methods in fault-tolerant control," in *Proceedings of the American Control Conference*, Arlington, Virginia, USA, 2001, pp. 2606–2620.
- [2] M. Blanke, M. Kinnaert, J. Lunze, and M. Staroswiecki, *Diagnosis and Fault Tolerant Control*, 2nd ed. Springer, 2006.
- [3] Z. Gao and P. Antsaklis, "Reconfigurable system design via perfect model-following," *International Journal of Control*, vol. 56, no. 4, pp. 783–798, 1992.
- [4] M. Staroswiecki and F. Cazaurang, "Fault recovery by nominal trajectory tracking," in *Proceedings of the American Control Conference*, Seattle, Washington, USA, 2008, pp. 1070–1075.
- [5] Z. Gao and P. Antsaklis, "Stability of the pseudo-inverse method for reconfigurable control systems," *International Journal of Control*, vol. 53, no. 3, pp. 717–729, 1991.
- [6] M. Zohdy, N. Loh, and A.-A. Abdul-Wahab, "A robust optimal model matching control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 5, pp. 410–414, 1987.
- [7] J. Tyler Jr., "The characteristics of model-following systems as synthesized by optimal control," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 9, no. 4, pp. 485–498, 1964.
- [8] M. Staroswiecki, "Fault tolerant control : The pseudo-inverse method revisited," in *Proceedings of the 16th IFAC World Congress*, Prague, Czech Republic, 2005, pp. 418–423.
- [9] B. Ciubotaru, M. Staroswiecki, and C. Christophe, "Fault tolerant control of the Boeing 747 short-period mode using the admissible model matching technique," in *Proceedings of the 6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, Beijing, P.R. China, 2006, pp. 819–824.
- [10] K. Zhou and P. Khargonekar, "Stability robustness bounds for linear state-space models with structured uncertainty," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 32, no. 7, pp. 621–623, 1987.
- [11] B. Anderson and J. Moore, "Linear system optimization with prescribed degree of stability," *Proceedings of the IEEE*, vol. 116, no. 12, pp. 2083–2087, 1969.
- [12] A.-A. Abdul-Wahab, "Robustness measure bounds for optimal model matching control designs," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 33, no. 12, pp. 1178–1180, 1988.
- [13] B. Etkin and L. Reid, *Dynamics of Flight : Stability and Control*, 3rd ed. John Wiley & Sons, 1996.

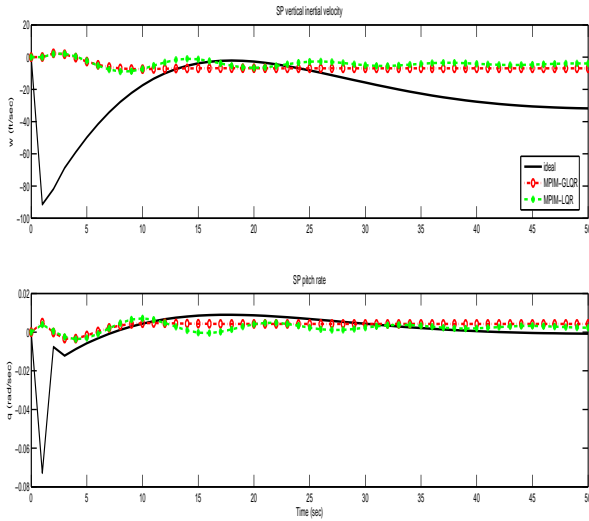


Fig. 1. Accommodation du mode B747-SP avec MPIM-G/LQR

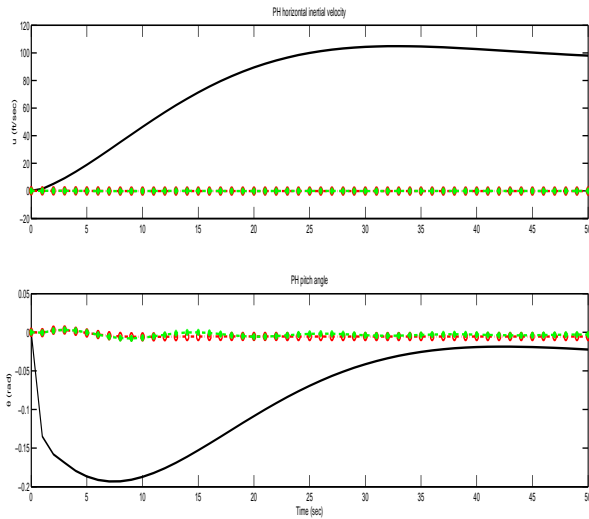


Fig. 2. Accommodation du mode B747-PH avec MPIM-G/LQR

VI. CONCLUSION

Dans ce travail, nous avons considéré différentes extensions de la technique MPIM. Celle-ci, initialement destinée à l'accommodation des défaillances en vue de suivre au mieux un modèle de référence, échoue malheureusement à assurer la stabilité du système dans certains cas. L'extension proposée garantit la stabilisation du système défaillant (pour peu qu'il reste stabilisable). Elle repose sur la résolution d'un problème GLQR (Generalized Linear Quadratic Regulator) défini à partir de matrices de pondération issues d'une formulation ROMM (Robust Optimal Model Matching), dont les caractéristiques distinctives par rapport au problème classique MPIM-LQR simple ont été analysées.